

# DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS VISANDO O APRENDIZADO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR

## **Patrícia Oliveira de Souza**

Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda da UFF  
Av. dos Trabalhadores 420, Vila Santa Cecília, Volta Redonda-RJ, 27255-125  
patuff@click21.com.br

## **Bruno Tonioni Cunha**

Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda da UFF  
Av. dos Trabalhadores 420, Vila Santa Cecília, Volta Redonda-RJ, 27255-125  
cunhab@globo.com

## **Luís Alberto Duncan Rangel**

Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda da UFF  
Av. dos Trabalhadores 420, Vila Santa Cecília, Volta Redonda-RJ, 27255-125  
duncan@eeimvr.metal.uff.br

## **Resumo**

Na busca da solução dos Problemas de Programação Linear são empregados recursos computacionais pelas vantagens oferecidas por esses programas. O algoritmo mais utilizado para resolver esses problemas é o Simplex, ainda que outros tenham sido desenvolvidos com a mesma finalidade, como o de pontos interiores. Diversos programas foram formulados com a finalidade de buscar a solução dos Problemas de Programação Linear empregando o algoritmo Simplex, como por exemplo, o Lindo e o Solver do Excel.

Este trabalho tem como objetivo discutir o método Simplex, visando servir de apoio ao ensino da disciplina de Pesquisa Operacional. Implementa-se o algoritmo Simplex quadro a quadro, através de um programa escrito em linguagem Fortran. As transformações obtidas em cada iteração são mostradas, contribuindo, desta forma, para o aprendizado e a visualização de problemas de programação linear.

**Palavras-chave:** Ensino, Programação Linear, Simplex.

## **Abstract**

Computer programs are very much used in the search for solutions of linear programming problems because of the great advantages in using these programs. The most used algorithm is the Simplex although other ones have been developed with the same purpose like the one of interior points. Several programs were created with the purpose of solving linear programming problems using the Simplex algorithm, for instance, the Lindo and Solver of Excel.

This project has as objective to argue the Simplex method, aiming at to serve of support to the education of it disciplines of Operational Research. The Simplex algorithm is implemented picture the picture, through a program written in language FORTRAN. The transformations gotten in each iteration are shown, contributing, of this form, for the learning and the visualization of problems of linear programming.

**Keywords:** Teaching, Linear Programming, Simplex.

## 1. PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear é uma ferramenta de planejamento empregada para auxiliar uma pessoa ou um grupo de pessoas a selecionar quais atividades, variáveis de decisão, que se deve empreender, dado que essas atividades constituem diversas alternativas que competem entre si, pela utilização de recursos escassos (Andrade, 2000). O algoritmo Simplex foi desenvolvido por Dantzig em 1947 para resolver problemas de programação linear, e ainda hoje é o algoritmo mais utilizado para resolver esses problemas.

A programação linear emprega somente funções lineares para descrever as relações entre as variáveis de decisão. Os problemas de programação linear (PPL) possuem como característica a maximização ou minimização de uma função objetivo, sujeito a um conjunto de restrições. Além disso, as variáveis de decisão somente podem assumir valores não negativos (Hillier e Lieberman, 1995), (Ravindran et al, 1986), (Taha, 1997).

A Equação 1 abaixo, apresenta um problema de programação linear com  $m$  restrições e  $n$  variáveis, representado através da forma padrão, como segue, com os coeficientes do lado direito necessariamente não negativos ( $b_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$ ) (Puccini e Pizzolato, 1989):

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max (ou Min)} & Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
 \text{Sujeito a :} & \\
 & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\
 & \dots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\
 & x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \dots, x_n \geq 0
 \end{array} \tag{Equação 1}$$

Nesta representação, identificam-se a matriz  $A(m \times n)$  dos coeficientes tecnológicos; o vetor  $x(n \times 1)$  das variáveis de decisão; o vetor dos recurso disponíveis  $b(m \times 1)$  do lado direito das restrições ( $b \geq 0$ ); e o vetor linhas dos lucros  $c(1 \times n)$ .

## 2. O MÉTODO SIMPLEX

O método Simplex é um procedimento ou um algoritmo iterativo convergente, que pesquisa os vértices do poliedro de restrições do conjunto de soluções viáveis, que inicia a pesquisa a partir de uma solução básica inicial viável, passando, em cada iteração de um vértice para um outro com valor associado da função objetivo não pior que o anterior (Ehrlich, 1976). Portanto, um problema de programação linear pode apresentar os seguintes tipos de soluções, uma única solução ótima, soluções múltiplas, solução ilimitada e indeterminada. A Figura 1 abaixo mostra essas possíveis soluções, dado que o PPL apresente uma função objetivo de maximização.

