MARINHA DO BRASIL

SERVIÇO DE SELEÇÃO DO PESSOAL DA MARINHA

GABARITO DESENVOLVIDO

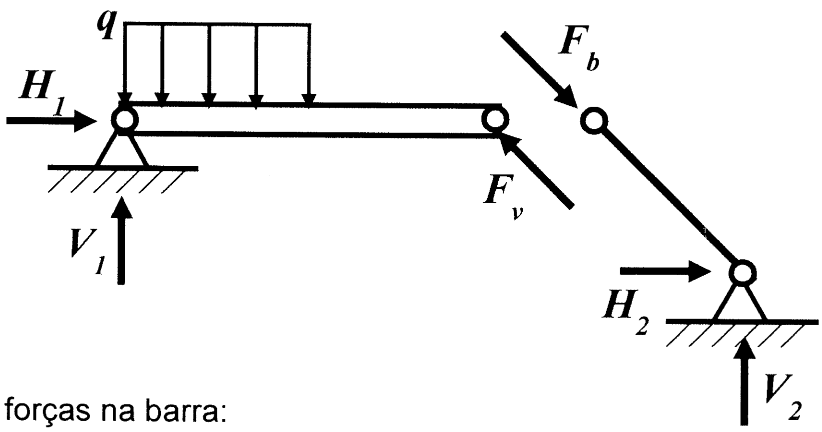
CP-CEM/ 2021 ENGENHARIA MECÂNICA-AERONÁTICA

1ª QUESTÃO (8 pontos)

a) a. (4 pontos)

1. A figura abaixo mostra as reações de apoio e o par ação e reação entre a viga e a barra. A barra transmite apenas esforços axiais, portanto a força Fb é ao longo da direção da barra. Ou seja, inclinada a 45º.

Os componentes da força $F_b$ são:
$$F_{bH} = F_b \cos(45°)$$
$$F_{bv} = -F_b \sin(45°)$$




Por equilíbrio de forças na barra:

$$H_2 = -F_{bH} = -\frac{\sqrt{2}}{2}F_b$$
$$V_2 = F_{bv} = \frac{\sqrt{2}}{2}F_b$$

A força $F_v$ tem componentes:
$$F_{vH} = -F_b \cos(45°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}F_b$$
$$F_{vV} = F_v \sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}F_v$$

Equilíbrio de momentos da viga em trono do apoio:

$$-\int_0^{L/2} qxdx + F_{vV}L = 0 \Rightarrow F_{vV}L = q\frac{x^2}{2}\Big|_0^{L/2} = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow F_{vV} = \frac{qL}{8}$$

$$F_{vH} = -F_{vV} = -\frac{qL}{8}$$

$$F_{bH} = -F_{vH} = \frac{qL}{8}$$

Equilíbrio de forças na viga:

$$H_1 + F_{vH} = 0 \Rightarrow H_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}F_v = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2}}{8}qL = \frac{ql}{8}$$

$$V_1 - \int_0^{L/2} qdx + F_{vV} = 0 \Rightarrow V_1 - \frac{qL}{2} + \frac{qL}{8} = 0 \Rightarrow V_1 = \frac{qL}{2} - \frac{qL}{8} = \frac{4qL}{8} - \frac{qL}{8} = \frac{3}{8}qL$$

$$H_2 = F_{bH} = -\frac{ql}{8}$$

$$V_2 = -F_{bV} = \frac{qL}{8}$$

$$|F_b| = |F_v| = \frac{\sqrt{2}}{8}ql$$

b) (4 pontos) Momento fletor na viga:

$$M(x) = -V_1x + \int_0^x qxdx = -\frac{3}{8}qLx + \frac{qx^2}{2} = \frac{1}{2}qL^2\left(-\frac{3}{4}\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right) \text{ para } 0 \le x \le L/2.$$

$$M(x) = -V_1x + \frac{qL}{2}\left(x - \frac{L}{4}\right) = -\frac{3qL}{8}x + \frac{qL}{2}x - \frac{qL^2}{8} = \frac{qL^2}{8}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \text{ para } L/2 \le x \le L.$$

$$V(x) = V_1 - \int_0^x qdx = \frac{3}{8}qL - qx = qL\left(\frac{3}{8} - \frac{x}{L}\right) \text{ para } 0 \le x \le L/2.$$

$$V(x) = V_1 - \int_0^{L/2} qdx = \frac{3}{8}qL - \frac{1}{2}qL = qL\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}qL \text{ para } L/2 \le x \le L.$$

