MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

GABARITO DESENVOLVIDO

CP-CEM/2020 – ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES

1ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (4 pontos)

A	B	C	S1	S2	S3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1

b) (4 pontos)

$S1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$

$S2 = \bar{A}B\bar{C}$

$S3 = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC$

2ª QUESTÃO (8 pontos)

$$I_1 = \frac{30 - V_A}{10}$$

$$I_2 = \frac{V_A - 10}{R}$$

$$I_3 = \frac{20 - V_A}{5}$$

$$I_1 + I_3 = I_2$$
$$\frac{30 - V_A}{10} + \frac{20 - V_A}{5} = 2{,}5$$

$$V_A = 15V$$
$$R = \frac{V_A - 10}{I_2} = \frac{15 - 10}{2{,}5} = 2\Omega$$

3ª QUESTÃO (8 pontos)

São dados:

$V_1 = 2cos(100t)$

$V_2 = 4sen(100t)$

Analisando o circuito dado, verifica-se que se trata de um somador inversor.

Logo:

$$V_S = -\frac{10}{1}V_1 - \frac{10}{2}V_2 = -10V_1 - 5V_2 = -20cos(100t) - 20\,\text{sen}(100t)$$

$$V_S = -20\sqrt{2}\,cos(100t + 45^0) = 20\sqrt{2}\,cos(100t + 225^0)$$

Pelo resultado acima, conclui-se que:

Amplitude de saída [VS] = $\mathbf{20\sqrt{2}}$ e a

Fase de VS em relação a V1 é 225^0(ou -135^0)

4ª QUESTÃO (8 pontos)

As Impedâncias do capacitor e do indutor são:

$$Zc = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{10^5}{\omega}$$

$$Z_L = j\omega L = j10^{-1}\omega$$

A impedância de saída será:

$$Zeq = Zc + Z_L = -j\frac{10^5}{\omega} + j10^{-1}\omega$$

O módulo de Z_{eq} é:

$$|Z_{eq}| = 10$$

Assim:

$$\left|-j\frac{10^5}{\omega} + j10^{-1}\omega\right| = 10$$

$$-\frac{10^5}{\omega} + 10^{-1}\omega = \pm 10$$
$$\omega^2 \pm 10^2\omega - 10^6 = 0$$

Logo

$$\omega^2 + 10^2\omega - 10^6 = 0$$

$$\omega = \frac{-10^2 \pm \sqrt{10^2 + 4.10^6}}{2} \cong \frac{-10^2 \pm 2.10^3}{2}$$

$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{950\ rads^{-1}}$

$\omega^2 - 10^2\omega - 10^6 = 0$

$$\omega = \frac{10^2 \pm \sqrt{10^2 + 4.10^6}}{2} \cong \frac{10^2 \pm 2.10^3}{2}$$

$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{1050\ rads^{-1}}$

5ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (3 pontos)

Corrente de carga deve ser 2,0A

$$\frac{I_C}{I_E} = \frac{100}{100+1} \cong 1$$

Logo $I_C \cong I_E$

$$I_E = \frac{V_z - 0,6}{R_1}$$

$$R_1 = \frac{3,6 - 0,6}{2}$$

$\boldsymbol{R_1 = 1,5\Omega}$

b) (3 pontos)

$$I_{R2} = \frac{18 - V_Z}{R_2} = I_z + \frac{I_C}{100} = 30mA + 20mA = 50mA$$

$$R_2 = \frac{14,4V}{50mA} = \mathbf{288\Omega}$$

c) (2 pontos)

$$P_T = \frac{18 - 3,0 - 12}{2} = \mathbf{1,5W}$$

6ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

Constante de atenuação do meio:

Temos: $E(z,t) = E_0.e^{-\alpha z}.\cos(\omega.t - \beta.z)$ (V/m)

Em z = 0 a amplitude do campo elétrico é E_0

Em z = 1 m, a amplitude do campo elétrico será 0,8 de E_0

Portanto:

$$0,8 \cdot E_0 = E_0 \cdot e^{-\alpha \cdot 1} \rightarrow e^{-\alpha} = 0,8 \rightarrow e^{\alpha} = 1,25$$

$$\text{Logo} \quad \alpha = \ln(1,2) = 0,223\ m^{-1}$$

b) (1 ponto)

Constante de propagação do meio

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \cdot f}{\beta} \rightarrow \beta = \frac{2\pi \cdot f}{v_p}$$

