Modelos Matemáticos para o Planejamento Estratégico em Logística

Roberto Diéguez Galvão

Programa de Engenharia de Produção
COPPE/UFRJ

SPOLM'2004 (Dez. 2004)

Tópicos Abordados

- Introdução
- Logística Empresarial
- Problemas Estratégicos, Táticos e Operacionais
- Métodos Quantitativos em Logística
- Localização de Instalações
- Problemas de Distribuição

Introdução

Ambiente Competitivo

Aumentar Eficiência

Estratégia

Reduzir Custos

Agregar Valor

Focar no Cliente

↓

Logística

↓

Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos

Definições de Logística

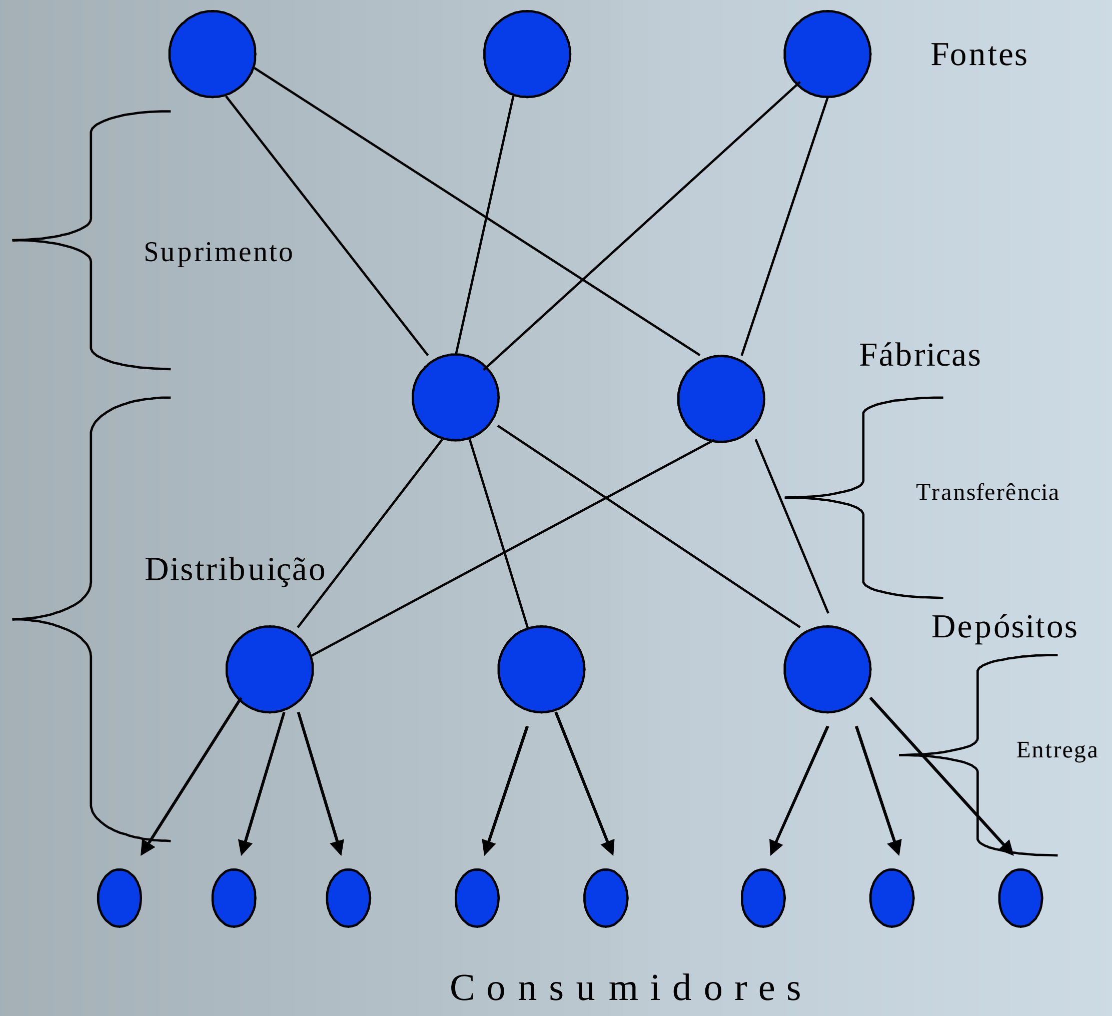
- É o ramo da ciência militar relacionado à obtenção, manutenção e transporte de material, pessoas e facilidades (Dicionário *Webster*, 1993).

- É o processo de planejar, implementar e controlar o fluxo e a armazenagem, **a custos competitivos**, de matérias primas, produtos intermediários, produtos acabados e informação, do ponto de origem ao ponto de consumo (ponto de utilização), **com o objetivo de atender às necessidades do cliente** (*Council of Logistics Management*, 1962).

Missão da Logística

A missão da Logística é colocar as mercadorias e serviços desejados no local apropriado, no instante correto e ***nas condições desejadas pelo cliente***, **da forma mais eficiente possível para a empresa**.

Exemplo de um Sistema Logístico



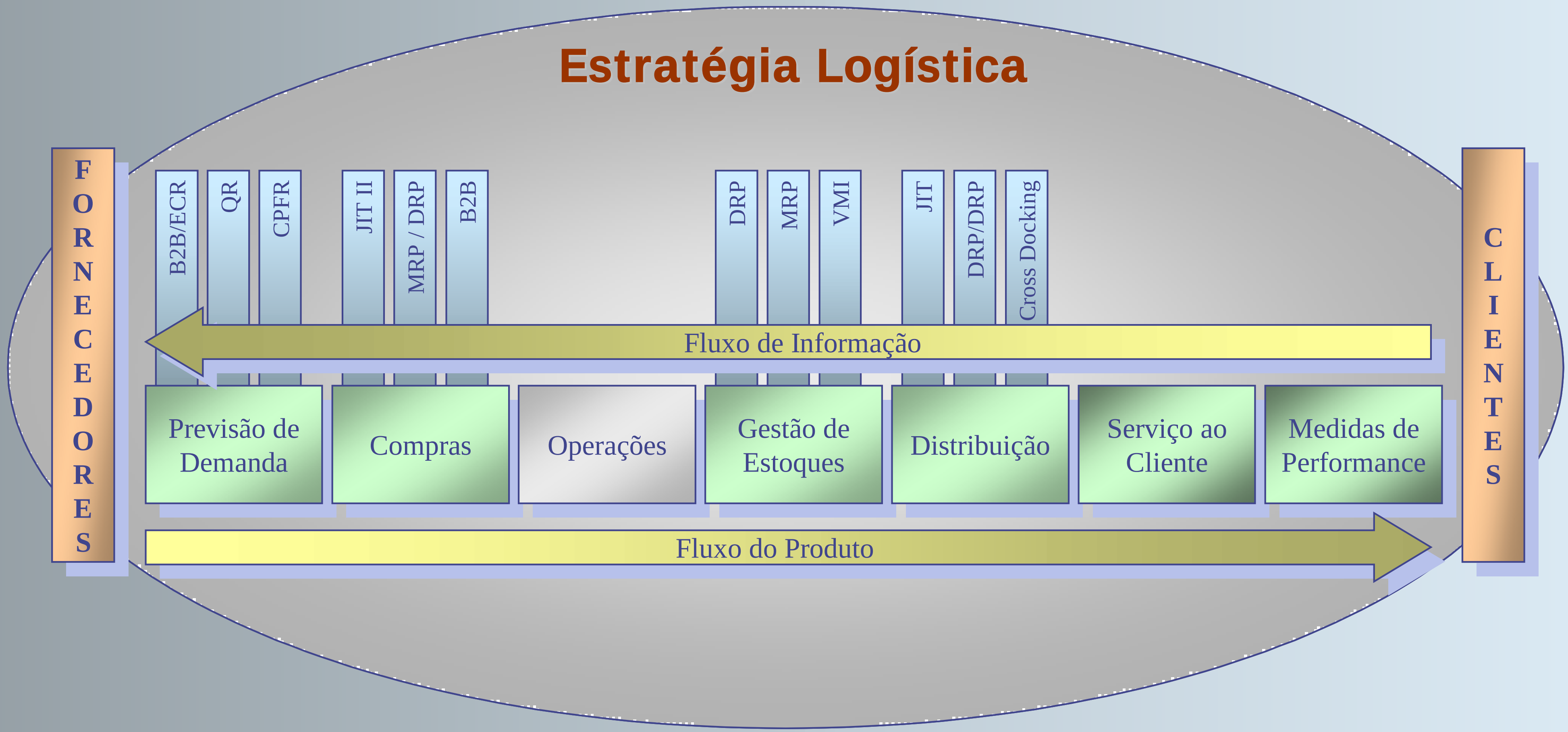
Logística Empresarial

- É uma área de estudos relativamente nova, se comparada com áreas tradicionais como finanças, *marketing* e produção.

- Empresas tradicionalmente se ocupam, há muito tempo, das atividades de transporte e estocagem de mercadorias.