Esforço axial na viga:

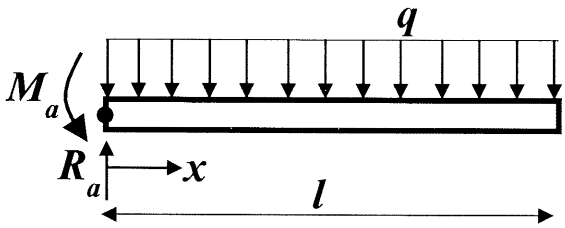
$$H(x) = H_1 = \frac{1}{8}qL \quad 0 \le x \le L.$$

2ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (2 pontos)

Determine as reações de apoio e distribuição de momentos ao longo da viga;

Diagrama de corpo livre:

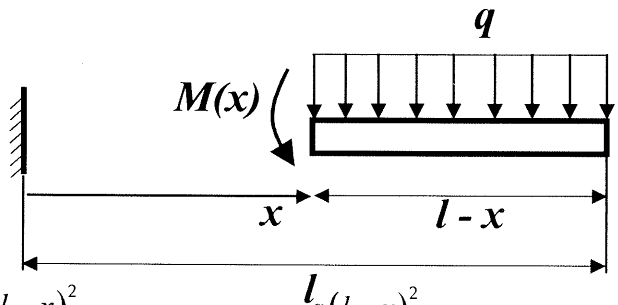



Equilíbrio de forças: $R_a - qL = 0 \;\Rightarrow\; R_a = qL$

Equilíbrio de momentos em torno do ponto $x = 0$:

$$M_a - \frac{qL^2}{2} = 0 \;\Rightarrow\; M_a = \frac{qL^2}{2}$$

Equilíbrio de momentos em torno do ponto $x$:




$$M(x) - \frac{q(l-x)^2}{2} = 0 \;\Rightarrow\; M(x) = \frac{q(l-x)^2}{2}$$

b) (4 pontos)

Determine a linha elástica v(x) da viga ao longo da direção y;

Equação de equilíbrio:

$$EI\frac{d^2v(x)}{dx^2} = -M(x) = -\frac{q(l-x)^2}{2} = -\frac{q\left(l^2 - 2lx + x^2\right)}{2}$$

sujeito a $v(0) = 0$ e $\frac{dv(0)}{dx} = 0$

Portanto: $\frac{dv(x)}{dx} = -\frac{q}{2EI}\left(l^2x - lx^2 + \frac{x^3}{3}\right) + C_1$ mas: $\frac{dv(0)}{dx} = 0 \;\Rightarrow\; C_1 = 0$

Simplificando: $\frac{dv(x)}{dx} = -\frac{ql^3}{6EI}\left(3\frac{x}{l} - 3\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)$

Então: $v(x) = -\frac{ql^3}{6EI}\left(\frac{3}{2}\frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2} + \frac{1}{4}\frac{x^4}{l^3}\right) + C_2$ mas $v(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

Portanto: $v(x) = -\frac{ql^4}{24EI}\left(6\frac{x^2}{l^2} - 4\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right)$

c) (2 pontos)

Determine o momento e deflexão máxima da viga

A deflexão máxima na viga ocorre para x = l:

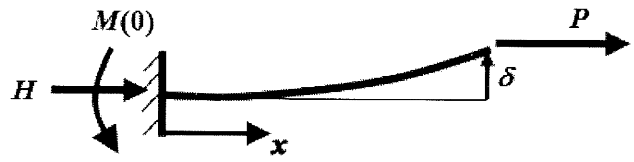
$$v_{\max} = v(l) = -\frac{ql^4}{8EI}$$

3ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (1 ponto)