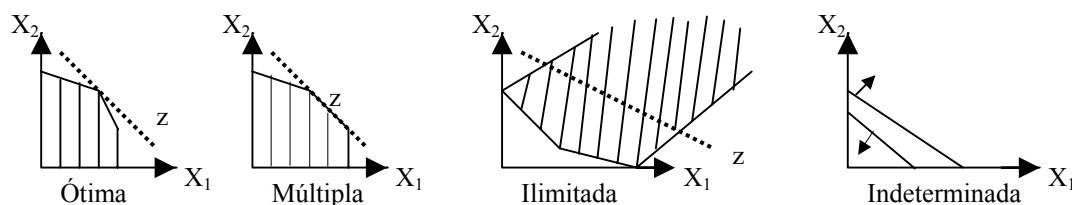


Figura 1 – Representação Gráfica das Soluções de PPL's com duas variáveis  $X_1$  e  $X_2$ .

Para a execução de cálculos manuais, tradicionalmente utiliza-se um formato tabular para o desenvolvimento do algoritmo Simplex, observa-se que esse formato é apenas um recurso para que se possa acompanhar melhor os cálculos. Para aplicar o Método Simplex na forma tabular é necessário que os PPL's estejam na forma padrão.

### 3. O PROJETO

O presente artigo propõe uma discussão das formas de se utilizar o método Simplex na visualização da resolução de problemas de programação linear. Uma vez que, empregando a forma manuscrita para resolver os PPL's, erros de cálculo podem ser gerados no decorrer da busca pela solução ótima. Além disso, o emprego de “softwares” como Lindo (Lindo, 2004) e o Solver do Excel (Matthews, 1993) para resolver os PPL's mostra-se somente a solução ótima. Os estudantes ao implementar esses “softwares” recebem como resultado a solução final, não percebendo o caminho através do poliedro do conjunto da região viável, que o algoritmo Simplex executa na busca da solução ótima.

Dessa forma, desenvolveu-se um programa em linguagem Fortran (Chapman, 1998), que determina as possíveis soluções dos problemas de programação linear (uma única solução ótima, soluções múltiplas, solução ilimitada e indeterminada), para um problema com duas variáveis de decisão, demonstrando quadro a quadro suas iterações.

No caso de um problema com múltiplas soluções, o programa garante mais uma iteração, determinando uma segunda solução ótima para o problema de programação linear.

#### 3.1 A Entrada de Dados

O modelo matemático deve ser escrito na forma canônica (Goldbarg e Luna, 2000), de modo que o problema de programação linear apresente uma solução básica inicial, para que o programa possa iniciar a busca da solução do problema de programação linear. O programa para ser implementado emprega um arquivo de entrada, “Entrada.dat” e um arquivo de saída, “Saida.dat”, além do programa “Busca.f90”, escrito em linguagem Fortran.

Os dados são ordenados em forma de matriz, onde primeiramente é feita a leitura do número de colunas -  $nc$  e do número de linhas -  $nl$ . A Tabela 1 apresenta a disposição da função objetivo e das restrições para que o programa possa fazer a leitura.

| Base      | Z | $x_1$ | $x_2$ | $x...$ | $x_{n-1}$ | $x_n$ | b |
|-----------|---|-------|-------|--------|-----------|-------|---|
| FO        |   |       |       |        |           |       |   |
| $x_{n-1}$ |   |       |       |        |           |       |   |
| $x_n$     |   |       |       |        |           |       |   |

Tabela 1 – Disposição da função objetivo e das restrições.

Em problemas de programação linear onde se faz necessário o emprego de variáveis artificiais e como consequência, de uma função objetivo artificial, como no método das duas fases, os mesmos são inseridos no modelo e os dados são ordenados conforme a Tabela 2 abaixo.

| Base      | W | Z | $x_1$ | $x_2$ | $x...$ | $x_{n-1}$ | $x_n$ | b |
|-----------|---|---|-------|-------|--------|-----------|-------|---|
| FOA       |   |   |       |       |        |           |       |   |
| FO        |   |   |       |       |        |           |       |   |
| $x_{n-1}$ |   |   |       |       |        |           |       |   |
| $x_n$     |   |   |       |       |        |           |       |   |

Tabela 2 – Disposição da função objetivo artificial e das restrições.