- A novidade trazida pela *Logística Empresarial* é o conceito do Gerenciamento Coordenado dessas atividades.

Modelo de Logística Empresarial



Atividades-Chave em Logística: Problemas Estratégicos

- Níveis de serviço para os clientes
- **Localização de Fábricas e Depósitos**
- Gerência de Estoques
- **Transporte**
  - Seleção do modo e serviço de transporte
  - Número e tamanho dos veículos
  - **Roteamento de veículos**

Atividades de Apoio em Logística: Problemas Táticos e Operacionais

- Armazenamento
  - **Lay-out de facilidades**
- Manuseio de Materiais
- Compras
- Empacotamento
- Manutenção do Sistema de Informações

Projeto de um Sistema Logístico

Níveis de Serviço ao Cliente

Decisões sobre Localização

Número, tamanho e localização das instalações.
Posicionamento dos estoques na cadeia de suprimentos.
Alocação de instalações a pontos de suprimentos e demanda.
Armazéns próprios ou de terceiros.

Decisões sobre Transporte

Definição dos modais de transporte.
Programação e roteamento de veículos.
Consolidação dos embarques.
Tamanho da frota.

Decisões sobre Estoque

Definição do giro dos itens
Definição dos níveis de estoque de segurança
Estratégia puxada ou empurrada
Seleção de métodos de controle

Técnicas de Solução

- Métodos Exatos (Soluções Ótimas)
  - Programação Linear (PL)
  - Programação Inteira (PI)
  - Outros métodos para a solução de problemas de otimização combinatória
- Métodos Heurísticos (Soluções Aproximadas)
  - Métodos apropriados a problemas específicos
  - Métodos análogos a processos físicos/da natureza; Metaheurísticas:
    - ✓ *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos; Busca Tabu; Busca Dispersa

Ferramentas Utilizadas

- "Pacotes" computacionais desenvolvidos para uso comercial:
  - CPLEX, LINDO (Programação Linear, Inteira, Quadrática)
  - MINOS (Programação Não-Linear)

- Códigos computacionais desenvolvidos para problemas específicos
  - Desenvolvidos em universidades e centros de pesquisa
  - Desenvolvidos em empresas de grande porte

A Localização em Sistemas Logísticos

- Aplicações nos Setores Público e Privado
- No Setor Público
  - Localização de Escolas, Hospitais
  - Localização de Serviços de Emergência
- No Setor Privado
  - Localização de Fábricas (quantas, onde?)
  - Localização de Depósitos de Distribuição (idem)
  - Determinação de Áreas de Influência
- Uso de Modelos Matemáticos para Redução de Custos

Localização de Instalações

- Decisões de localização envolvem determinar :
  - Quantas facilidades (fábricas, depósitos, armazéns, centros de serviço) deve a companhia possuir ?
  - De que tamanho e onde devem estar elas localizados ?
  - De tal forma a se alcançar o nível de serviço desejado ao menor custo de distribuição.

- Abordagens
  - Modelado como um problema de programação matemática;
  - Usando heurísticas e meta-heurísticas;
  - Através de estudos de cenários.

Perspectiva Histórica

- Precursor: A. Weber, 1909
  - Localização de um centro de distribuição com o objetivo de minimizar as distâncias ponderadas (pelo peso/volume transportado) percorridas em relação a duas fontes de matéria prima e um mercado consumidor.
  - Custos de transporte lineares com a distância e com o peso transportado.

Fatores que Influenciam a Localização

- Proximidade (Custo Logístico);
- Oferta de mão-de-obra (e produtividade);
- Disponibilidade de insumos (energia, transporte, comunicação, água, solo);
- Disponibilidade de financiamentos;
- Tamanho do mercado local;
- Fatores políticos, legais, ambientais e sociais.

Modelos Matemáticos de Localização

- Recebem atenção de economistas, geógrafos, profissionais da Pesquisa Operacional (PO).

- Enfoque varia de acordo com a origem profissional:
  - Enfoque macroeconômico: Economistas, Geógrafos;
  - Enfoque microeconômico: Modelos Normativos (PO).

Modelos Normativos

- *Enfoque*: Suprimento de dada área geográfica a partir de centros de distribuição de mercadorias ou serviços.
- *Objetivo*: Determinar número e localização de centros supridores de clientes e respectivas áreas de influência, minimizando custos ou maximizando o lucro, respeitadas restrições operacionais.
- Necessário o uso de técnicas e ferramentas sofisticadas para a solução dos modelos matemáticos.
- Avanço das tecnologias computacionais vem permitindo o desenvolvimento de sistemas de fácil utilização pelo usuário leigo.

Exemplos de Modelos Normativos

- MODELOS MINISOMA
  - Minimizam distância total percorrida no sistema de distribuição (custo médio de entrega)

- MODELOS MINIMAX
  - Minimizam custo de entrega a clientes de localização menos favorecida

- MODELOS DE COBERTURA (EMERGÊNCIA)
  - Maximizam número de usuários que podem ser alcançados em tempo inferior a um valor crítico pré-determinado

Problemas Simples de Localização

- Centro
  - Centros de emergência - MIN -MAX
- Anticentro
  - Atividades indesejáveis - MAX-MIN
- Mediana
  - Centros de distribuição - MIN - SOMA

	1	2	3	4	5	6	7	8	Min +	Max +	S+
1	0	18	45	27	81	54	36	90	18	90	351
2	42	0	21	49	35	28	14	56	14	56	245
3	15	35	0	50	20	25	55	30	15	55	**230**
4	32	64	40	0	16	56	24	48	16	64	280
5	30	42	54	18	0	24	48	36	18	**54**	252
6	24	44	36	48	32	0	56	28	24	56	268
7	21	36	48	72	42	57	0	24	21	72	300
8	96	48	88	72	40	80	64	0	**40**	96	488
Min +	15	18	21	18	16	**24**	14	**24**			
Max +	96	64	88	72	81	80	**64**	90			
S +	**260**	287	332	336	266	324	297	312			

Modelos Minisoma: Problema das *p*-Medianas

- Encontrar a localização de *p* facilidades em uma rede de modo que o custo total seja minimizado. O custo de servir a demanda do cliente localizado no nó i é dado pelo produto da demanda do cliente i pela distância entre o nó i e a facilidade mais próxima a ele.

- Teorema (Hakimi, 1965): Pelo menos uma das soluções ótimas do problema das *p*-medianas consiste em localizar as *p* facilidades sobre os nós da rede.

Problema das *p*-Medianas: Formulação Matemática

$$Minimizar\,Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} h_i d_{ij} x_{ij}$$

$$sujeito\ a:$$

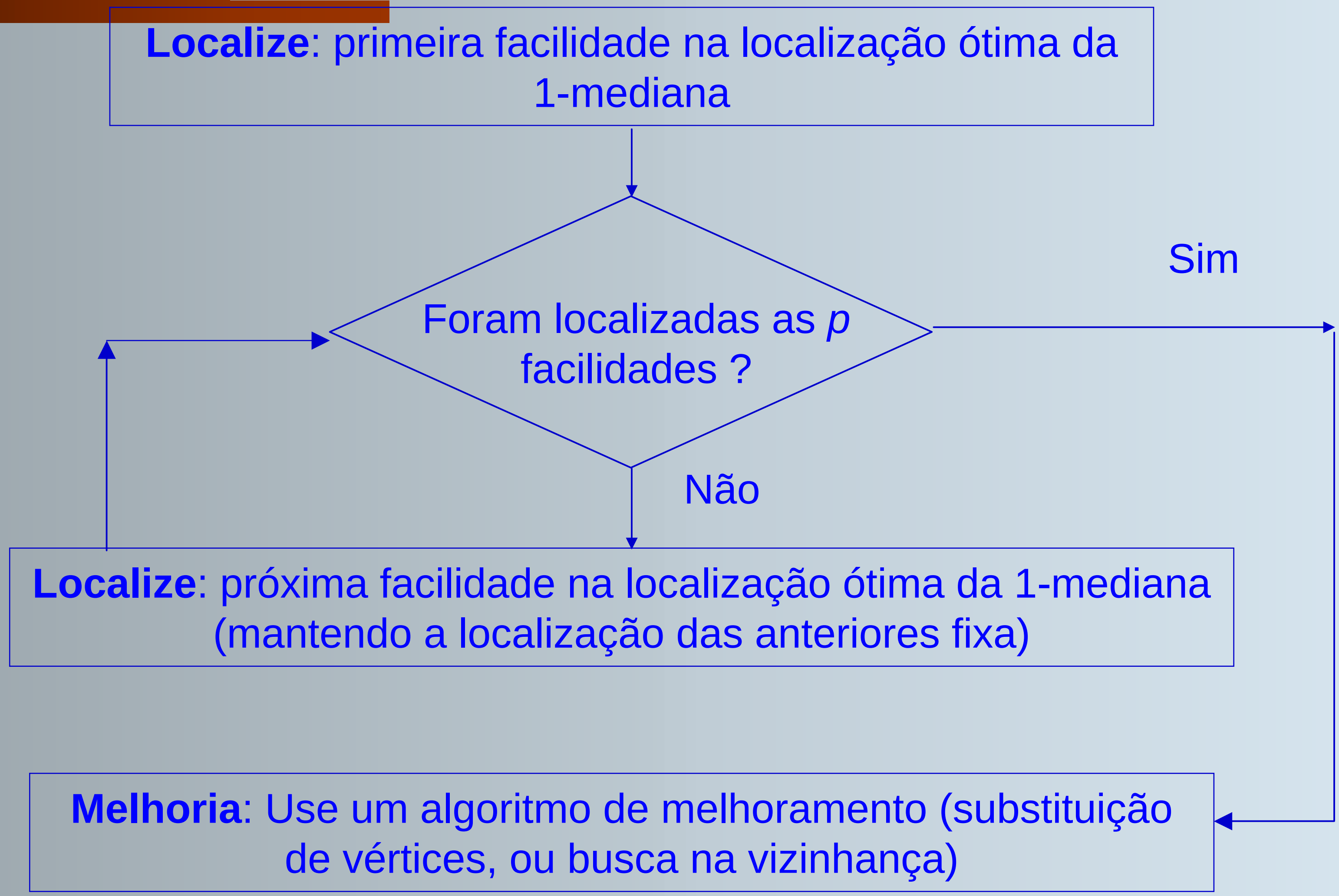
$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n}$$

