

# O MODELO DE DETERMINAÇÃO SIMULTÂNEA DE PREÇOS APRIMORADO ATRAVÉS DE TÉCNICAS DE PREDIÇÃO E DE OTIMIZAÇÃO

**Carlos Guimarães Xavier**

Faculdade Ibmec. Avenida Rio Branco, 108, 2º andar, Rio de Janeiro-RJ.

[carlosoxav@gmail.com](mailto:carlosoxav@gmail.com)

**Paulo Sérgio de Souza Coelho**

Faculdade Ibmec. Avenida Rio Branco, 108, 2º andar, Rio de Janeiro-RJ.

[psergio@ibmecrj.br](mailto:psergio@ibmecrj.br)

## Resumo

Este artigo aborda o modelo de Teoria de Jogos conhecido como Modelo de Determinação Simultânea de Preços. Foi implementada uma ferramenta computacional com um agente inteligente que interage com um jogador e determina o preço de um produto baseado em premissas de mercado e comportamento do jogador. Esta implementação está sendo feita em um ambiente de análises corporativo moderno a partir de um modelo já existente. O modelo original foi analisado e a partir desta análise foram verificadas as principais diferenças entre o modelo e o ambiente real a ser modelado. A ferramenta desenvolvida traz aprimoramentos na linha das aplicações que se permite trazendo vantagens gerais em função das novas metodologias utilizadas. Visando aprimorar o modelo de determinação de preço, de forma que o agente possa aprender com base nas escolhas do jogador, novos refinamentos são sugeridos para melhorar ainda mais a adequação à realidade. Estão apresentados ainda alguns conceitos relativos à Teoria dos Jogos, trazendo uma rápida revisão histórica sobre o assunto, e alguns modelos famosos estão descritos. A primeira análise de requisitos para esta implementação também foi feita e está descrita.

**Palavras-chave:** Tecnologia de Informação, Teoria dos Jogos, Modelo de Determinação Simultânea de Preços.

## Abstract

This paper presents some concepts related to the Game Theory, bringing a brief historical revision on subject. Some famous models are described, one of them the Model of Simultaneous Determination of Prices, also known as War of Prices, is show in details. A computational tool with an intelligent agent is demonstrated which interacts with a player and determines the price of a product based on market premises and the player's behavior. The analysis of this tool includes used applications, advantages and methodologies. In attempt to improve the model, to allow the agent learning based on the player's choices, some refinements are suggested for better adequacy to reality. The final goal of the study includes an implementation of the improved model to be realized in a future work. This implementation will have to be made in a modern environment of corporative analyses. The first requirements of this implementation also are described.

**Keywords:** Information Systems, Game Theory, Simultaneous Price Determination Model.

## 1. INTRODUÇÃO

Para Mankiw (1999), a **Teoria dos Jogos** é o estudo do comportamento de indivíduos (pessoas ou empresas) em situações estratégicas. Mankiw trata a situação estratégica como uma situação específica em que cada indivíduo decide as ações a serem empreendidas levando em consideração o posicionamento dos outros indivíduos, qual seria a resposta esperada para cada cenário previsto. Uma das características de um jogo é que ele é modelado com variáveis selecionadas como relevantes. Os modelos de **Teoria dos Jogos** bem como quaisquer modelos são simplificações da realidade, pois é impensável a elaboração de um modelo com tantas variáveis que espelhe a realidade, essa impossibilidade ocorre em razão da ocorrência de imprevistos, fatos que não podem ser determinados a priori. O *trade-off* entre criar um modelo mais simples e direto ou tentar modelos rebuscados que mais se adequem é de difícil solução. No caso específico de Teoria dos Jogos, a modelagem compreende a definição das variáveis representativas, fórmulas e relações entre elas, possíveis conjuntos de restrições e os objetivos (sob uma ótica otimizadora) individuais.

Para Miller (2002, 33) o desenvolvimento da **tecnologia da informação** dentro das empresas traz consigo o surgimento de grande quantidade de dados. De onde vêm esses dados e porque surgiram? Durante a década de 1980 pudemos observar a massificação dos computadores pessoais, na década de 1990 a explosão da internet e hoje em dia, a migração das operações das empresas para sistemas computacionais integrados, como ERP (Sistemas Integrados de Gestão), CRM (Gestão do Relacionamento com clientes) e sistemas especialistas entre outros. Avanços como cartões de fidelização, que guardam as informações dos clientes, quais sejam: data e hora de cada compra, itens comprados e dados pessoais. Toda essa tecnologia gera uma enorme quantidade de dados.

Se estes forem trabalhados adequadamente, podem gerar informações relevantes para os gestores, que servirão como auxílio no processo de tomada de decisão. Uma questão relevante é separar quais dados são vitais e estratégicos para as empresas e quais são operacionais e táticos. Há uma dificuldade em se separar o que é realmente relevante do restante das informações.

Segundo Miller (2002) “É o valor, e não o volume, a força motriz da inteligência. A **inteligência competitiva** é a informação tão bem analisada que já pode servir de base para decisões fundamentais. Levar a informação a tal estágio é o que constitui o valor”. Teoria dos Jogos se apresenta, neste contexto, como uma alternativa de análise de cenários corporativos, fazendo uso das informações disponibilizadas pela Tecnologia de Informação. É assim uma ferramenta para alcançar a inteligência competitiva.

Teoria dos Jogos não é um tema propriamente novo. Segundo Tzu (1997), quinhentos anos antes de Cristo já se tratava da questão estratégica. O autor afirma em sua obra que é fundamental tomar decisões de acordo com as ações esperadas de inimigos ou aliados. É notável o fato de uma obra como esta servir ainda hoje de base de estudo, sendo adaptado para o cenário empresarial de nossos dias, como por exemplo na correta utilização de recursos, logística das tropas e suprimentos, escolha do campo de batalha mais apropriado e conhecimento do padrão histórico de atitudes dos adversários.