Calcule a distribuição de momentos na viga na condição deformada;

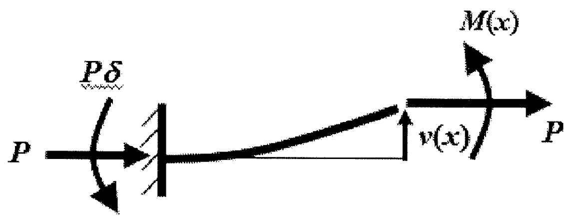
Reações de apoio:




$H = -P$

$M(0) = -P\delta$

Distribuição de momentos:




Equilíbrio de momentos no ponto $x = 0$: $M(x) - Pv(x) + P\delta = 0$

Distribuição de momentos: $M(x) = Pv(x) - P\delta$

Entretanto, a carga $P$ tem o sinal negativo. Para tratar com números positivos, vamos considerar a carga $P$ como positiva mas invertendo o sinal nas equações, ou seja, definindo $\overline{P} = -P$ então $\overline{P} \geq 0$.

Portanto: $M(x) = -\overline{P}v(x) + \overline{P}\delta$

b) (2 pontos)

Equação diferencial e condições de contorno:

Equação diferencial: $EI\dfrac{d^2v(x)}{dx^2} + \overline{P}v(x) = \overline{P}\delta$

Normalização da equação diferencial: $\dfrac{d^2v(x)}{dx^2} + k^2v(x) = k^2\delta$ onde $k^2 = \dfrac{\overline{P}}{EI}$

Condições de contorno:

$\begin{matrix} v(0)=0 \\ v'(0)=0 \end{matrix}$ em $x = 0$ e $\begin{matrix} v(l)=\delta \\ v''(l)=0 \end{matrix}$ em $x = l$

c) (1 ponto)

Solução da equação diferencial:

Solução particular: $v(x)=\delta$

Solução homogênea: $v(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$

Solução geral: $v(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx) + \delta$

Aplicação das condições de contorno:

Condição $v'(0)=0$: $v'(0) = kA\cos(0) = kA = 0 \Rightarrow A = 0$ porque $k \neq 0$.

Portanto: $v(x) = B\cos(kx) + \delta$

Condição $v(0)=0$: $v(0) = B\cos(0) + \delta = B + \delta = 0 \Rightarrow B = -\delta$

Portanto: $v(x) = \delta(1-\cos(kx))$

Condição $v(l)=\delta$: $v(l) = \delta(1-\cos(kl)) = \delta \Rightarrow \cos(kl) = 0$

Condição $v''(l) = 0$: $v''(l) = \delta k^2 \cos(kl) = \frac{M(l)}{EI} = 0 \Rightarrow \cos(kl) = 0$ porque $k \neq 0$.

d) (2 pontos)

Autovalores da equação

A solução é: $v(x) = \delta(1-\cos(kx))$ onde $\cos(kl) = 0$

Portanto os autovalores são calculados para a condição: $\cos(kl) = 0$

Nesse caso: $kl = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad n = 1,2,3\ldots$

e) (2 pontos)

Carga crítica é o menor autovalor, portanto para n = 1:

$kl = \frac{\pi}{2}$ onde $k^2 = \frac{\overline{P}}{EI}$. Portanto: $k^2 l^2 = \frac{\overline{P} l^2}{EI} = \frac{\pi^2}{4}$

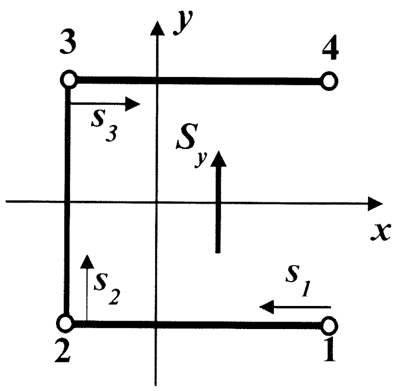
Resultando: $\overline{P}_{crit} = \frac{\pi^2}{4} \frac{EI}{l^2}$