$$\sum_{j=1}^{m} y_j = p,$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n};\ \ \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{m}$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n};\ \ \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{m}.$$

Problema das *p*-medianas – Heurística: Algoritmo Guloso com Melhoria



p-Medianas: Exemplo

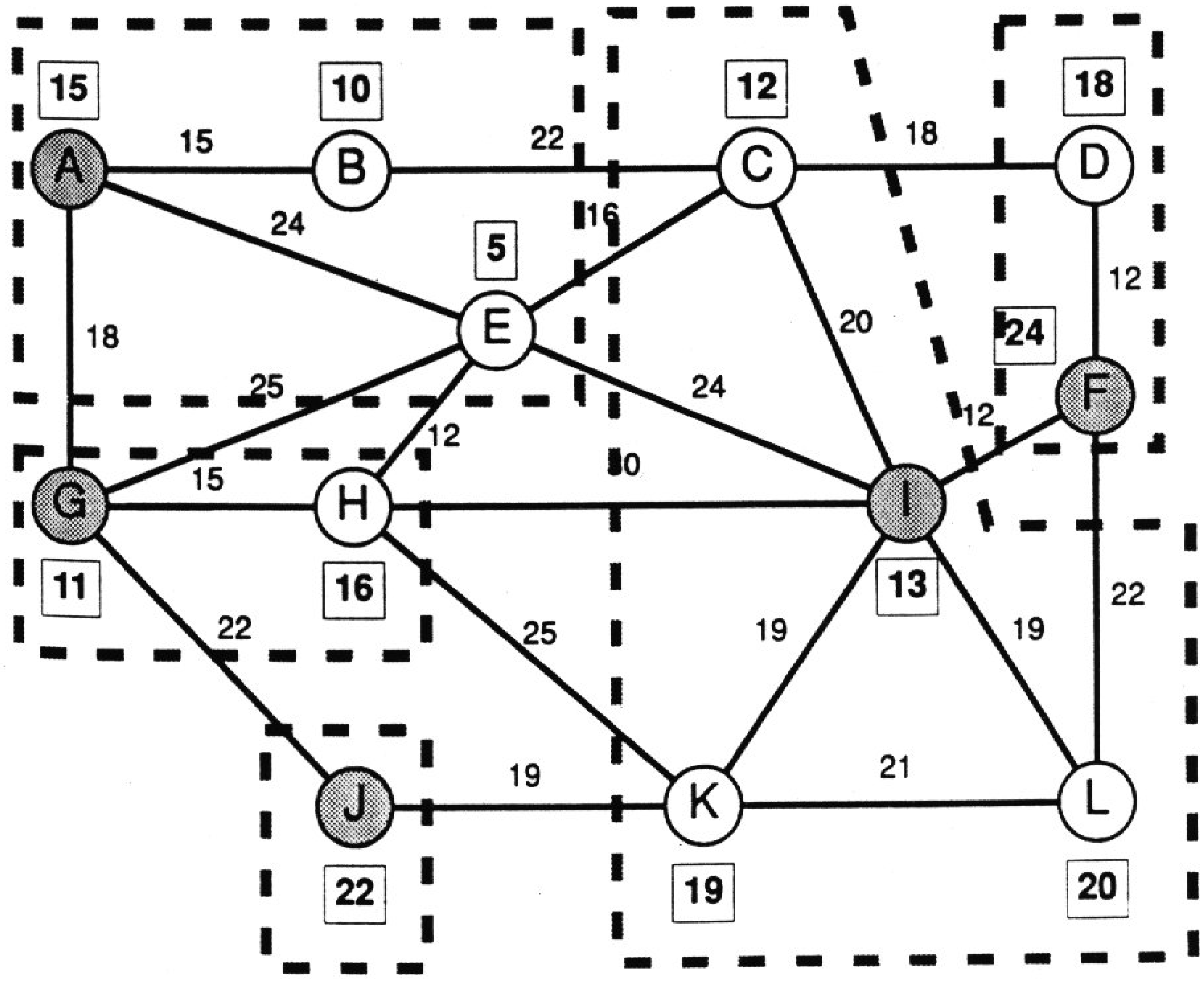


Figure 6.12. Neighborhoods associated with myopic 5-median solution for the network of Figure

p-Medianas: Solução Heurística

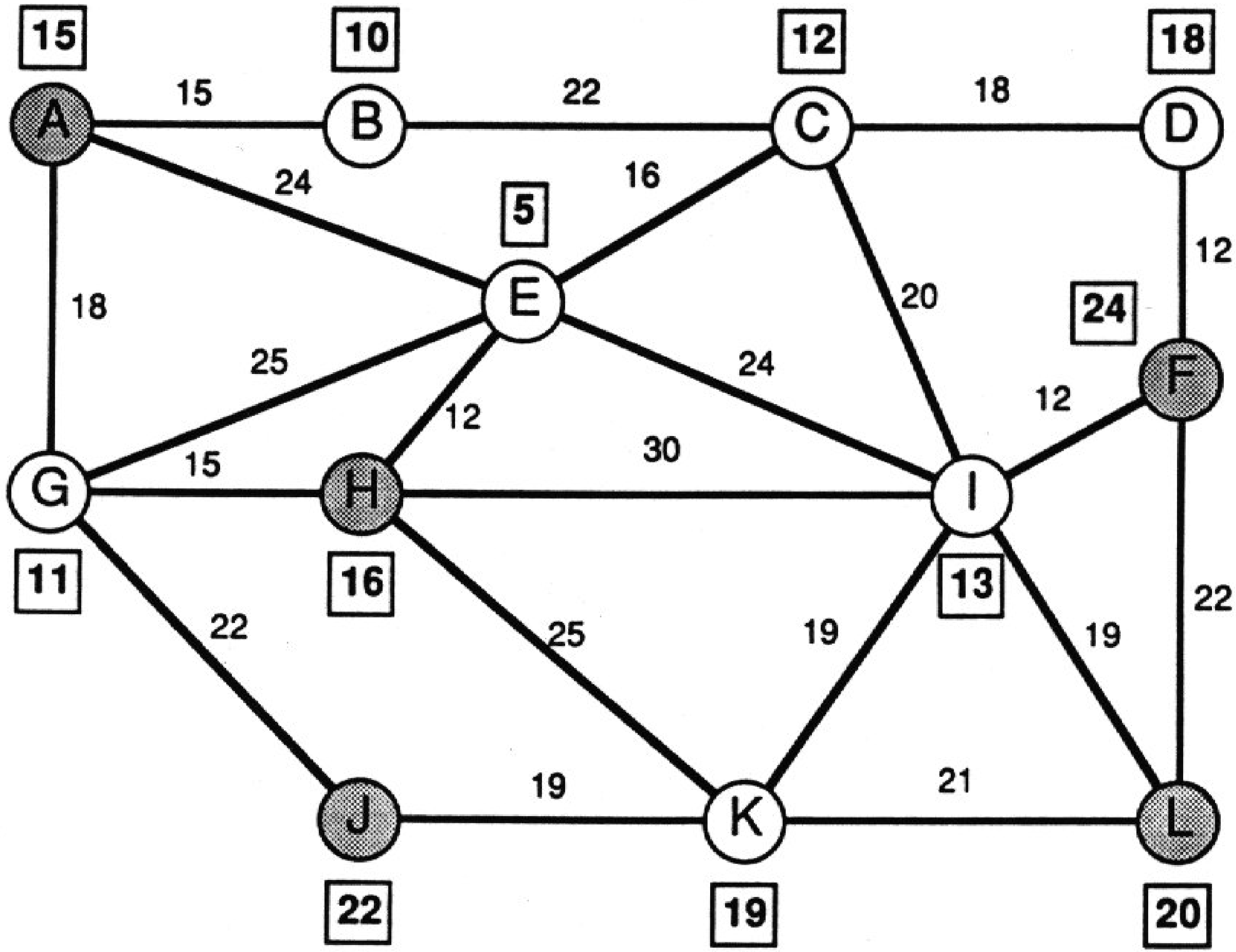


Figure 6.16. Solution after exchange algorithm.