Inicialmente como ramo matemático da estatística, hoje a Teoria dos Jogos vêm sendo objeto de estudo nas áreas de administração, economia, biologia, marketing, política, sociologia etc. Atualmente possui aplicações bastante variadas, tais como simulações de mercado, ferramentas de apoio à decisão, entre outras.

As simplificações adotadas na construção um modelo são freqüentemente revistas em função do avanço da Tecnologia de Informação, que traz maior capacidade computacional e conseqüente ganho de tempo. O Modelo de Determinação Simultânea de Preços como está concebido na literatura apresenta diversas falhas, o que torna o jogo simples, e bem distante

da realidade de qualquer mercado. O objetivo deste trabalho é selecionar parâmetros mais significativos para as análises deste modelo, e apontar como o jogo pode ser implementado utilizando um ambiente de análise corporativo moderno.

Os conceitos relativos à Teoria dos Jogos são fundamentais para este trabalho, e os mais importantes, bem como algumas aplicações destes conceitos, são abordados na Seção 2. Nesta seção já está descrito superficialmente o modelo de determinação simultânea de preços, mas este é estudado mais profundamente na Seção 3, quando algumas simplificações exageradas são apontadas como passivas de modificações. As sugestões de aprimoramento deste modelo utilizando técnicas predição e otimização podem ser vistas na seção 4. Finalmente, a Seção 5, chamada de conclusão, inclui também os requisitos iniciais para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que implemente o modelo aprimorado são descritos.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Teoria dos jogos, nascida como um ramo da matemática, teve importante contribuição no trabalho Von Neuman e Morgestern apud Fiani (2004). Esta teoria baseia-se no conceito de posicionar-se estrategicamente de acordo com a ação esperada dos competidores, ou seja, tentar modelar ou simular as ações dos concorrentes para tomar decisões mais efetivas. Segundo Fiani (2004) e outros autores, esta obra é considerada por alguns autores como a principal referência de Teoria dos Jogos.

Jon Von Neuman nascido na Hungria, foi para os Estados Unidos da América em 1930 e publicou seu primeiro trabalho sobre Teoria dos Jogos em 1928, sobre **jogos de soma zero**, onde os ganhos de um jogador necessariamente se traduzem em perdas para outros jogadores envolvidos diretamente no mesmo jogo. Por exemplo par ou ímpar, onde não hipótese de empate, quando um jogador ganha outro perde.

Von Neuman mostra a solução matemática para essa modalidade de jogo (jogos de soma zero). Mais tarde, além de modelar matematicamente os jogos, criou a representação (padronização de formatos para permitir entendimento geral) na forma extensiva. Nesta forma podem ser representadas as decisões de cada jogador em cada etapa do jogo. Também foram estudadas por Von Newman as formas de associação entre jogadores (cooperação e coalisões). Dentro de um jogo os jogadores podem cooperar, buscando um objetivo comum, ou agir por si só.

Este trabalho, embora reconhecido mundialmente como pilar do tema, apresentava a limitação de somente se aplicar a **jogos de soma zero**. Adiante levantaremos os tipos de jogos e sua classificação. Existem muitas hipóteses de interações onde todos podem sair ganhando com um dado desfecho e uma nova ferramenta para estudar essas hipóteses se fazia necessária.

Em meados de 1950, John F. Nash, John C. Harsanyi e Reinhard Selten desenvolveram este conceito até uma noção de equilíbrio que servia para jogos de soma zero e para jogos cooperativos. Este estudo ficaria conhecido como **Equilíbrio de Nash**. Estes três estudiosos do tema receberam o prêmio Nobel de economia no ano de 1994 por seus estudos pioneiros sobre equilíbrio na teoria de jogos não competitivos.

John F. Nash Jr., matemático da universidade de Princeton, revolucionou a Teoria dos Jogos, pois criou novos meios de se analisar interações e o próprio comportamento humano em seu artigo Nash (1951). O **Equilíbrio de Nash** é hoje amplamente difundido e estudado. Encontra aplicações nos ramos da economia, política, biologia, administração entre outras.

John Nash teve sua história de vida retratada por Hollywood no filme “Uma mente brilhante” (2001) Embora o filme mostre outros aspectos como a sua batalha contra a doença

(esquizofrenia), mostra também sua trajetória desde que era estudante de mestrado em Princeton até quando ganhou o Nobel de economia de 1994. Um fato curioso é que, segundo Marinho (2002) a universidade de Princeton não teria aceito a tese de Nash que lhe renderia o prêmio máximo de economia.

Segundo Fiani (2004) “O **Equilíbrio de Nash** é aquele que resulta de cada jogador adotar a estratégia que é a melhor resposta às estratégias dos demais jogadores”. É uma alteração significativa do conceito de que se cada um pensar somente no melhor para si, pensando egoisticamente, todos saem ganhando (conceito da mão invisível)

Por volta de 1920, os economistas já não aceitavam tão bem o conceito de **mão invisível**, criado por Adam Smith apud Mankiw (1999), para explicar os movimentos estratégicos do mercado, como nos casos de mercados imperfeitos, monopólios, oligopólios entre outros. Embora a **mão invisível** influencie as decisões, não está no controle segundo Fiani (2004), pois cada um faz o que é melhor para si, analisando o que seus companheiros ou concorrentes devem adotar também como estratégia individual. A mão invisível é ainda hoje aceita por muitos para justificar o livre comércio, com base na vantagem comparativa segundo Mankiw (1999), mas é contestada para explicar política externa, decisões estratégicas, segundo Nash apud Fiani (2004).