Essa matriz, que constitui de todos os dados do problema em questão, é denominada, matriz dos coeficientes  $b(i,j)$ .

### 3.2 O Fluxograma do Programa

A Figura 2 apresenta o fluxograma do programa desenvolvido para resolver e mostrar cada iteração, quadro a quadro e as soluções de PPL com duas variáveis de decisão.

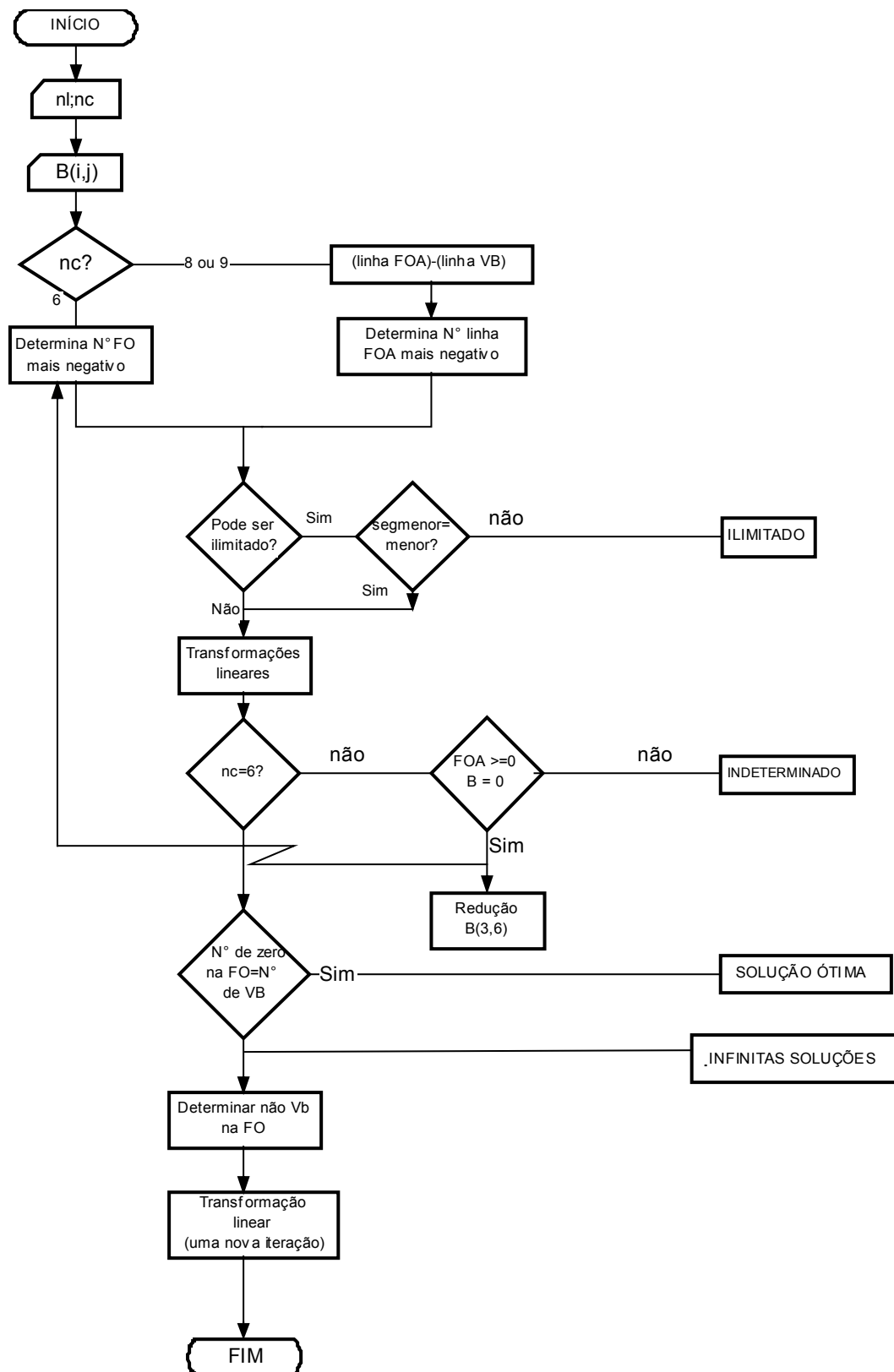


Figura 2 – Fluxograma do Programa.