Problema de Localização Capacitado: Formulação Matemática

$$Minimizar\, Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} v_j y_j$$

$$sujeito\ a:$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij} \le b_j, \qquad \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{m}$$

$$x_{ij} - y_j \le 0, \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n}; \ \ \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{m}$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \qquad \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n}; \ \ \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{m}.$$

Modelos de Localização MiniMax – Problema dos *p*-centros

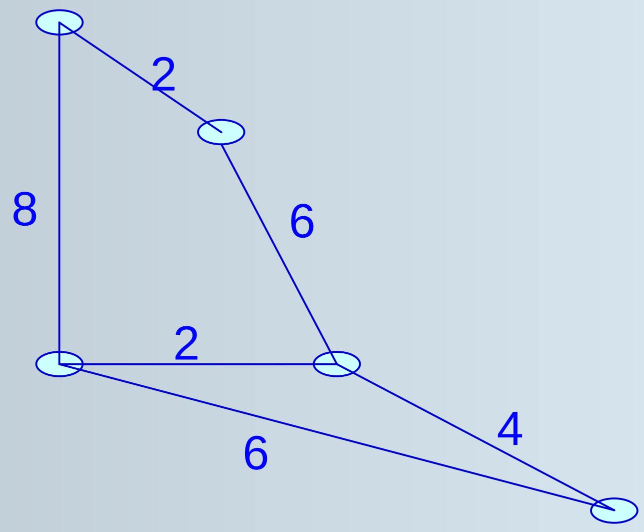
- Problema dos *p*-centros: minimizar a distância máxima do cliente (mais desfavorecido) a um dos p-centros.
- Problema inverso (Cobertura): achar o menor número de centros e sua localização de tal modo que todos os clientes estejam localizados a uma distância menor que uma distância crítica - pré-estabelecida de pelo menos um dos centros.
- Aplicações práticas: centros de atendimento de emergência

$$\underset{S_p}{Min}\left\{\underset{j\in J}{Max}\left\{v_j d\left(S_p, j\right)\right\}\right\}$$

onde

$$\left|S_p\right| = p$$

$$d\left(S_p, j\right) = \underset{i\in S_p}{Min}\left\{d\left(i, j\right)\right\}$$



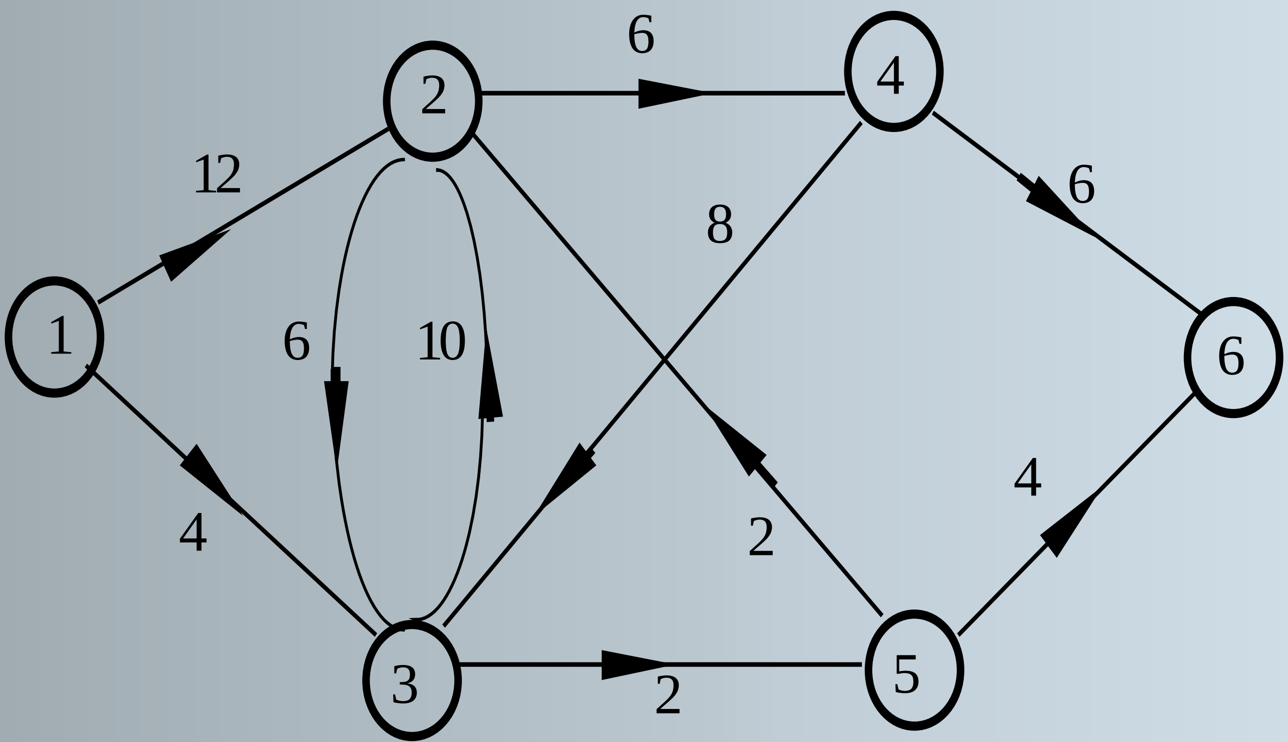
Problemas de Distribuição

- Objetivo
  - Encontrar o melhor caminho que um veículo deve percorrer através de uma rede de rodovias, ferrovias, hidrovias ou rotas aéreas.

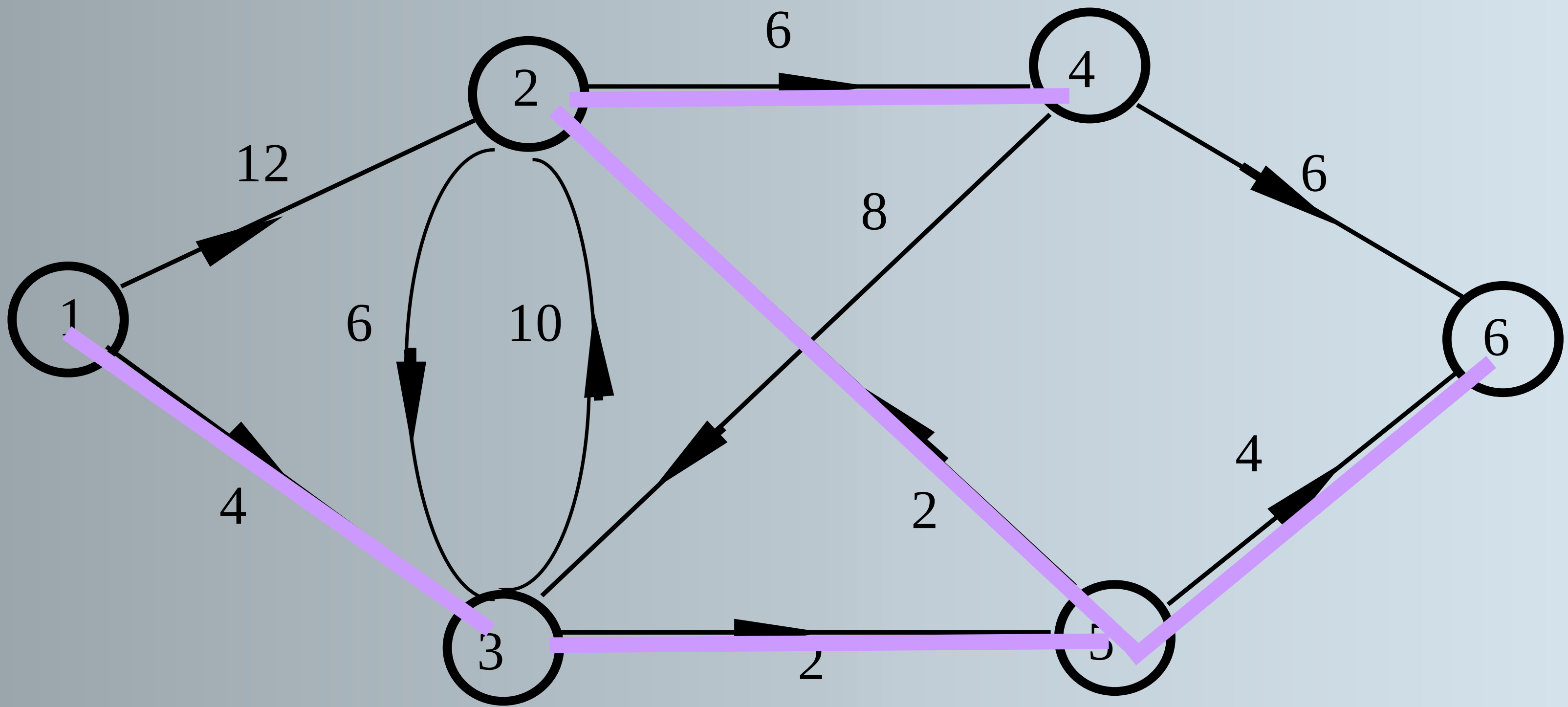
- Tipos de problemas
  - Uma única origem e um (ou vários) destinos diferentes
    - ✓ Problema do Caminho Mínimo
  - Várias origens e vários destinos diferentes
    - ✓ Problema do Transporte
  - Origem e destino final coincidentes
    - ✓ Problema do Caixeiro Viajante
    - ✓ Problema de Roteamento de Veículos

O Problema do Caminho Mínimo - PCM

- Uma distribuidora de jornais está se instalando na cidade 1 e gostaria de saber qual a menor distância até cada uma das cidades bem como os percursos correspondentes.