O húngaro John C. Harsanyi escreveu três artigos sobre a Teoria dos Jogos Harsanyi apud Fiani (2004). Neles Harsanyi analisa que muitas vezes, um ou mais jogadores possuem informações diferentes sobre determinado fator que poderiam lhes dar vantagem sobre seus concorrentes. Este quadro foi denominado **modelo de informação incompleta**. Nestes artigos, Harsanyi demonstrou que o **Equilíbrio de Nash** poderia ser utilizado também nos **modelos de informação imperfeita**. Isto diminuiu significativamente uma simplificação existente nos modelos de até então, quando os economistas tinham que supor simetria de informação, quando sabiam que não retratava a realidade. Antes de Harsanyi ou se supunha absoluta certeza, ou se utilizava de uma distribuição de probabilidades relacionada aos eventos possíveis e que os jogadores conheciam esta distribuição.

Alguns jogos ganharam são citados por vários autores, são amplamente conhecidos no mundo acadêmico, entre eles podemos citar: o **Dilema dos prisioneiros**, o **Jogo da Localização**, o **Leilão de Dólar** e a **Guerra de Preços**.

**Dilema dos Prisioneiros:** Um dos mais famosos jogos, consiste em um estudo de cooperação entre jogadores. Dois prisioneiros são capturados pela polícia sendo acusados de crimes leves e suspeitos de crimes mais graves, porém sem provas desses. A polícia interroga os dois em separado e os dois capturados têm as mesmas opções de confessar que praticou algum crime pesado junto com o outro, ou não. Para o criminoso que cooperar confessando crimes graves perpetrados em conjunto com seu comparsa, uma pena mais branda é oferecida, a menos que os dois confessem.

Tabela 1: O Dilema do Prisioneiro (forma normal) Fonte: Mankiw, 1999.

		Decisão de Bonnie	
		Confessa	Não confessa
Decisão de Clyde	Confessa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 8 anos para cada um</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bonnie é sentenciada a 20 anos</li> <li>• Clyde é solto</li> </ul>
	Não confessa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bonnie é solta</li> <li>• Clyde é sentenciado a 20 anos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 ano para cada um</li> </ul>

O que cada um pensa é: o que será que o outro fará? Se ele não disser nada e eu o entregar será a melhor hipótese para mim. Porém se eu o entregar e ele fizer o mesmo nós

dois estaremos mal junto à polícia. O ideal seria maximizar nossos benefícios cooperando e não acusando o outro. Mas como teremos certeza da ação que o outro tomará se nem podemos combinar uma estratégia comum? Para ilustrar a situação imaginemos dois criminosos famosos, a dupla Bonnie e Clyde, e o esquema de representação deste jogo pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 2: Dilema do Prisioneiro aplicado a Oligopólios. Fonte: Mankiw, 1999.

		Decisão da Empresa B	
		Produção Alta	Produção Baixa
Decisão da Empresa A	Produção Alta	<ul style="list-style-type: none"> <li>• \$40 para cada uma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Empresa B obtém \$30</li> <li>• Empresa A obtém \$60</li> </ul>
	Produção Baixa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Empresa B obtém \$60</li> <li>• Empresa A obtém \$30</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• \$50 para cada uma</li> </ul>

Este tipo de jogo é muito interessante e tem vasta aplicação nos problemas reais, como por exemplo no caso de oligopólios, onde poucos competidores podem ter a opção entre cooperar ou não. Suponha duas empresas que disputam fortemente o mercado de um determinado produto, e possuem juntas quase todo o mercado. Estas empresas podem combinar entre si para reduzir sua produção para aumentar o valor de mercado do produto em questão (desconsidere para exemplo a avaliação da licitude destes jogadores, pois a intenção é meramente ilustrativa). Após terem acertado um volume de produção baixo, em comum acordo, cada empresa tem a opção de respeitar e ou de descumprir o acordo. A forma normal para este problema está demonstrada na Tabela 2. Os valores são apenas um exemplo do que cada país ganharia para combinação de decisão.

**Jogo de Localização:** Um de jogo simultâneo com estratégia contínua. Em um local isolado, dois vendedores de posicionam de forma a atender à femanda, por exemplo, em uma praia pequena de cerca de um quilômetro de extensão, dois vendedores de sorvete (A e B) se situam conforme o esquema a seguir:

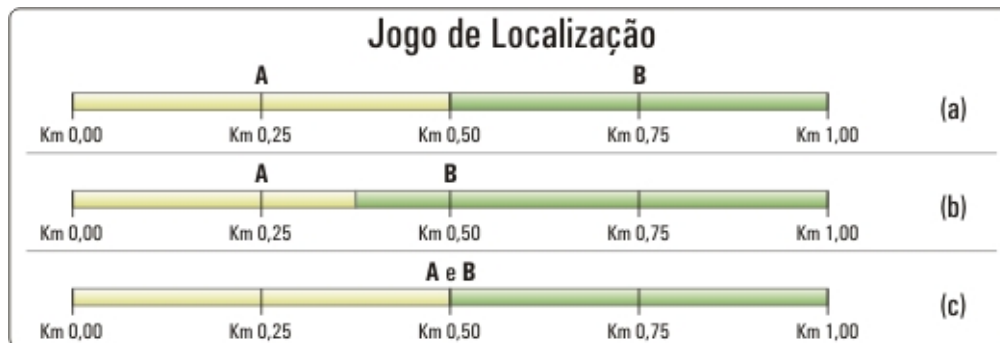


Figura 1

Como premissas deste modelo temos: os consumidores estão espalhados uniformemente por toda a extensão da faixa de areia da praia (não existem aglomerações em determinados pontos), os produtos ofertados são similares (mesmo produto, qualidade, nível de atendimento e preço). A área atendida pelo vendedor A aparece em amarelo enquanto a atendida pelo vendedor B está representada em verde.