### 3.3 Implementação de Exemplos

Nesta seção serão implementados alguns exemplos de problemas de programação linear objetivando a resolução dos problemas através do programa desenvolvido. Implementar-se-á uma problema de programação com uma única solução ótima (PPL-1), um com múltiplas soluções ótimas (PPL-2), um problema com solução ilimitada (PPL-3) e um problema indeterminado (PPL-4).

#### 3.3.1 O PPL apresenta uma única solução ótima

$$\begin{aligned} \text{Min. } Z &= 3X_1 + 2X_2 && \text{(PPL-1)} \\ \text{Sujeito a:} & && \\ X_1 + X_2 &\geq 5 && \\ 2X_1 + X_2 &\geq 7 && \\ X_1 \geq 0, X_2 &\geq 0 && \end{aligned}$$

A seguir são apresentadas diversas tabelas, onde a primeira refere-se ao arquivo de entrada de dados, Tabela 3 e em seguida são mostradas quadro a quadro as iterações feitas através do programa na busca da solução ótima, Tabela 4, Tabela 5, Tabela 6 e Tabela 7.

| Z     | W     | X1   | X2   | XF3   | XF4   | XA5  | XA6  | B    |
|-------|-------|------|------|-------|-------|------|------|------|
| 0.00  | -1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 1.00 | 1.00 | 0.00 |
| -1.00 | 0.00  | 3.00 | 2.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00  | 0.00  | 1.00 | 1.00 | -1.00 | .00   | 1.00 | 0.00 | 5.00 |
| 0.00  | 0.00  | 2.00 | 1.00 | 0.00  | -1.00 | 0.00 | 1.00 | 7.00 |

A Tabela 3 apresenta o PPL-1 ordenado em forma de matriz.

| Z     | W     | X1    | X2    | XF3   | XF4   | XA5  | XA6  | B      |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|--------|
| 0.00  | -1.00 | -3.00 | -2.00 | 1.00  | 1.00  | 0.00 | 0.00 | -12.00 |
| -1.00 | 0.00  | 3.00  | 2.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 | 0.00   |
| 0.00  | 0.00  | 1.00  | 1.00  | -1.00 | 0.00  | 1.00 | 0.00 | 5.00   |
| 0.00  | 0.00  | 2.00  | 1.00  | 0.00  | -1.00 | 0.00 | 1.00 | 7.00   |

A Tabela 4 apresenta a primeira iteração.

| Z     | W     | X1   | X2    | XF3   | XF4   | XA5  | XA6   | B      |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|------|-------|--------|
| 0.00  | -1.00 | 0.00 | -0.50 | 1.00  | -0.50 | 0.00 | 1.50  | -1.50  |
| -1.00 | 0.00  | 0.00 | 0.50  | 0.00  | 1.50  | 0.00 | -1.50 | -10.50 |
| 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.50  | -1.00 | 0.50  | 1.00 | -0.50 | 1.50   |
| 0.00  | 0.00  | 1.00 | 0.50  | 0.00  | -0.50 | 0.00 | 0.50  | 3.50   |

A Tabela 5 apresenta a segunda iteração.

| Z     | W     | X1   | X2   | XF3   | XF4   | XA5   | XA6   | B      |
|-------|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 0.00  | -1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 1.00  | 1.00  | 0.00   |
| -1.00 | 0.00  | 0.00 | 0.00 | 1.00  | 1.00  | -1.00 | -1.00 | -12.00 |
| 0.00  | 0.00  | 0.00 | 1.00 | -2.00 | 1.00  | 2.00  | -1.00 | 3.00   |
| 0.00  | 0.00  | 1.00 | 0.00 | 1.00  | -1.00 | -1.00 | 1.00  | 2.00   |

A Tabela 6 apresenta a terceira iteração.

| Z     | X1   | X2   | XF3   | XF4   | B      |
|-------|------|------|-------|-------|--------|
| -1.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00  | 1.00  | -12.00 |
| 0.00  | 0.00 | 1.00 | -2.00 | 1.00  | 3.00   |
| 0.00  | 1.00 | 0.00 | 1.00  | -1.00 | 2.00   |

A Tabela 7 apresenta a quarta e última iteração.

Através deste último quadro verifica-se que este PPL-1 apresenta uma única solução ótima. O valor da função objetivo é igual a 12, a variável  $X_1$  é igual a 2 e a variável  $X_2$  é igual a 3. Empregando-se o “software” Maple (Maple, 2004) apresenta-se na Figura 3 a solução gráfica deste problema de programação linear.