Solução do PCM



Problema do Caixeiro Viajante - PCV

- Seja um vendedor que tem que visitar *n* cidades. Ele começa na cidade 1 (cidade-base) e deve visitar cada uma das (*n*-*1*) cidades restantes apenas uma vez, retornando à cidade-base.

- O custo *cij* da viagem entre qualquer par de cidades é conhecido (matriz de custos [*cij*]). O problema consiste em obter uma rota através das *n* cidades que minimize o custo do trajeto total.

Progresso na Solução do PCV (Métodos Exatos)

Dantzig/Fulkerson/Johnson (1954)	42
Karg/Thompson (1964)	57
Held/Karp (1970)	64
Miliotis (1975)	90
Smith (1977)	60
Grötschel (1977)	120
Crowder/Padberg (1977)	318
Padberg/Rinaldi (1986)	532
Grötschel/Holand (1986)	666
P/R; G/H (1987)	1002
Padberg/Rinaldi (1987)	2392

PCV – Métodos Heurísticos de Solução

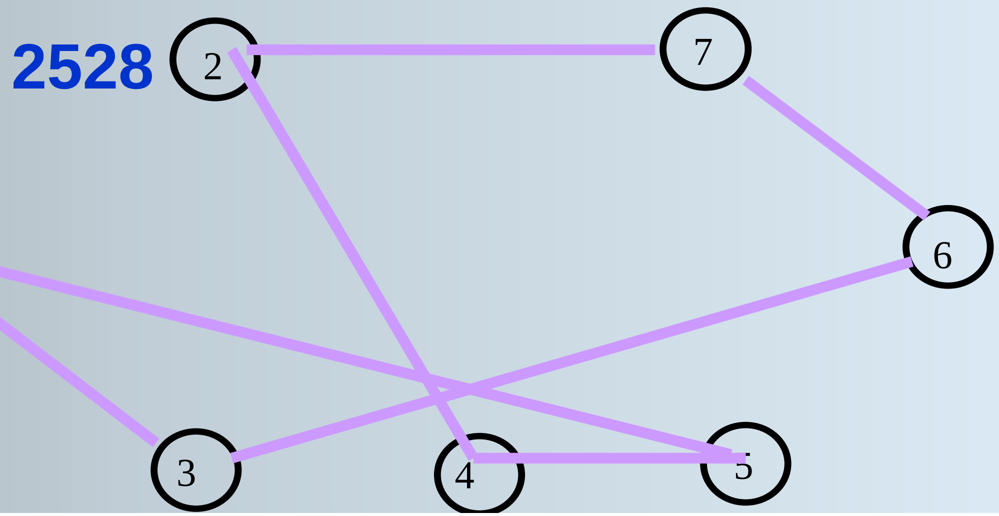
- Karp (1972) provou que o PCV é um problema NP-Completo. Nesse contexto torna-se importante o desenvolvimento de métodos heurísticos eficientes para a solução do problema.

- Métodos heurísticos para o PCV podem ser classificados em 4 classes:
  - Métodos de construção de rotas;
  - Métodos de melhoramento de rotas;
  - Procedimentos compostos;
  - Meta-heurísticas.

PCV - Heurística do vizinho mais próximo

- Começa-se de um vértice arbitrário e forma-se o circuito unindo-se sucessivamente, ao último vértice adicionado`a rota, seu vizinho mais próximo ainda não pertencente à mesma. É necessário evitar a formação de sub-rotas a cada passo do algoritmo.

Cidades	1	2	3	4	5	6	7
1	XXX	404	270	490	490	338	288
2	404	XXX	618	890	890	460	320
3	270	618	XXX	360	360	210	240
4	490	890	360	XXX	78	390	330
5	490	890	360	78	XXX	390	330
6	338	460	210	390	390	XXX	270
7	288	320	240	330	330	270	XXX



PCV – Heurística de Melhoramento *r*-otimal de Lin

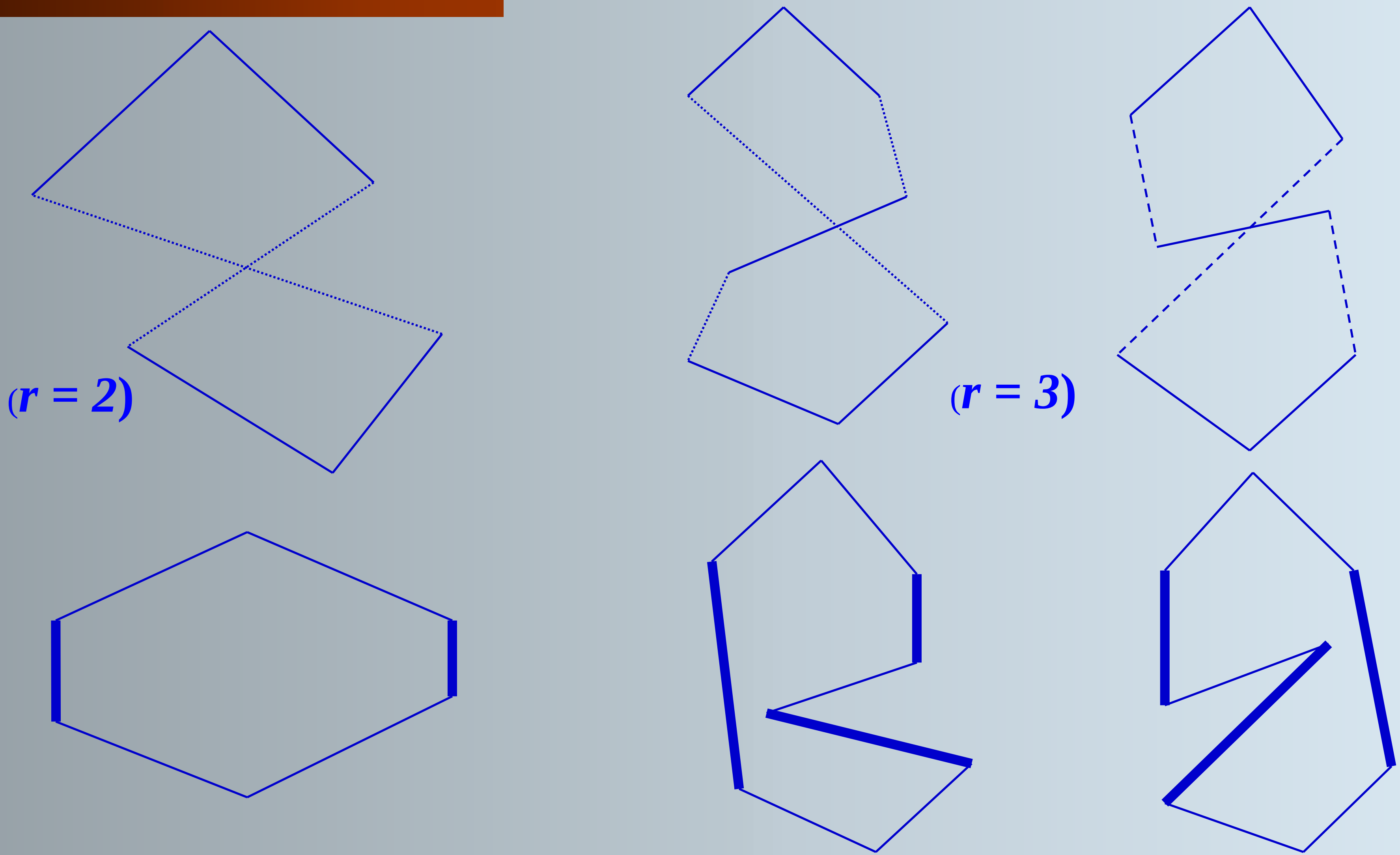
- Começa-se de uma solução inicial para o PCV, por exemplo obtida pela heurística VMP.