É intuitiva a idéia de que do ponto zero até o ponto 0,50 os consumidores irão preferir comprar no vendedor A, como analogamente do ponto 0,50 até 1 quilômetro da praia darão preferência ao vendedor B, pois se os vendedores são perfeitamente similares a compra se dará no mais perto. Existe uma faixa de indiferença, localizada bem no meio da praia, onde tanto faz comprar no vendedor A ou B, porém este fato não é relevante para nossa análise,

pois uma pequena quantidade de pessoas se situa nessa área.

Ocorre que, se cada vendedor raciocinar que pode andar com a sua carrocinha de sorvete, ou mover o seu quiosque sem custos relevantes, ele poderia aumentar seus ganhos. Por exemplo o vendedor B se deslocaria do ponto 0,75 para o ponto 0,50, conforme o esquema a seguir:

De maneira a tentar recuperar seu mercado, uma possível reação do vendedor B poderia desencadear outro reposicionamento do vendedor A e, assim por diante, até que chegássemos a uma posição de equilíbrio, chamado **Equilíbrio de Nash**, onde qualquer movimento adicional passa a ser prejudicial a cada jogador, como mostra o esquema a seguir:

O que se nota é que os dois vendedores, neste caso específico, após terem chegado ao equilíbrio, possuem o mesmo ganho (mesma área atendida) que na situação inicial, e quem sairá perdendo é o comprador que não estiver na região mediana da praia (perto do ponto 0,50), pois se estiver nas extremidades terá que andar 500 metros enquanto que na disposição inicial, o máximo que qualquer consumidor teria que se deslocar para comprar um sorvete seria 250 metros.

Segundo Fiani (2004), o **jogo de localização** serve para explicar porque certos setores se aglomeram em pequenas regiões geográficas, formando conglomerados de farmácias ou postos de gasolina, ou como produtos de mídia de massa, como música, filmes, novelas de natureza comercial, tendem a ser todos parecidos.

**Leilão de Dólar:** Jogadores sem comunicação entre si participam de um leilão de uma nota de um dólar. O maior lance leva a nota. Ocorre que o segundo colocado, a segunda maior oferta, também paga o valor que ofereceu mas não leva dólar nenhum para casa. Por exemplo, se duas pessoas apenas derem lances de US\$ 0,15 e US\$0,20, o vencedor terá um lucro de US\$0,80 e o segundo colocado um prejuízo de US\$0,15, enquanto a banca, ou o leiloeiro terá um prejuízo de US\$0,65.

Ocorre que os participantes iniciais têm a perspectiva de altos lucros. Quando o valor ofertado passa de US\$0,50 a banca começa a ter lucro, e a partir de US\$1,00 o jogo fica irracional. Segundo Shubik apud Marinho (2002), a nota foi arrematada em seguidas experiências, em média, por US\$3,40. Como exemplos de aplicações deste jogo temos: o tamanho dos trechos de filmes, novelas etc, fazendo com que o primeiro pedaço anime os telespectadores a entrar no leilão, ou seja, a se envolverem com a história, a comprometer o seu tempo. Os outros trechos vão encolhendo fazendo com que entrem mais anúncios. É o famoso **Custo do Barco Afundado**, que faz com que pessoas e instituições tomem decisões irracionais baseando-se apenas no que já gastaram.

Algumas empresas têm respondido intuitivamente ao leilão de dólar. Um procedimento bastante interessante é dar descontos progressivos para contratos assinados mais rapidamente, ou reserva em eventos. Quanto mais cedo as reservas, mais baratas. Um chamariz como a entrada do leilão estudado.

**Guerra de Preços:** Por exemplo se houver em uma pequena localidade somente dois competidores em um serviço essencial, como postos de combustível ou pequenos armazéns, vendendo exatamente os mesmos produtos com a mesma qualidade, nível de atendimento e preço, eles dividirão a demanda com 50% do mercado cada. Se um competidor reduz seu preço, aumentará suas vendas. Em seguida, ou até imediatamente após, dependendo da velocidade de reação do concorrente (há casos em que empresas buscam diariamente os preços do oponente nos folhetos de jornais, como no caso dos supermercados), ocorrerá a resposta do concorrente, reduzindo também o seu valor para se igualar ou até ficar abaixo do preço do concorrente.

Ocorre que, se ambos forem reduzindo seus preços no final terão sérias dificuldades, pois a margem de contribuição dos produtos vai se degradando e, em certos casos desaparece

completamente. Além disso, o consumidor não aceita voltar ao preço inicial, o que vai gerar uma perda de demanda. O limite inferior de preço desta guerra é muito importante, pois a empresa não pode raciocinar somente com o custo variável, tendo que cobrir também seus custos fixos.

O desenvolvimento de simulação para este jogo se baseia no **modelo de Bertrand** apud Fiani (2004), ou **modelo de determinação simultânea de preços**. Nesse modelo, a quantidade demandada para cada empresa depende diretamente em função do preço. Neste modelo o preço mínimo aceitável é o custo marginal, onde as duas empresas envolvidas se encontrariam em equilíbrio (caso possuam mesma estrutura de custos) esse ponto é chamado **Paradoxo de Bertrand**, uma aplicação da lógica do **Equilíbrio de Nash**.

### 3. PROBLEMA

Dentre as muitas aplicações conhecidas da Teoria dos Jogos, o Modelo de Guerra de Preços foi escolhido para ser mais detalhado por ser um modelo que está diretamente relacionado com um problema real. Nesta modelagem são definidos alguns parâmetros, quais sejam: número de competidores, tamanho e comportamento do mercado quando ocorrem alterações de preço, elasticidade-preço da demanda, custos fixos e variáveis das empresas envolvidas, e a única interação do jogador (aqui será o usuário da ferramenta) com o sistema durante a simulação é via preço, as demais variáveis são fixas do início ao fim da simulação.