4ª QUESTÃO (8 pontos)

Como a seção é simétrica em relação ao eixo x e Sx = 0 então:

$$q(s) = -\frac{S_x}{I_{yy}}\int_0^s txds - \frac{S_y}{I_{xx}}\int_0^s tyds = -\frac{S_y}{I_{xx}}\int_0^s tyds =$$

A figura abaixo mostra a seção dividida em três segmentos separados pelos pontos 1, 2, 3 e 4:




Em cada segmento $ij$, o fluxo de cisalhamento será definido como $q_{ij}(s_i)$. Em cada segmento o valor de $y$ é:

Segmento 12: $y(s_1) = -\frac{h}{2}$

Segmento 23: $y(s_2) = s_2 - \frac{h}{2}$

Segmento 34: $y(s_3) = \frac{h}{2}$

**Cálculos de $q_{ij}$**

$$I_{xx} = (bt)\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \frac{th^3}{12} + (bt)\left(\frac{h}{2}\right)^2 = 2\frac{bth^2}{4} + \frac{th^3}{12} = \frac{th^3}{12}\left(1 + 6\frac{b}{h}\right)$$

$$q(s) = -\frac{S_y}{I_{xx}}\int_0^s tyds = -\frac{S_y}{\frac{th^3}{12}\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^s tyds = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^s yds$$

**Cálculo de $q_{12}$:**

$$q_{12}(s_1) = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^{s_1} y ds_1 = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^{s_1}\left(-\frac{h}{2}\right)ds_1$$

$$q_{12}(s_1=0)=0$$

$$q_{12}(s_1) = \frac{6S_y}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)}s_1$$ Portanto: $$q_2 = q_{12}(s_1=b) = \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)}$$

**Cálculo de $q_{23}$:**

$$q_{23}(s_2) = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^{s_2} y ds_2 + q_2 = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^{s_2}\left(s_2-\frac{h}{2}\right)ds_2 + \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)}$$

$$q_{23}(s_2) = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\left(\frac{s_2^2}{2}-\frac{hs_2}{2}\right) + \frac{6S_y b}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)} = \frac{6S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\left(-s_2^2+hs_2\right) + \frac{6S_y hb}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}$$

$$q_{23}(s_2) = \frac{6S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\left(-s_2^2+hs_2+hb\right)$$ Portanto:

$$q_{23}(s_2=0) = \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)} = q_2$$

$$q_3 = q_{23}(s_2=h) = \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)} = q_2$$

**Cálculo de $q_{34}$:**

$$q_{34}(s_3) = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^{s_3} y ds_1 + q_3 = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\int_0^{s_1}\left(\frac{h}{2}\right)ds_3 + \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)}$$

$$q_{34}(s_3) = -\frac{12S_y}{h^3\left(1+6\frac{b}{h}\right)}\frac{h}{2}s_3 + \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)} = -\frac{6S_y s_3}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)} + \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)}$$

$$q_{34}(s_3) = \frac{6S_y(b-s_3)}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)}$$ Portanto:

$$q_{34}(s_3=0) = \frac{6S_y b}{h^2\left(1+6\frac{b}{h}\right)} = q_2$$

$$q_4 = q_{34}(s_3=b) = 0$$

5ª QUESTÃO (8 pontos)

(8 pontos)

Assume-se que o corpo de prova falha após o final do quarto estágio. Portanto, pela regra de Miner-Palmgren:

$$P\left[\frac{200}{10000}+\frac{250}{100000}+\frac{400}{150000}+\frac{550}{200000}\right]=1$$

Portanto: $0,027916P=1$

Resulta: $P=35,82$

O número total de ciclos nos quatro estágios é de 1400. Para uma taxa de carregamento de 80 ciclos/hora o número médio de ciclos/hora para os quatros estágios é:

$$.\ C_h=\frac{1400}{80}\ \frac{Ciclos}{Ciclo/hora}=17{,}5\ hora$$

Portanto a vida esperada para a amostra é:

$T=C_hP=(17,5)(35,82)$ horas

$T=626,9$ horas

6ª QUESTÃO (8 pontos)

$$Cl_{3D} = \frac{Peso}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} = 0,842$$

$RA = 9$

$$Cl_{2D} = CL_{3D}\left(1 + \frac{2}{RA}\right) = 1,029$$

$$\alpha = CL_{2D} - \frac{0,3}{2\pi} = 0,116 rad = 6,65^o$$

$$\alpha = \frac{Cl|\alpha - Cl|\alpha=0}{\frac{dCl}{d\alpha}} = \frac{1,029 - 0,3}{2\pi} = 0,116\, rad$$

7ª QUESTÃO (8 pontos)

a) A separação da camada limite é causado por um gradiente adverso de pressão (3 pontos)

b) (5 pontos)

1- geração de turbulência – desloca fluido com alta quantidade de movimento para próximo da superfície dificultando a formação de escoamento reverso

2- Controle do gradiente de pressão – a redução do gradiente adverso de pressão, por projeto do aerofólio, permite retardar o ponto de separação

3- sucção através da superfície – esta técnica remove fluido com baixa quantidade de movimento que é substituido por fluido com maior quantidade de movimento

outras possibilidades

4- jato tangencial a superfície – aumenta a quantidade de movimento do fluido próximo à superfície

5- Movimento da superfície – com a superfície em movimento se reduz os efeito de camada limite, ou se aumenta a quantidade do movimento do fluido próximo a superfície.

8ª QUESTÃO (8 pontos)

a) (3 pontos)

$$\frac{dy}{dx} = -0{,}1(2x-1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$Y_{max} = |-0{,}1 * (x-1)| = \left|+0{,}01 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}\right| = +0{,}025$$

b) (3 pontos)

azul – original

preto – solução

A aerofólio deve ter o mesmo valor de câmber, mas o ponto máximo da linha de câmber deve ser mais próximo do bordo de ataque

c) É necessário ter um "reflex" próximo ao bordo de fuga (2 pontos)

**9ª QUESTÃO (8 pontos)**

a) A turboprop; B turbofan; C turbojato. (2 pontos)

b) O empuxo total de um motor turbofan é produzido pelo fluxo de ar frio impelido pelo fan (ou hélice múltipla) e pelo fluxo de gás quente que sai pela turbina. (2 pontos)

c) A classificação em alta ou baixa derivação está relacionada à razão entre a massa de ar quente e frio que passa pelo motor. Um motor turbofan de alta derivação tem grande quantidade de ar frio, impelido pelo fan, que não passa pela turbina. Um motor de baixa derivação tem baixa razão de massa de ar frio em relação à exaustão de ar quente. (2 pontos)

d) Um motor turbofan produz maior empuxo estático que um motor turbojato. Isto é causado pela grande quantidade de movimento impelida pelo fan ao fluxo de ar frio (que não passa pelo circuito de combustão) mesmo quando a aeronave ainda não desenvolveu alta velocidade. (2 pontos)

**QUESTÃO 10 (8 pontos)**

a) O número de Strouhal é definido por $St = \frac{f_s D}{U}$, onde $f_s$ é a frequência de emissão de vórtices. Nas condições do enunciado, $f_s = \frac{St\,U}{D} = \frac{0{,}2\;50}{0{,}1} = 100\ \mathrm{Hz}$. (3 pontos)

b) Para o sistema dinâmico não amortecido de um grau de liberdade, a frequência natural é definida por $f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$. Como a densidade do alumínio é muito maior que a densidade do ar, a massa adicional de ar pode ser desprezada. A máxima amplitude de resposta se dará na ressonância da frequência de emissão de vórtices com a frequência natural do sistema. Portanto, fazendo $f_s = f_n$ resulta em $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{St\,U}{D}$.

Assim, $k = \frac{4\,\pi^2\,m\,U^2\,St^2}{D^2} = \frac{4\,\pi^2 \times 10 \times 50^2 \times 0{,}2^2}{0{,}1^2} \approx 3{,}9 \times 10^6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

(5 pontos)