- Remove-se r arcos dessa solução, o que produz r rotas desconectadas. Essas rotas podem ser religadas de diferentes maneiras, produzindo nova solução para o problema. Chama-se essa operação de uma r-troca.

- A Solução é dita r-ótima se nenhuma r-troca produz uma solução de custo menor.

- Essa heurística é de tempo polinomial em n mas exponencial em r. A heurística na prática só é utilizada para $r \leq 3$.

Ilustração da Heurística *r*-otimal de Lin



O Problema do Roteamento de Veículos - PRV

- O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um nome genérico dado a uma classe de problemas nos quais “clientes” são visitados por “veículos”.

- Em algumas aplicações práticas a operação de entrega (*delivery*) pode ser uma coleta, coleta e/ou entrega ou não corresponder a nenhuma das duas operações. “Clientes”e “Veículos” tomam diferentes formas, algumas das quais não representam transações físicas.

- Um grande número de objetivos e restrições podem ser utilizados para definir PRV’s de naturezas diversas.

Aplicações de Problemas de Roteamento de Veículos

- Distribuição de mercadorias e serviços a partir de depósitos centrais;
- Coleta de correspondência de caixas coletoras dos correios;
- Coleta e entrega de crianças por ônibus escolares;
- Roteamento de helicópteros na indústria do petróleo (exploração *offshore* na Bacia de Campos);
- Roteamento de manutenção preventiva em fábricas.

O Problema de Roteamento de Veículos Clássico (PRV): Características Principais

- Veículos iniciam o roteamento a partir de um depósito central; há restrições de capacidade [veículos] e tempo (distância) máximo(a) [rotas];

- Cada cliente tem sua demanda totalmente suprida exatamente por um veículo e tempos de serviço são levados em consideração;

- O objetivo consiste na definição de rotas de entrega (coleta) de custo mínimo, para uma frota de veículos homogênea, definida a priori.

Heurísticas para o PRV Clássico com Base no Cálculo de Economias

- Introduzidàs por Clarke e Wright (1964). Modificações/extensões propostas com base no conceito de economias definido pelos autores.

- Seja um depósito supridor de *n* clientes. Se cada cliente for suprido de forma exclusiva por 1 veículo, a distância total viajada pela frota é $2\Sigma_{i=1,n}d_{oi}$, d_{oi} distância entre o depósito e o cliente *i*.

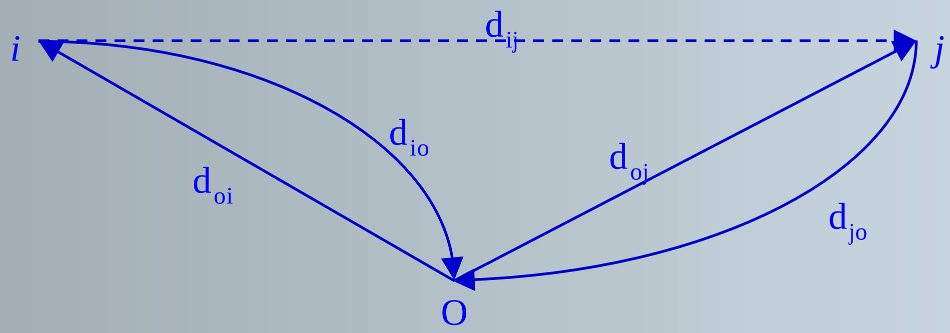
- Se for possível interligar os clientes *i* e *j* sem violar as restrições do problema, isto produz uma economia

  $$S_{ij}=2d_{oi}+2d_{oj}-(d_{oi}+d_{oj}+d_{ij})=d_{oi}+d_{oj}-d_{ij}.$$

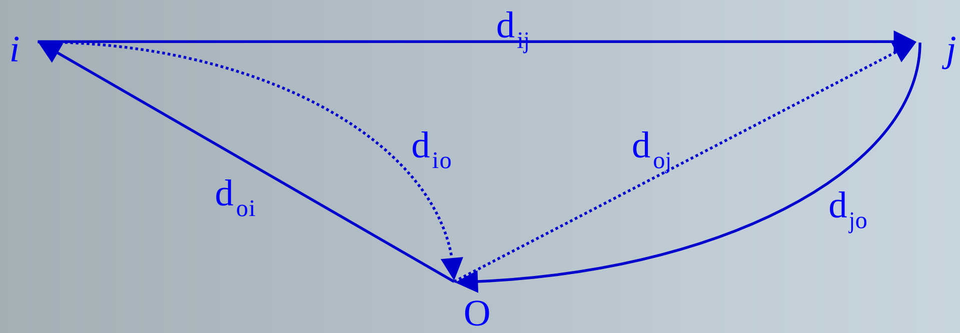
- S_{ij} é não-negativa e corresponde à economia obtida ao se alocar os clientes *i* e *j* a uma mesma rota.

- Quanto maior S_{ij}, mais desejável a interligação dos clientes *i* e *j*.

Ilustração da Idéia de Clarke e Wright



Clientes *i* e *j* atendidos separadamente



Clientes *i* e *j* interligados:

$$S_{ij}=d_{io}+d_{oj}-d_{ij}$$

O Algoritmo de Clarke e Wright

1. Calcule as economias S_{ij} para todos os possíveis pares de clientes **(*i*,*j*)**;

2. Ordene as economias em uma lista, em ordem decrescente de valor;

3. Começando do topo da lista:

   (3i) Utilize o arco correspondente à primeira economia da lista para expandir uma das 2 extremidades das rotas em construção ou para interligar rotas;

   (3ii) Se o conjunto de rotas estiver vazio, ou se as rotas em construção não puderem ser expandidas ou interligadas através desse arco, se possível utilize-o para iniciar uma nova rota. Caso contrário despreze o arco corrente e considere o arco correspondente à próxima economia;

   (3iii) Repita (3i) e (3ii) até esgotar a lista de economias.

4. As rotas formadas no Passo 3 constituem uma solução viável para o PRV.

Problemas de Roteamento de Veículos

- Tipos de restrições
  - Restrições de frota
  - Restrições de precedência
  - Restrições temporais

- Generalizações
  - Múltiplos depósitos
  - Frota não homogênea
  - Demanda incerta dos clientes
  - Múltiplos objetivos

O PRV Clássico – Formulação Matemática

$$Min \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{M} c_{ij} x_{ij}^{k}$$

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=1}^{M} x_{ij}^{k} = 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{i=0}^{n}\left(x_{ij}^{k} - x_{ji}^{k}\right) = 0 \qquad j = 0,1,2,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots M$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{0j}^{k} \leq 1 \qquad k = 1,2,\ldots M$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i \sum_{j=0}^{n} x_{ij}^{k} \leq Q \qquad k = 1,2,\ldots M$$

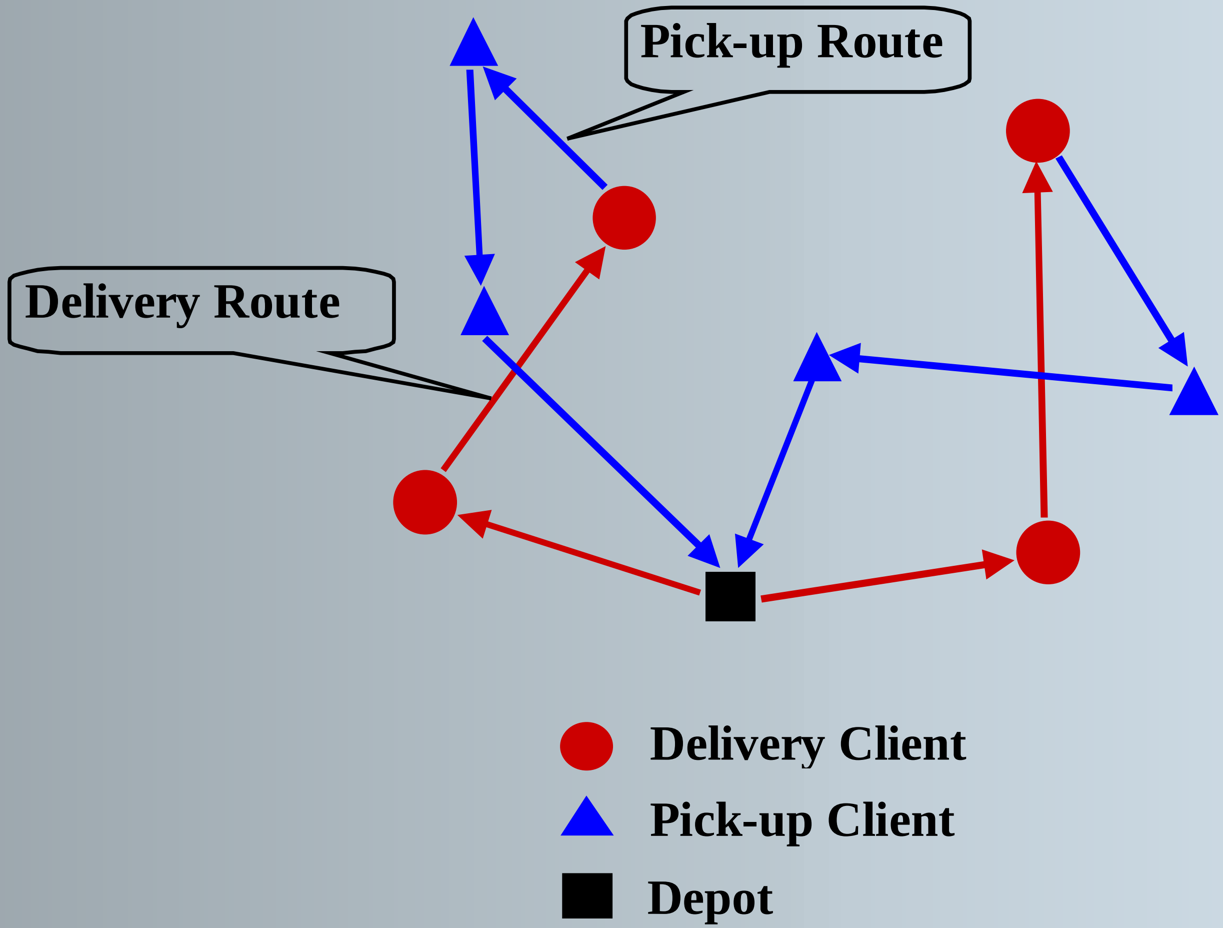
$$\sum_{j=0}^{n}\sum_{i=0}^{n} c_{ij} x_{ij}^{k} \leq L \qquad k = 1,2,\ldots, M$$