Como v_p = 1E+8 m/s e f = 100 MHz = 10^8 Hz, resulta:

$$\beta = \frac{2\pi \cdot 10^8}{10^8} \rightarrow \beta = 6,28\ rad/m$$

c) (1 ponto)

Constante dielétrica relativa do meio

Como o meio é não magnético, temos $\mu_r = 1$. Logo:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \rightarrow \varepsilon_r = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2$$

Como $v_p = 10^8$ m/s, tem-se:

$$\varepsilon_r = \left(\frac{3 \cdot 10^8}{10^8}\right)^2 = 9$$

d) (2 pontos)

Condutividade do meio:

$$tg(2\theta_\eta) = \frac{\sigma}{\omega \cdot \varepsilon} \rightarrow \sigma = \omega \cdot \varepsilon \cdot tg(2\theta_\eta) \rightarrow \sigma = 2\pi \cdot f \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot tg(2\theta_\eta)$$

Como f = 10^8 Hz, θ_η = 30° e ε_r = 9, tem-se:

Como f = 10^8 Hz, θ_η = 30° e ε_r = 9, tem-se:

$\sigma = 2 \cdot \pi \cdot 10^8 \cdot 9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} tg(2 \cdot 30) = 0,0867\ S/m$

e) (2 pontos)

- Faixa de frequência em que o meio é considerado condutor

$$\sigma \geq 100 \cdot \omega \cdot \varepsilon \rightarrow \sigma \geq 100 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \rightarrow f \leq \frac{\sigma}{200 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

Como σ = 0,0867 S/m e ε_r = 9, resulta:

$$f \leq \frac{0,0867}{200 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}} \rightarrow \text{f} \leq 1,73 \cdot 10^6\ Hz$$

- Faixa de frequência em que o meio é considerado dielétrico

$$\sigma \leq \frac{\omega \cdot \varepsilon}{100} \rightarrow \sigma \leq \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{100} \rightarrow f \geq \frac{100 \cdot \sigma}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

Como σ = 0,0867 S/m e ε_r = 9, resulta:

$$f \geq \frac{100 \cdot 0,0867}{2 \cdot \pi \cdot 10^8 \cdot 9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}} \rightarrow \text{f} \geq 1,73 \cdot 10^{10}\ Hz$$

7ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

Comprimento total do dipolo (L)

$$L = \frac{\lambda_0}{2}, \text{ sendo } \lambda_0 = \frac{c}{f}$$

Tem-se: f = 300 MHz = 3.10^8 Hz e c = 3.10^8 m/s

Logo,

$$L = \frac{\lambda_0}{2}, \ \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 1 \text{ m} \rightarrow L = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}$$

b) (2 pontos)

Erro por descasamento de impedância

$$\Gamma_r = \frac{Z_A - Z_R^*}{Z_A + Z_R^*} = \frac{73 + j42 - 50}{73 + j42 + 50} = \frac{23 + j42}{123 + j42}$$

$$|\Gamma_r|^2 = \frac{23^2 + 42^2}{123^2 + 42^2} = 0,136$$

$$e_{imp} = 1 - 0,136 = 0,864$$

c) (2 pontos)

- A função do capacitor é cancelar a reatância da antena na frequência de 200 MHz.

- Capacitância do capacitor

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = 42 = \frac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot C} \rightarrow C = 1,26 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

d) (2 pontos)

- O transformador impedância de um quarto de comprimento de onda tem a função de transformar a parte real da impedância da antena, que é 73 Ω, na impedância de 50 Ω do receptor.

- *Impedância característica do transformador de impedância*

$$Z_T = \sqrt{Z_A \cdot Z_R}$$

$$Z_T = \sqrt{Z_A \cdot Z_R} = \sqrt{73 \cdot 50} = 60,4\ \Omega$$

8ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

Distância máxima entre roteador WiFi e equipamento móvel em condições ideais de propagação.

f = 5 GHz e c = 3.10^8 m/s, logo

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^9} = 0,06\ \text{m}$$

P_T = 1 W, G_R = 2, G_T = 3 e P_{RMIN} = 10^{-9} W, logo

$$\mathrm{P}_{RMIN} = \frac{G_R \cdot G_T \cdot \lambda_0^2}{(4\pi \cdot R_{MAX})^2} \cdot \mathrm{P}_T \rightarrow 10^{-9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot (0,06)^2}{(4\pi)^2 \cdot R_{MAX}^2} \cdot 1 \rightarrow R_{MAX} = 369,8\ \text{m}$$

b) (2 pontos)