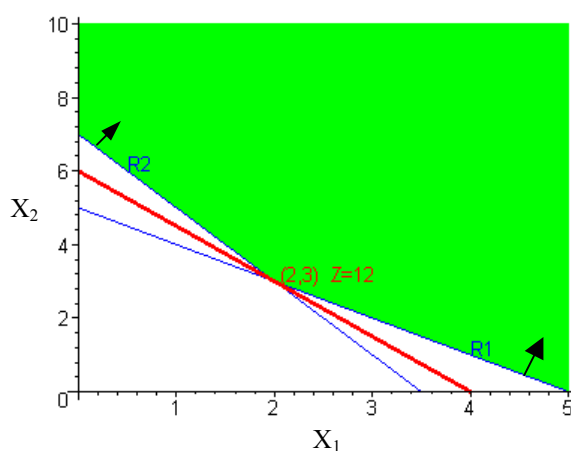


Figura 3 – Solução gráfica do PPL-1.

### 3.3.2 O PPL apresenta múltiplas soluções ótimas

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= 2X_1 + 4X_2 && \text{(PPL-2)} \\ \text{Sujeito a:} & && \\ & X_1 + 2X_2 \leq 4 && \\ & -X_1 + X_2 \leq 1 && \\ & X_1 \geq 0, X_2 \geq 0 && \end{aligned}$$

A seguir são apresentadas diversas tabelas, onde a primeira refere-se ao arquivo de entrada de dados, Tabela 8 e em seguida são mostradas quadro a quadro as iterações feitas através do programa na busca da solução ótima, Tabela 9, Tabela 10 e Tabela 11.

| Z    | X1    | X2    | XF3  | XF4  | B    |
|------|-------|-------|------|------|------|
| 1.00 | -2.00 | -4.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 1.00  | 2.00  | 1.00 | 0.00 | 4.00 |
| 0.00 | -1.00 | 1.00  | 0.00 | 1.00 | 1.00 |

A Tabela 8 apresenta o PPL-2 ordenado em forma de matriz.

| Z    | X1    | X2   | XF3  | XF4   | B    |
|------|-------|------|------|-------|------|
| 1.00 | -6.00 | 0.00 | 0.00 | 4.00  | 4.00 |
| 0.00 | 3.00  | 0.00 | 1.00 | -2.00 | 2.00 |
| 0.00 | -1.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00  | 1.00 |

A Tabela 9 apresenta a primeira iteração do PPL-2.

| Z    | X1   | X2   | XF3  | XF4   | B    |
|------|------|------|------|-------|------|
| 1.00 | 0.00 | 0.00 | 2.00 | 0.00  | 8.00 |
| 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.33 | -0.67 | 0.67 |
| 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.33 | 0.33  | 1.67 |

A Tabela 10 apresenta a segunda iteração com uma solução ótima do PPL-2.

| Z    | X1   | X2   | XF3  | XF4  | B    |
|------|------|------|------|------|------|
| 1.00 | 0.00 | 0.00 | 2.00 | 0.00 | 8.00 |
| 0.00 | 1.00 | 2.00 | 1.00 | 0.00 | 4.00 |
| 0.00 | 0.00 | 3.00 | 1.00 | 1.00 | 5.00 |

A Tabela 11 apresenta a terceira iteração com uma outra solução ótima do PPL-2.

Através dos dois últimos quadros verifica-se que o PPL-2 apresenta múltiplas soluções ótimas. O valor da função objetivo é igual a 8 Tabela 10 e Tabela 11. O primeiro par de pontos que é solução do problema, apresentado na Tabela 10, a variável  $X_1$  é igual a 0,67 e da variável  $X_2$  é igual a 1,67. O segundo par de pontos que também é a solução do PPL-2 é apresentado na Tabela 11, a variável  $X_1$  é igual a 4 e a variável  $X_2$  é igual a 0. Empregando-se o “software” Maple (Maple, 2004) apresenta-se na Figura 4 a solução gráfica deste problema de programação linear.