$$x_{ij}^{k} \in \{0,1\} \qquad i,\ j = 0,1,2,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots M$$

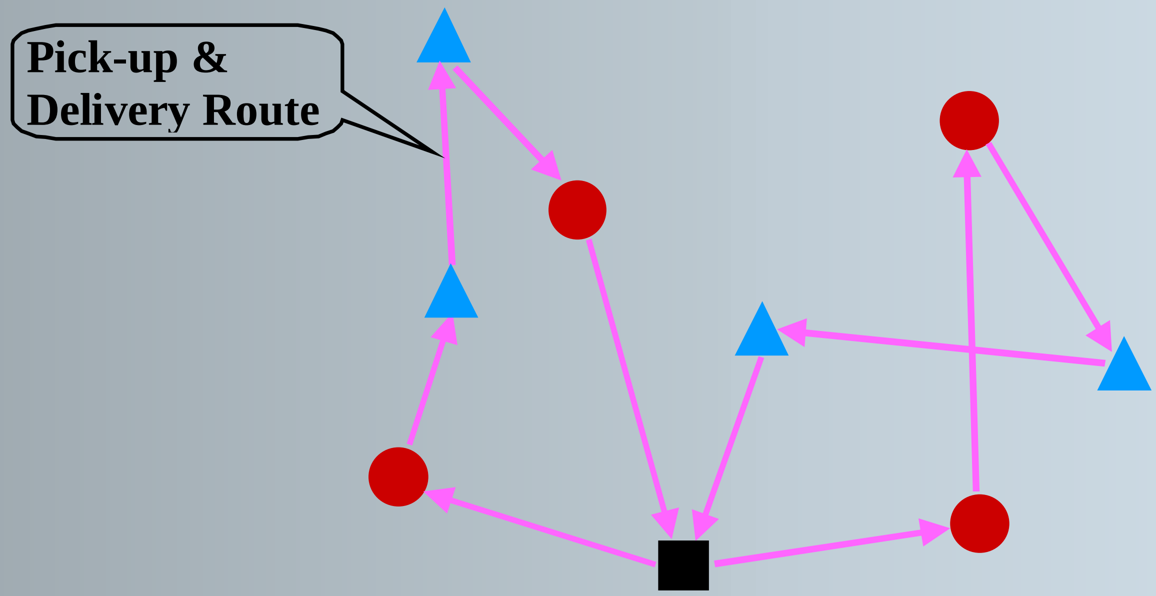
Problemas de Roteamento de Veículos (PRV's) com Serviço de Entrega e Coleta

- PRV com Cargas de Retorno ("backhaul") [PRV_BH]
- PRV com Serviço de Entrega e Coleta (PRV_PDS)
- Problema "Dial-a-Ride" Múltiplo (m-DRP)
- Problema de Entrega Expressa (EDP)
- PRV com Serviços de Entrega e Coleta Simultâneos(VRP_SPDS)

PRV com Cargas de Retorno (VRP_BH)



PRV com Serviço de Entrega e Coleta (VRP_PDS)