Um dos aspectos interessantes nessa simulação ocorre quando a ferramenta (que aqui chamaremos de agente) simula um concorrente que compete diretamente com o jogador. Ao entrar com os dados de preço a cada período, o jogador verifica qual a resposta do agente, o preço escolhido para cada período de tempo segundo os critérios pré-estabelecidos em uma função objetivo.

Essa ferramenta computacional é baseada na Teoria dos Jogos, pois cada parte tenta maximizar seus objetivos levando em consideração as possíveis respostas do oponente. É muito útil para estudo de cenários, alterando-se os parâmetros para cada situação desejada. Neste exemplo analisado, o objetivo de cada empresa é maximizar seu lucro acumulado ao final de 12 períodos.

Para fins de análise aproveitamos uma estrutura de modelo existente na internet denominado *The Price Strategy Simulator*, desenvolvido pela empresa Forio (2005). Neste site existe um produto específico para simulações via internet denominado Broadcast, nas versões Professional, Enterprise e Express, essa última disponibilizada gratuitamente no site da empresa e que foi a utilizada em nossos estudos. A partir das ferramentas disponibilizadas, um modelo de simulação foi desenvolvido e pode ser acessado em Forio Broadcast (2005).

A seguir vamos descrever o modelo, seus parâmetros e fórmulas para, logo após, analisarmos as funcionalidades e aplicações.

#### Parâmetros e equações:

*Dados do Mercado:*

**M:** tamanho do mercado (demanda total);

**E:** elasticidade-preço da demanda. Por exemplo,  $E = 2$ , significa que para cada  $X\%$  de variação no preço a demanda irá variar em  $2X\%$ . Se este valor for igual a zero significa dizer que a demanda é inelástica, se for igual a um significa dizer que a demanda é perfeitamente elástica pois, por exemplo, para  $10\%$  de variação no preço, ocorrerá uma variação de  $10\%$  na demanda;

**N:** o número de empresas. Este parâmetro é crítico, pois para alterar o número de competidores será necessário rever todo o modelo;

**V:** vendas mensais, que é o somatório das vendas individuais. Supõe-se neste modelo que a demanda é totalmente atendida pelas empresas, ou seja,  $M = V$ .

De acordo com o modelo que estamos analisando,  $N = 2$ . Descreveremos os dados destas

duas empresas:

*Dados da Empresa A:*

A empresa A será para nós a do jogador. A seguir algumas definições e valores para a empresa A:

*P0: Preço inicial. Parâmetro de inicialização a ser definido antes de rodar a simulação. O valor default é R\$1.200,00.*

*CFA: Custo fixo. Parâmetro de inicialização a ser definido antes de rodar a simulação. O valor default é R\$500.000.000,00.*

*CVA: Custo variável de A. Parâmetro de inicialização a ser definido antes de rodar a simulação. O valor default é R\$500,00.*

*CVA: Custo variável de A. Parâmetro de inicialização a ser definido antes de rodar a simulação. O valor default é R\$500,00.*

*PMINA: Preço mínimo aceitável para A é de R\$0,00, ou seja, não são aceitos valores negativos.*

A Receita de A (RA) é dada por  $RA = PA \times VA$ . As vendas de A (VA) são baseadas nas diferenças entre preço e hipóteses de elasticidade definidas, conforme a fórmula a seguir.

$$VA = \begin{cases} V-MAX \left( 0; \left( \left( \frac{PA}{PB} \right) - 1 \right) \times E + 1 \right) \times \left( \frac{V}{N} \right), & \text{se } PA < PB \\ MAX \left( 0; \left( \left( \frac{PA}{PB} \right) - 1 \right) \times E + 1 \right) \times \left( \frac{V}{N} \right), & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{O custo por unidade de A é dado por: } CUA = CVA + \begin{cases} CFA, & \text{se } VA < 1 \\ \frac{CFA}{VA}, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{O Custo Total de A é dado por: } CTA = MAX(CFA; VA \times CUA) \quad (3)$$

$$\text{O Lucro de A é dado por: } LA = RA - CTA \quad (4)$$

A Lucratividade de A é dada por:  $L\% A = \frac{LA}{RA}$ , com função IF para tratar o caso de divisão por zero.

$$\text{Neste caso, } L\% A = \begin{cases} \frac{LA}{RA}, & \text{se } RA \neq 0 \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (5).$$

$$\text{O Lucro acumulado de A é dado por } LAA = LA(i - 1) + LA(i), \text{ onde } i \text{ é o período atual} \quad (6)$$

$$\text{A participação de mercado de A (PMA) é dada por: } PMA = \frac{VA}{V} \quad (7)$$

Dados da Empresa B: a empresa B foi definida como a do agente. A empresa B não possui preço inicial como parâmetro, este é calculado pelo agente. O Custo fixo de B é de R\$500.000.000,00 (CFB). O custo variável de B é de R\$500,00 (CVB). A empresa B possui uma variável sensibilidade a preços (S), que entrará na fórmula do cálculo de seu preço, seu valor será de -10%, ou seja, a empresa tentará ficar 10% abaixo da empresa A. Limite Inferior do Preço Empresa B (PMINB) é igual 0 se o agente puder colocar qualquer preço, ainda que tendo prejuízo, 1 se o agente não puder colocar seu preço abaixo do custo variável próprio. Nesta simulação, o PMINB é igual a 1. Limite Superior do Preço da Empresa B (PMAXB) é igual a dois e significa dizer que  $PMAXB = 2 \times P0$ , ou seja, se o preço inicial de A for R\$1.200 a empresa B nunca subirá seu preço acima do dobro deste valor. As vendas de B são definidas como VB e como o mercado é integralmente atendido por A e B,  $V = VA + VB$ , logo  $VB = V - VA$  (8)



A Receita de B é dada por  $RB = PB \times VB$  (9)

O custo por unidade de B é dado por:  $CUB = CVB + \begin{cases} CFB, & \text{se } VB < 1 \\ \frac{CFB}{VB}, & \text{caso contrário;} \end{cases}$  (10)

O Custo Total de A é dado por:  $CTB = MAX(CFB; VB \times CUB)$  (11)

O Lucro de B é dado por:  $LB = RB - CTB$  (12)

A Lucratividade de B é dada por:  $L\%B = \frac{LB}{RB}$ , com função IF para tratar o caso de divisão por zero.