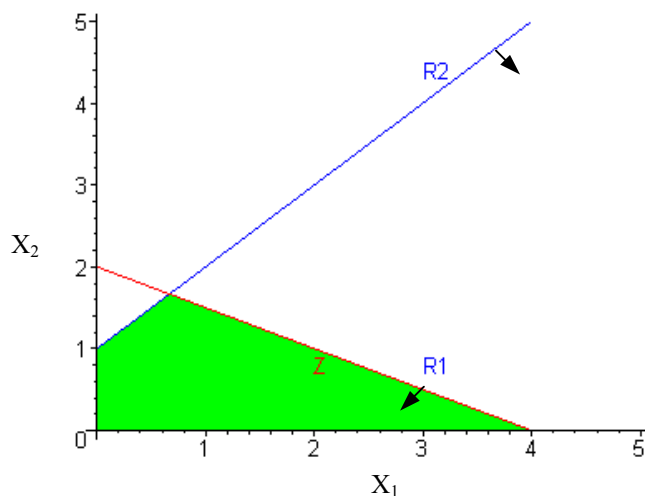


Figura 4 – Solução gráfica do PPL-2.

### 3.3.3 O PPL apresenta solução ilimitada

$$\text{Min. } Z = -25X_1 + 10X_2 \quad (\text{PPL-3})$$

Sujeito a:

$$-5X_1 + 4X_2 \geq 3$$

$$5X_1 + 4X_2 \geq 2$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

A seguir são apresentadas diversas tabelas, onde a primeira refere-se ao arquivo de entrada de dados, a Tabela 12. Em seguida são mostradas quadro a quadro as iterações feitas através do programa na busca da solução ótima, Tabela 13, Tabela 14, Tabela 15 e Tabela 16.

| Z     | W     | X1     | X2    | XF3   | XF4   | XA5  | XA6  | B    |
|-------|-------|--------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 0.00  | -1.00 | 0.00   | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 1.00 | 1.00 | 0.00 |
| -1.00 | 0.00  | -25.00 | 10.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00  | 0.00  | 5.00   | 4.00  | -1.00 | 0.00  | 1.00 | 0.00 | 2.00 |
| 0.00  | 0.00  | -5.00  | 4.00  | 0.00  | -1.00 | 0.00 | 1.00 | 3.00 |

A Tabela 12 apresenta o PPL-3 ordenado em forma de matriz.

| Z     | W     | X1     | X2    | XF3   | XF4   | XA5  | XA6  | B     |
|-------|-------|--------|-------|-------|-------|------|------|-------|
| 0.00  | -1.00 | 0.00   | -8.00 | 1.00  | 1.00  | 0.00 | 0.00 | -5.00 |
| -1.00 | 0.00  | -25.00 | 10.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 | 0.00  |
| 0.00  | 0.00  | 5.00   | 4.00  | -1.00 | 0.00  | 1.00 | 0.00 | 2.00  |
| 0.00  | 0.00  | -5.00  | 4.00  | 0.00  | -1.00 | 0.00 | 1.00 | 3.00  |

A Tabela 13 apresenta a primeira iteração do PPL-3.

| Z     | W     | X1     | X2   | XF3   | XF4   | XA5   | XA6  | B     |
|-------|-------|--------|------|-------|-------|-------|------|-------|
| 0.00  | -1.00 | 10.00  | 0.00 | -1.00 | 1.00  | 2.00  | 0.00 | -1.00 |
| -1.00 | 0.00  | -37.50 | 0.00 | 2.50  | 0.00  | -2.50 | 0.00 | -5.00 |
| 0.00  | 0.00  | 1.25   | 1.00 | -0.25 | 0.00  | 0.25  | 0.00 | 0.50  |
| 0.00  | 0.00  | -10.00 | 0.00 | 1.00  | -1.00 | -1.00 | 1.00 | 1.00  |

A Tabela 14 apresenta a segunda iteração do PPL-3.

| Z     | W     | X1     | X2   | XF3  | XF4   | XA5   | XA6   | B     |
|-------|-------|--------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0.00  | -1.00 | 0.00   | 0.00 | 0.00 | 0.00  | 1.00  | 1.00  | 0.00  |
| -1.00 | 0.00  | -12.50 | 0.00 | 0.00 | 2.50  | 0.00  | -2.50 | -7.50 |
| 0.00  | 0.00  | -1.25  | 1.00 | 0.00 | -0.25 | 0.00  | 0.25  | 0.75  |
| 0.00  | 0.00  | -10.00 | 0.00 | 1.00 | -1.00 | -1.00 | 1.00  | 1.00  |

A Tabela 15 apresenta a terceira iteração do PPL-3.

| Z     | X1     | X2   | XF3  | XF4   | B     |
|-------|--------|------|------|-------|-------|
| -1.00 | -12.50 | 0.00 | 0.00 | 2.50  | -7.50 |
| 0.00  | -1.25  | 1.00 | 0.00 | -0.25 | 0.75  |
| 0.00  | -10.00 | 0.00 | 1.00 | -1.00 | 1.00  |

A Tabela 16 apresenta a quarta e última iteração do PPL-3.