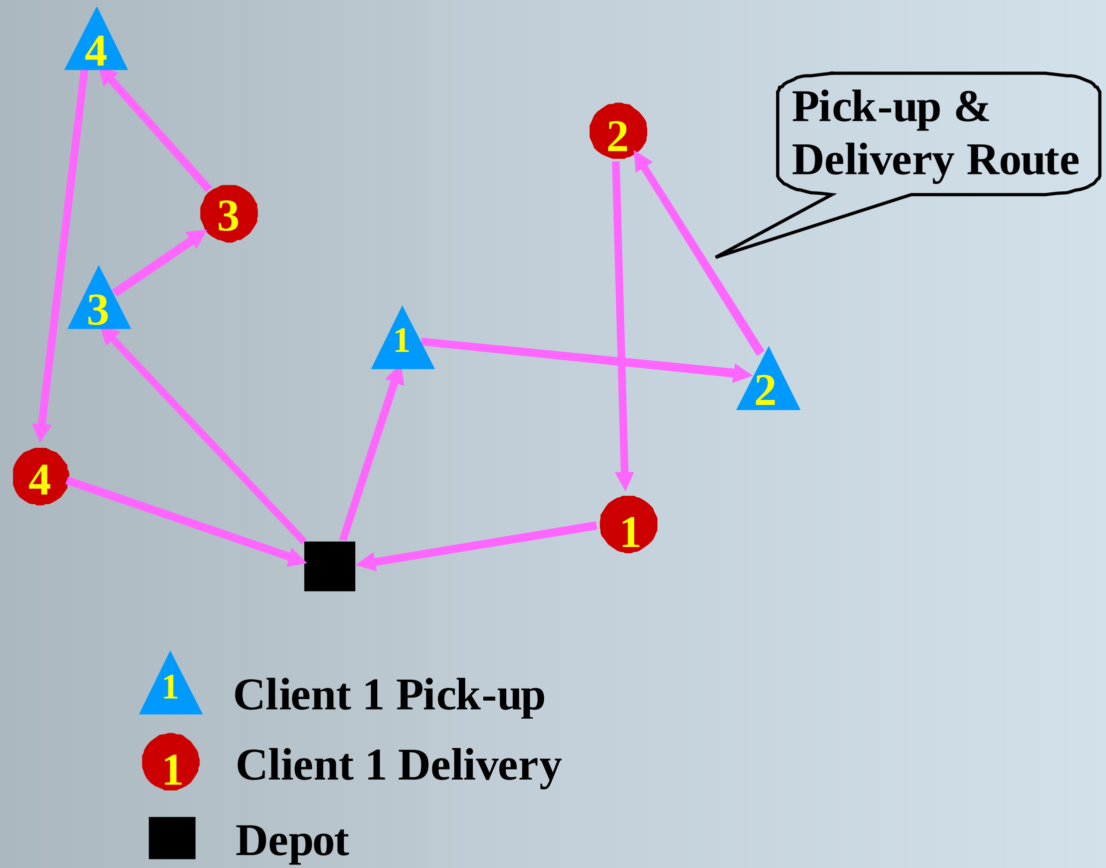


Delivery Client

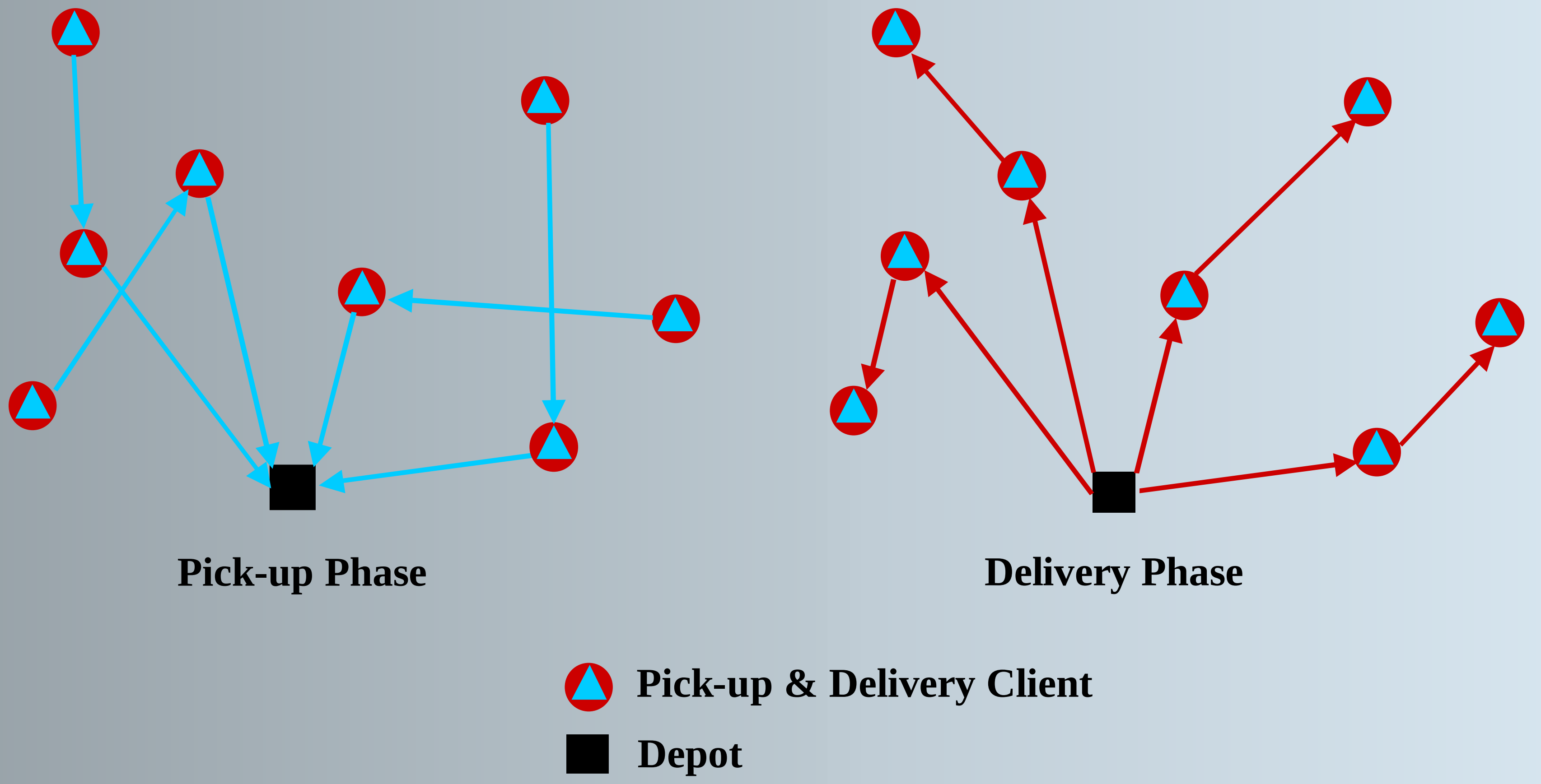
Pick-up Client

Depot

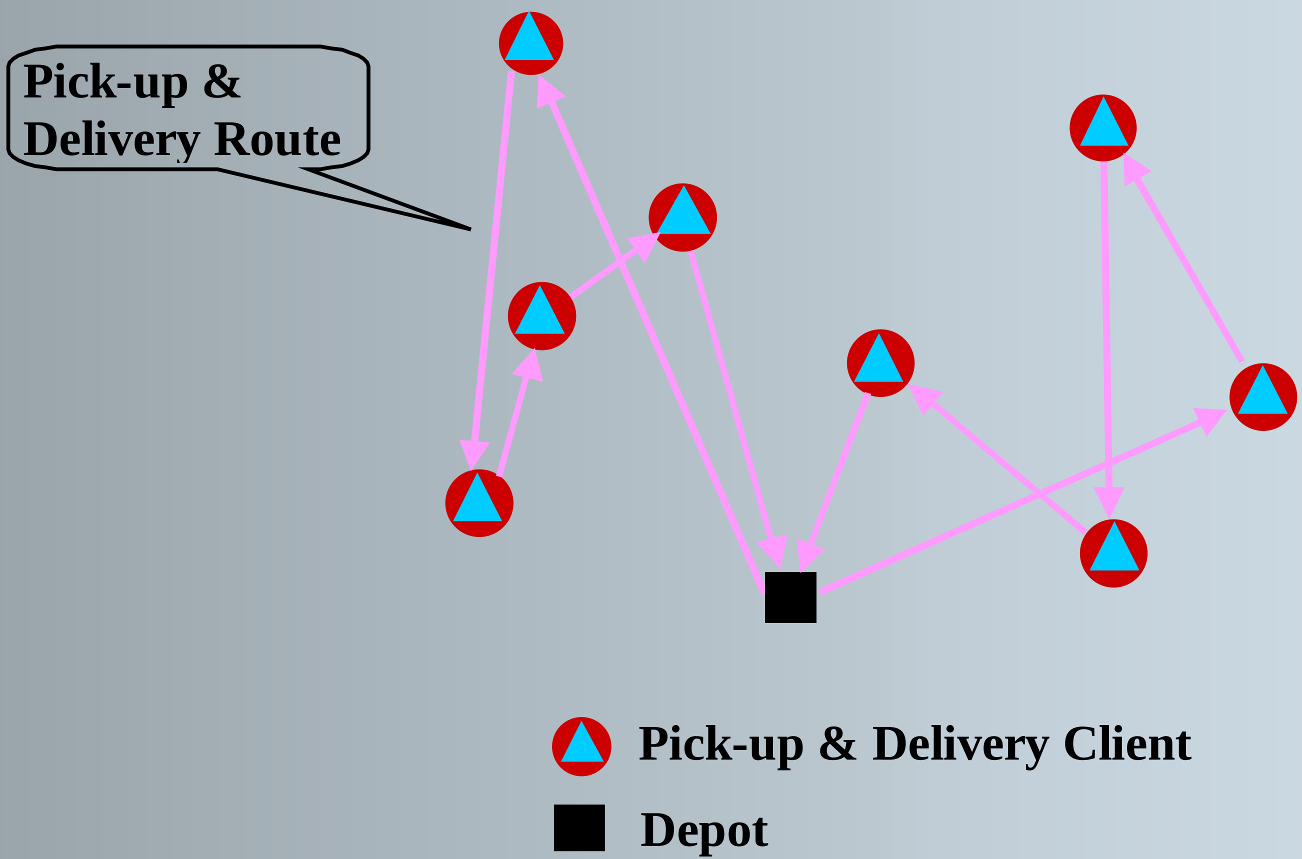
Problema “Multiple Dial-a-Ride” (m-DRP)



Problema de Entrega Expressa (EDP)



PRV com Entrega e Coleta Simultâneas (VRP_SPDS)



Metaheurísticas para PRV's

- Simulated Annealing: Osman (1993);
- Busca Tabu: Taillard (1993) e Rochat e Taillard (1995);
- Algoritmos Genéticos: Baker e Ayechew (2003) e Prins (2003);
- Outras (GRASP, Colônia de Formigas).

Formulação Matemática de VRP_SPDS (1)

Notação:

- V: conjunto de clientes (Nós de demanda), onde N=|V| é o número total de clientes;
- V_0: conjunto de clientes mais depósito (cliente 0): $V_0=V\cup\{0\}$;
- V_D (V_P): conjunto de clientes de entrega (coleta), onde $N_D=|V_D|$ e $N_P=|V_P|$ são respectivamente o número de clientes de entrega e coleta;
- c_{ij}: custo da viagem (distância) entre os clientes *i* e *j*;
- p_i: demanda de coleta do cliente $i\in V$, $p_i\geq 0$;
- d_i: demanda de entrega do cliente $i\in V$, $d_i\geq 0$;
- Q: Capacidade do veículo;
- NV: Número máximo de veículos.

Variáveis de Decisão

- $x_{ij}=1$ se o arco (i,j) pertence ao conjunto ótimo de rotas, $x_{ij}=0$ caso contrário;
- y_{ij}: demanda coletada em clientes roteados até o nó *i* (incluindo o nó *i*) e transportada utilizando o arco (i,j);
- z_{ij}: demanda a ser entregue a clientes roteados após o nó *i* e transportada utilizando o arco (i,j).

Formulação Matemática de VRP_SPDS (2)

$$Min \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Subject to :

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij} = 1, \qquad j = 1, \ldots, N \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, \ldots, N \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{0j} \leq NV, \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^{N} y_{ji} - \sum_{i=0}^{N} y_{ij} = p_j, \qquad \forall\ j \neq 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^{N} z_{ij} - \sum_{i=0}^{N} z_{ji} = d_j, \qquad \forall\ j \neq 0 \quad (6)$$

$$y_{ij} + z_{ij} \leq Q\, x_{ij}, \qquad i, j = 0, \ldots, N \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \qquad i, j = 0, \ldots, N \quad (8)$$

$$y_{ij} \geq 0, \qquad i, j = 0, \ldots, N \quad (9)$$

$$z_{ij} \geq 0. \qquad i, j = 0, \ldots, N \quad (10)$$