Neste caso,  $L\%B = \begin{cases} \frac{LB}{RB}, & \text{se } RB \neq 0 \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$  (13)

O Lucro acumulado de B é dado por  $LAB = LB(i - 1) + LB(i)$ , onde  $i$  é o período atual (14)

A participação de mercado de B é dada por:  $PMB = \frac{VB}{V}$  (15)

O cerne da simulação consiste na determinação do preço de B, calculado pelo agente conforme a formula:

$PB = MIN \left( MAX \left( PA \times (1 + S); \begin{cases} CVB, & \text{se } PMINB = 1 \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \right); (PMAXB \times P0) \right)$  (16)

Através destes cálculos, quando o jogador insere o preço  $PA$ , o agente tem condições de calcular  $PB$ . A resposta do mercado em relação ao movimento de preços, se dá a partir da elasticidade-preço da demanda. Em função destas duas variáveis, preço e quantidade vendida de cada empresa, o agente calcula o total de custos, receita total, resultado, resultado acumulado, percentual de participação no mercado e monta vários gráficos que se corrigem dinamicamente.

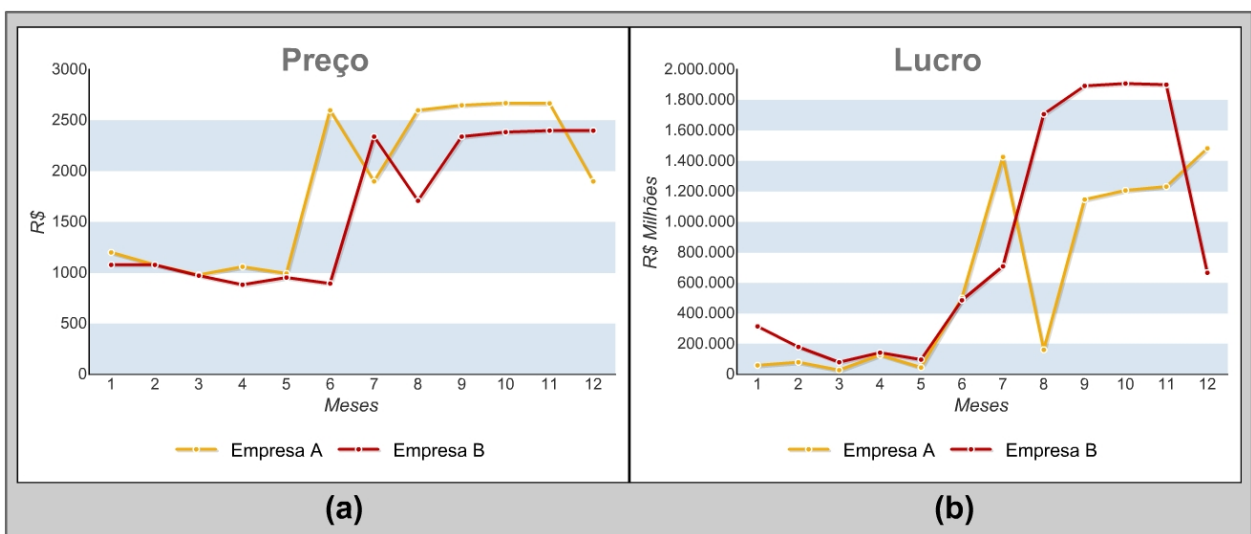


Figura 2

Na Figura 2 (a) é possível ter uma idéia de um dos principais problemas desta ferramenta, que ocorre quando o agente, que aqui aparece como Empresa B, define o preço de

cada período baseando-se em uma série de fatores pré-definidos. O problema é que a decisão do agente leva em consideração o preço que o jogador definiu no período anterior, ou seja, o modelo não aprende o comportamento do jogador ao longo dos períodos. Conhecendo esta característica, o jogador pode colocar um preço muito alto, por exemplo, e depois, sabendo de que forma o agente reagirá no período seguinte, reduzir significativamente o preço e ganhar grande participação do mercado.

Outro fator não considerado neste modelo, mas que pode ser extremamente relevante ocorre quando certos parâmetros, definidos pelo programador e não pelo jogador são constantes durante toda a simulação. Assim ocorre com o tamanho do mercado e a elasticidade-preço da demanda, que poderia variar durante o ano, dependendo das características do produto que está sendo simulado. Mankiw (1999) define essa elasticidade como “a medida da reação da quantidade demandada de um bem às variações em seu preço, calculada como a variação percentual da quantidade demandada dividida pela variação percentual do preço”.

Embora outros modelos mais complexos possuam mais de dois competidores, o fato de este trabalhar apenas com dois competidores não chega a comprometê-lo, pois é uma simplificação aceitável.

Na Figura 2 (a) podemos observar que, ao aumentar o preço significativamente no período 6, damos ao agente a informação de que ele pode também aumentar seu preço, mas no período seguinte colocamos um preço bem abaixo do esperado, fazendo com que quando o agente calcule o preço lá em cima, o jogador se aposse de grande parte do mercado. Para essa simulação, a elasticidade-preço da demanda foi configurada em 2, ou seja, para cada 10% de variação no preço, a resposta será de 20% nas vendas.