Através deste último quadro verifica-se que o PPL-3 apresenta soluções ilimitada. O valor da função objetivo na Tabela 16 é igual a 7,5. Só que a solução ainda não é ótima, pois existe variável com valor negativo na linha da função objetivo, indicando que a variável  $X_1$  pode entrar na base, só que não há variável para sair da base, logo a solução é ilimitada. Empregando-se o “software” Maple (Maple, 2004) apresenta-se na Figura 5 a solução gráfica deste problema de programação linear.

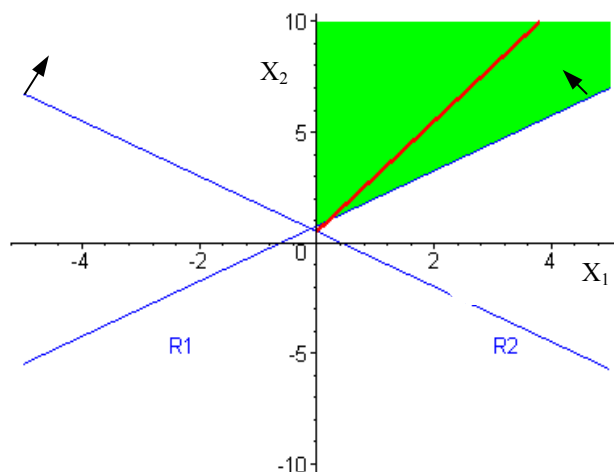


Figura 5 – Solução gráfica do PPL-3.

### 3.3.4 A Solução do PPL é indeterminada

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= X_1 + 2X_2 && \text{(PPL-4)} \\ \text{Sujeito a:} & && \\ & X_1 + X_2 \leq 2 && \\ & 3X_1 + 4X_2 \geq 12 && \\ & X_1 \geq 0, X_2 \geq 0 && \end{aligned}$$

A seguir são apresentadas diversas tabelas, onde a primeira refere-se ao arquivo de entrada de dados, a Tabela 17. Em seguida são mostradas quadro a quadro as iterações feitas através do programa na busca da solução ótima, Tabela 18, Tabela 19 e Tabela 20.

| Z    | W     | X1    | X2    | XF3  | XF4   | XA5  | B     |
|------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|
| 0.00 | -1.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 1.00 | 0.00  |
| 1.00 | 0.00  | -1.00 | -2.00 | 0.00 | 0.00  | 0.00 | 0.00  |
| 0.00 | 0.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00 | 0.00  | 0.00 | 2.00  |
| 0.00 | 0.00  | 3.00  | 4.00  | 0.00 | -1.00 | 1.00 | 12.00 |

A Tabela 17 apresenta o PPL-4 ordenado em forma de matriz.

| Z    | W     | X1    | X2    | XF3  | XF4   | XA5  | B      |
|------|-------|-------|-------|------|-------|------|--------|
| 0.00 | -1.00 | -3.00 | -4.00 | 0.00 | 1.00  | 0.00 | -12.00 |
| 1.00 | 0.00  | -1.00 | -2.00 | 0.00 | 0.00  | 0.00 | 0.00   |
| 0.00 | 0.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00 | 0.00  | 0.00 | 2.00   |
| 0.00 | 0.00  | 3.00  | 4.00  | 0.00 | -1.00 | 1.00 | 12.00  |

A Tabela 18 apresenta a primeira iteração do PPL-4.