Distância máxima entre roteador WiFi e equipamento móvel com atenuação de 10 vezes.

$$P_T = \frac{1}{10} = 0,1\ W$$

$$\mathrm{P}_{RMIN} = \frac{G_R \cdot G_T \cdot \lambda_0^2}{(4\pi \cdot R_{MAX})^2} \cdot \mathrm{P}_T \rightarrow 10^{-9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot (0,06)^2}{(4\pi)^2 \cdot R_{MAX}^2} \cdot 0,1 \rightarrow R_{MAX} = 116,9\ \text{m}$$

c) (2 pontos)

Distância segura entre usuário e antena do roteador

Sendo P_T = 1 W= 1.000 mW, G_T = 2 e valor máximo de S_{AVG} = 3 mW/cm^2, temos

$$S_{AVG} = \frac{G_T \cdot \mathrm{P}_T}{4\pi \cdot R^2} \rightarrow 3 = \frac{2 \cdot 1.000}{4\pi \cdot R_{MIN}^2} \rightarrow R_{MIN} = 7,28\ cm$$

d) (2 pontos)

Potência recebida considerando uma reflexão no solo.

$$P_{R\_multi} = \frac{G_T.G_R.P_T.h_1^2.h_2^2}{R_d^{\,4}}$$

Sendo P_T = 1 W, G_T = 2, G_R = 3, h_1 = 1 m, h = 0,5 m, tem-se

$$P_{R\_multi} = \frac{G_T.G_R.P_T.h_1^2.h_2^2}{R_d^{\,4}} \rightarrow 10^{-9} = \frac{2.3.1.1^2.0,5^2}{R_d^{\,4}} \rightarrow R_d = 196,8\ \text{m}$$

9ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (3 pontos)

Cabos coaxiais: a = 1 cm e $\varepsilon_r = 4$

- Linha de transmissão 1: $Z_0 = 60\ \Omega$ e $l = \lambda_g/3$

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow 60 = \frac{60}{\sqrt{4}} \cdot \ln\left(\frac{b}{1}\right) = 2{,}0 \rightarrow \frac{b}{1} = e^2 \rightarrow b_1 = 7{,}383\ cm$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^9} = 30 \text{ cm} \rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{30}{\sqrt{4}} = 15 \text{ cm} \rightarrow l_1 = \frac{\lambda_g}{3} = 5 \text{ cm}$$

- Linha de transmissão 2: $Z_0 = 30\ \Omega$ e $l = \lambda_g/5$

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow 30 = \frac{60}{\sqrt{4}} \cdot \ln\left(\frac{b}{1}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{b}{1}\right) = 1 \rightarrow \frac{b}{1} = e^1 \rightarrow b_2 = 2{,}718 \text{ cm}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^9} = 30 \text{ cm} \rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{30}{\sqrt{4}} = 15 \text{ cm} \rightarrow l_2 = \frac{\lambda_g}{5} = 3 \text{ cm}$$

- Linha de transmissão 3: $Z_0 = 90\ \Omega$ e $l = \lambda_g/2$

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow 90 = \frac{60}{\sqrt{4}} \cdot \ln\left(\frac{b}{1}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{b}{1}\right) = 3 \rightarrow \frac{b}{1} = e^3 \rightarrow b_3 = 20{,}085 \text{ cm}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^9} = 30 \text{ cm} \rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{30}{\sqrt{4}} = 15 \text{ cm} \rightarrow l_3 = \frac{\lambda_g}{2} = 7{,}5 \text{ cm}$$

b) (5 pontos)

Linhas de microfita: h = 2 mm e $\varepsilon_r = 4$

- Linha de transmissão 1: $Z_0 = 60\ \Omega$ e $l = \lambda_g/3$

Do gráfico Z_0 x W/h, $Z_0 = 60\ \Omega \rightarrow \frac{W}{h} \approx 1{,}5 \rightarrow W_1 \approx 3{,}0$ mm