A elasticidade-preço da demanda poderia ser dinâmica de acordo com o produto analisado. Por exemplo a demanda por aparelhos de ar-condicionado em um país quente como o Brasil deveria ser mais inelástica no inverno e mais elástica no verão.

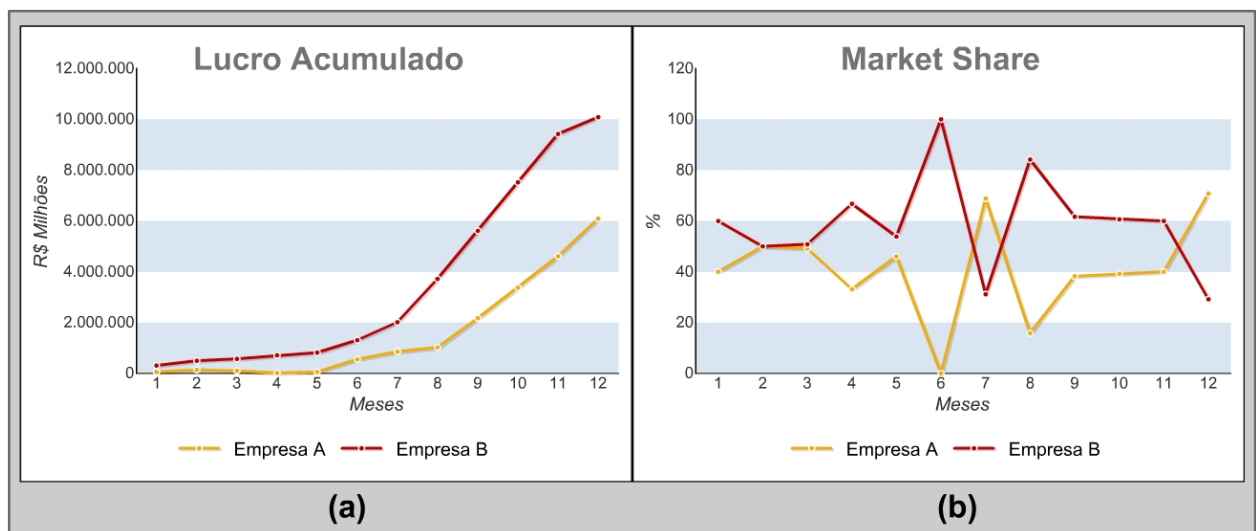


Figura 3

Na Figura 3 (b) podemos observar outro exemplo de simplificação excessiva do modelo ocorre quando as duas empresas dominam o mercado e se uma coloca o preço muito alto (Empresa A, no período 6) a outra empresa (neste caso Empresa B) pode ficar com todo o mercado para si. Ocorre que, a Empresa B não teria como ter conhecimento que a Empresa A iria realizar movimento tão imprevista e, por esse motivo, não teria como suprir toda a demanda sozinha. O que poderia significar duas possibilidades: ou o mercado não seria totalmente atendido neste período se os consumidores se negassem a comprar o produto com

sobrepreço, ou a Empresa B venderia todo o seu estoque enquanto a Empresa A venderia o suficiente para fornecer que completassem o restante do mercado. Ocorre que, nesse modelo de Guerra de Preços, a capacidade de produção das empresas também não é levado em consideração.

Outro ponto de deficiência de ferramenta analisada ocorre quando o mercado se mantém estático durante toda a simulação, o que certamente não ocorre na maioria das situações. O consumo poderia ser calculado por métodos quantitativos estatísticos de acordo com seu comportamento ao longo dos períodos conhecidos, para que possam ser considerados os casos onde haja sazonalidade ou tendência.

A fim de implementação de melhorias e ajustes no modelo, após a criação da simulação na ferramenta Forio, replicou-se dentro do ambiente do MS-Excel, possibilitando a utilização de suas capacidades matemáticas e estatísticas em nosso modelo. A Figura 4 (a) ilustra a tela de parâmetros iniciais, a ser alterada antes de se iniciar a simulação:

Figura 4

Caso a tela de configuração seja aberta em uma simulação em andamento a ferramenta pode proceder de duas maneiras diferentes. Ou a alteração de parâmetros é feita de maneira que a simulação seja reiniciada, perdendo todos os dados da simulação em curso, ou os parâmetros assumem caráter dinâmico, podendo ser modificados ao longo da simulação,

correspondendo a ações de investimento ou divulgação.

A Figura 4 (b) ilustra as novas funcionalidades implementadas de alteração, a cada período, do tamanho do mercado e da elasticidade-preço da demanda, além da decisão de preço, já existente no modelo Forio.

#### **4. SUGESTÕES DE APRIMORAMENTO**

De forma a melhorar a adequação do modelo à situações reais, podemos incluir na decisão do agente um modelo de avaliação de séries temporais, usando as informações de preço para os períodos anteriores. Ou seja, o agente deverá ficar sensível não somente ao preço do jogador no período anterior, mas também ao comportamento do jogador ao longo do tempo, identificando possíveis padrões. Estes modelos podem ser baseados em regressão, ajustamento exponencial, média móvel entre outros.