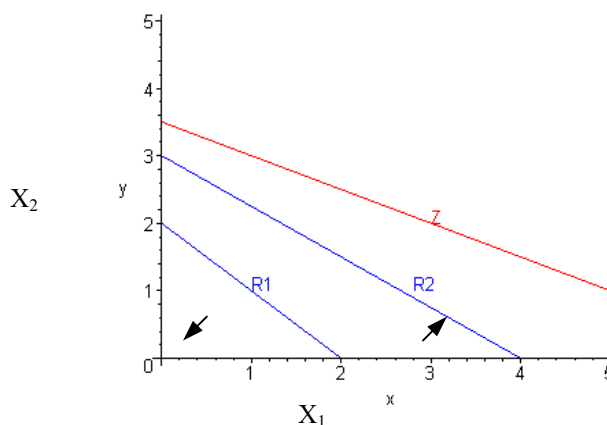
| Z    | W     | X1    | X2   | XF3   | X F4  | XA5  | B     |
|------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|
| 0.00 | -1.00 | -1.00 | 0.00 | 2.00  | 1.00  | 0.00 | -8.00 |
| 1.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 1.00  | 0.00  | 0.00 | 2.00  |
| 0.00 | 0.00  | 0.50  | 1.00 | 0.50  | 0.00  | 0.00 | 1.00  |
| 0.00 | 0.00  | 1.00  | 0.00 | -2.00 | -1.00 | 1.00 | 8.00  |

A Tabela 19 apresenta a segunda iteração do PPL-4.

| Z    | W     | X1   | X2    | XF3   | XF4   | XA5  | B     |
|------|-------|------|-------|-------|-------|------|-------|
| 0.00 | -1.00 | 0.00 | 2.00  | 3.00  | 1.00  | 0.00 | -6.00 |
| 1.00 | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 1.00  | 0.00  | 0.00 | 2.00  |
| 0.00 | 0.00  | 1.00 | 2.00  | 1.00  | 0.00  | 0.00 | 2.00  |
| 0.00 | 0.00  | 0.00 | -2.00 | -3.00 | -1.00 | 1.00 | 6.00  |

A Tabela 20 apresenta a terceira e última iteração do PPL-4.

Através deste último quadro verifica-se que a solução do PPL-4 é indeterminada. Não foi possível obter um valor nulo para a função objetivo artificial. Como não foi possível retirar as variáveis artificiais do modelo, logo o modelo não tem solução. Empregando-se o “software” Maple (Maple, 2004) verifica-se na Figura 6 que não há uma região viável, gerada pela interseção das restrições deste problema de programação linear.



#### 4. CONCLUSÃO

Dentro da disciplina de Pesquisa Operacional, a programação linear tem um lugar de destaque, pois é a base para toda a área determinística desta disciplina. Portanto, um bom entendimento deste assunto é essencial para um bom aprendizado dos alunos.

A determinação da solução de um problema de programação linear feita manualmente, pode ocorrer em erro, devido a diversos fatores, pois um grande número de operações matemáticas são necessárias até se chegar ao resultado final.

Em se empregando um recurso computacional já desenvolvido como o Lindo e o Solver do Excel, estes, simplesmente apresentam como resultado a solução final, sem demonstrar as iterações realizadas para a determinação da solução ótima.

Este programa desenvolvido em linguagem Fortran, apresenta como característica a visualização de cada iteração feita através do algoritmo Simplex. Além disso, este programa determina todas as soluções possíveis de um PPL, até mesmo em problemas com múltiplas soluções, o programa é capaz de implementar uma outra solução ótima.

Este trabalho vem a ser portanto, mais uma ferramenta a ser empregada no ensino da programação linear, contribuindo de forma significativa, pois facilita o aprendizado e a visualização destes problemas.

## 5. BIBLIOGRAFIA

Andrade, E. L. de. *Introdução à Programação Linear*. Rio de Janeiro, Ed. LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2000.

Chapman, S. J. *Fortran 90/95 for Scientists and Engineers*. Mc-Graw Hill, 1998.

Goldbarg, M. C.; Luna, H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. Rio de Janeiro, Ed. Campus, 2000.

Hillier, F.; Lieberman, G. J. *Introduction to Operations Research*. McGraw-Hill, 1995.

Lindo. *Lindo Systems Incorporation*. Disponível em: <<http://www.lindo.com>>. Acesso em: 8 junho 2004.

Maple. *Waterloo Maple Incorporation*. Disponível em: <<http://www.maplesoft.com>>. Acesso em: 1 junho 2004.

Matthews, M.S. *Excel for Windows: Guia do usuário*. São Paulo, Ed. Makron Books, 1993.

Puccini, A. de L., Pizzolato, N.D. *Programação Linear*. Rio de Janeiro, Ed. LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1989.

Ravindran, A.; Phillips, D.T.; Solberg, J.J. *Operations Research – Principles and Practice*. John Wiley & Sons, 1986.

Taha, H. A. *Operations Research – An Introduction*. Prentice-Hall, 1997.