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2 \cdot \sqrt{1 + 12 \cdot \frac{h}{W}}} \rightarrow \varepsilon_{ef1} = \frac{4+1}{2} + \frac{4-1}{2 \cdot \sqrt{1 + 12 \cdot \frac{2}{3}}} = 3{,}0$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^{10}}{1\cdot 10^{9}} = 30\text{ cm} \rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} = \frac{30}{\sqrt{3,0}} = \mathbf{17,32\ cm} \rightarrow l = \frac{\lambda_g}{3} = \mathbf{5,77\ cm}$$

- Linha de transmissão 2: $Z_0 = 30\ \Omega$ e $l = \lambda_g/5$

Do gráfico Z_0 x W/h, $Z_0 = 30\ \Omega \rightarrow \frac{W}{h} \approx 4,3 \rightarrow W_2 \approx 8,6\text{ mm}$

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2\cdot\sqrt{1+12\cdot\frac{h}{W}}} \rightarrow \varepsilon_{ef2} = \frac{4+1}{2} + \frac{4-1}{2\cdot\sqrt{1+12\cdot\frac{2}{8,6}}} = 3,27$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^{10}}{1\cdot 10^{9}} = 30\text{ cm} \rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} = \frac{30}{\sqrt{3,27}} = 16,59\text{ cm} \rightarrow l_2 = \frac{\lambda_g}{5} = 3,31\text{ cm}$$

- Linha de transmissão 3: $Z_0 = 90\ \Omega$ e $l = \lambda_g/2$

Do gráfico Z_0 x W/h, $Z_0 = 90\ \Omega \rightarrow \frac{W}{h} \approx 0,62 \rightarrow W_3 \approx 1,24\text{ mm}$

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2\cdot\sqrt{1+12\cdot\frac{h}{W}}} \rightarrow \varepsilon_{ef3} = \frac{4+1}{2} + \frac{4-1}{2\cdot\sqrt{1+12\cdot\frac{2}{1,24}}} = 2,83$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^{10}}{1\cdot 10^{9}} = 30\text{ cm} \rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} = \frac{30}{\sqrt{2,83}} = 17,83\text{ cm} \rightarrow l_3 = \frac{\lambda_g}{2} = 8,91\text{ cm}$$

10ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (4 pontos)

- Primeiro modo: Modo TE_{11}

Como a = 2 cm e p'_{11}=1,841, tem-se

$$f_c = \frac{v}{2\pi \cdot a} \cdot p'_{11} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi \cdot 2} \cdot 1,841 = 4,395 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

- Segundo modo: Modo TM_{01}

Como a = 2 cm e p_{01}=2,405, tem-se

$$f_c = \frac{v}{2\pi \cdot a} \cdot p_{01} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi \cdot 2} \cdot 2,405 = 5,742 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

- Terceiro modo: Modo TE_{21}

Como a = 2 cm e p'_{21}=3,054, tem-se

$$f_c = \frac{v}{2\pi \cdot a} \cdot p'_{21} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi \cdot 2} \cdot 3,054 = 7,291 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

- Quarto modo: Modos TE_{01} e/ou TM_{11} (as duas soluções serão aceitas)

Como a = 2 cm e $p'_{01}= p_{11}$=3,832, tem-se

$$f_c = \frac{v}{2\pi \cdot a} \cdot p'_{01} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi \cdot 2} \cdot 3,832 = 9,148 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

$$f_c = \frac{v}{2\pi \cdot a} \cdot p_{11} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi \cdot 2} \cdot 3,832 = 9,148 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

b) (1 ponto)

A faixa de frequência recomendada para operação do guia: de $4,395.10^9$ a $5,742.10^9$ Hz.

Justificativa: é a faixa de frequência em que se propaga um único modo nesse guia de ondas.

c) (3 pontos)

- Modo TM01, em 6 GHz = 6.10^9 Hz.

$$k_c = \frac{p_{01}}{a} = \frac{2,405}{2} = 1,202 \text{ cm}^{-1}$$

$$k = \omega\sqrt{\mu \cdot \varepsilon} = 2 \cdot \pi.6.10^9 \sqrt{4 \cdot \pi.10^{-9}.8,854.10^{-14}} = 1,257 \text{ cm}^{-1}$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{1,257^2 - 1,202^2} = 0,315 \text{ cm}^{-1} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0,315} = 19,94 \text{ cm}$$

$$0,8 \cdot E_0 = E_0 \cdot e^{-\alpha.\square} \rightarrow e^{-\alpha.} = 0,8 \rightarrow e^{\alpha.} = 1,2$$

Logo $\alpha = \ln(1,2) = 0,223\ m^{-1}$