Como o modelo Forio foi replicado em excel, podemos alterar diretamente nossa versão e implementamos as seguintes funcionalidades:

- 4.1. ALTERAÇÃO DO TAMANHO DO MERCADO A CADA PERÍODO. ESTA MODIFICAÇÃO PERMITE QUE O MERCADO SEJA MAIS DINÂMICO, VARIANDO CONFORME A ESPECIFICIDADE DO SETOR EM ANÁLISE. AS VENDAS PODEM AGORA DECRESCER OU AUMENTAR CONFORME A ÉPOCA TAL COMO ENCONTRAMOS EM ALGUNS SETORES;**
- 4.2. USO DE UMA FUNÇÃO DE ELASTICIDADE, PARA ADEQUAR A ELASTICIDADE AO TAMANHO DO MERCADO. ESTA FUNÇÃO CARACTERÍSTICAS DECRESCENTES, E A ELASTICIDADE FICA DEFINIDA EM FUNÇÃO DA DERIVADA DESTA FUNÇÃO;**
- 4.3. ALTERAÇÃO DA ELASTICIDADE-PREÇO DA DEMANDA A CADA PERÍODO. SIMULANDO, A CADA PERÍODO, VARIAÇÕES QUE POSSAM VIR A OCORRER, COMO POR EXEMPLO, A REAÇÃO DE UMA CAMPANHA PUBLICITÁRIA QUE ALTERE A PERCEPÇÃO DE VALOR DA EMPRESA OU PRODUTOS JUNTO AOS CONSUMIDORES, ALTERANDO ESSA ELASTICIDADE;**
- 4.4. INCLUSÃO DE FATOR ALEATÓRIO NO AGENTE, IMPEDINDO QUE A PREVISIBILIDADE DO MODELO ATUAL PERMITA QUE O USUÁRIO UTILIZE UMA CONTRA-ESTRATÉGIA CONHECENDO O ALGORÍTIMO DECISÓRIO DO AGENTE. O FATOR ALEATÓRIO DEVERÁ SER APENAS PARCIAL, OU SEJA, APÓS CALCULAR QUAL O PREÇO PARA O PRÓXIMO PERÍODO O AGENTE REALIZA UMA PEQUENA ALTERAÇÃO APROXIMATIVA DE 1 A 3% POR EXEMPLO PARA SIMULAR A ALEATORIEDADE DA DECISÃO FINAL;**
- 4.5. MELHORIAS QUANTO À USABILIDADE DO MODELO. ESTUDO E MELHORIA DAS TELAS DA SIMULAÇÃO, POSIÇÃO DOS CAMPOS E BOTÕES, CORES NOS GRÁFICOS, E PREVENÇÃO E TRATAMENTO DE ERROS DE ENTRADA DE DADOS.**

#### **5. CONCLUSÃO**

Os modelos de Teoria dos Jogos têm se mostrado extremamente eficientes nos estudos de cenários, por que se apresentam como ferramentas dinâmicas, onde o analista de cenários assume o papel de jogador e pode ver, em reação direta, o resultado das decisões tomadas.

O uso de agentes no jogo torna a ferramenta ideal para a análise de cenários feita de forma individual para, por exemplo, a tomada de decisão individual. Entretanto, a presença do agente não anula a possibilidade de análise em equipe, o que aumenta a versatilidade da ferramenta.

O Modelo de Guerra de Preços é particularmente interessante para problemas mercadológicos, e a compreensão da teoria inerente ao problema é fundamental para obter

resultados satisfatórios. A ferramenta se mostra útil para as análises propostas.

As melhorias, implementadas e propostas, indicam aumento na faixa de aplicação, com mercados dinâmicos e alterações de elasticidade ao longo do tempo. As modificações do modelo incluindo as soluções sugeridas estão em curso e, dinamicamente vão sendo testadas e implementadas.

O uso do Excel como ambiente de desenvolvimento garante a popularização da ferramenta, posto o Excel é um aplicativo disponível em larga escala. Além disso, o uso de planilhas eletrônicas, notadamente dentro deste aplicativo, está se tornando hábito comum para os administradores e tomadores de decisão, de maneira geral.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] BÊRNI, Duilio de Avila. Teoria dos Jogos: Jogos de Estratégia, Estratégia Decisória, Teoria da Decisão, 1.Ed. Rio de Janeiro: Reichmann & Affonso Ed., 2004
- [2] BRUNER, J.; WEISSER, S. A invenção do ser: autobiografia e suas formas. In: OLSON, D.; TORRANCE, N. (Org.). Cultura escrita e oralidade. São Paulo: Ed. Ática, 1995.
- [3] FIANI, Ronaldo. Teoria dos Jogos: Para cursos de Administração e Economia, Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 2004
- [4] FORIO BUSINESS SIMULATION. *Forio Business Simulations / Computer Simulation Software / Consulting / Strategy Game Training*. Disponível em: <<http://www.forio.com>> Acesso em: 15 abr. 2005.
- [5] FORIO BROADCAST. *Carlos Xavier Price Strat*. Disponível em: <<http://broadcast.forio.com/sims/carlogx/>>. Acesso em: 5 mai. 2005.
- [6] HARSANYI, J.C. Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Parts I, II and III", *Management Science* 14, 159-182,320-334 e 486-502, 1967/1968.
- [7] MANKIWI, N. Gregory. Introdução à economia: princípios de micro e macroeconomia, Rio de Janeiro: Ed. Campus, 1999.
- [8] MARINHO, Raul, Eu penso que você pensa ... . Revista Você S/A, São Paulo: Ed. Abril, nº48, 2002
- [9] MILLER, Jerry P.; et al. O Milênio da Inteligência Competitiva, 1.Ed. São Paulo: Ed. Bookman, 2002.
- [10] NASH, John. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*. 1951.
- [11] SELTEN, R., The chain store paradox. *Theory and Decision*, 9: 127-159, 1954.
- [12] SMITH, Adam. A Riqueza das nações: investigação sobre sua natureza e suas causas, São Paulo: Ed. Abril Cultural, 1983.
- [13] TZU, Sun. A Arte da Guerra, 6.Ed. São Paulo: Ed. Paz e Terra S/A, 1997.
- [14] VON NEWMAN, John e MORGESTERN, Oskar. *The Theory of Games and Economics Behavior*: Princeton, Princeton University Press, 1944.
- [15] A BEAUTIFUL mind. Produção de Brian Grazer e Ron Howard. EUA: DreamWorks Distribution L.L.C. / Universal Pictures / UIP, 2001.1 DVD, Ntsc, som, color, Legendado.