

GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO T^2 DE HOTELLING - INSTRUMENTO DE ANÁLISE DA QUALIDADE NUMA INDÚSTRIA DE ALUMÍNIO

Patrícia Silva Tavares

Faculdade do Pará – FAP
R. Municipalidade, 839 – Reduto
66.053-180 – Belém-PA, Brasil.
ptavares14@yahoo.com.br

Edson Marcos Leal Soares Ramos

Departamento de Estatística
Universidade Federal do Pará – UFPA
R. Augusto Corrêa, 01
66.075-110 - Belém-PA, Brasil.
ramosedson@yahoo.com.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é aplicar o gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling em uma das etapas do processo de produção de perfis de alumínio da ALCOA (Aluminum Company of America) e decompor a estatística T^2 de Hotelling utilizando uma planilha computacional. Na aplicação foram utilizados dados da etapa de anodização e monitoradas simultaneamente duas características de qualidade: a concentração de ácido sulfúrico e a concentração de alumínio dissolvido. A partir da implementação da Fase I do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling foi constatado o controle estatístico dos dados, o que possibilitou o início da Fase II, chamada de monitoramento. Verificou-se nesta etapa, a presença de observações discrepantes (*outliers*) e a partir da planilha computacional empregada para decompor a estatística T^2 de Hotelling destas observações discrepantes, foi possível descobrir qual das características de qualidade afetou o processo, identificando as causas especiais e, posteriormente, propondo as medidas corretivas apropriadas.

Palavras-chaves: Controle Estatístico da Qualidade, Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling e Alumínio.

Abstract

The objective of this article is to apply Hotelling's T^2 multivariate control chart to one of the aluminum profile production process stages of ALCOA (*Aluminum Company of America*) and to decompose the statistics using a computational spreadsheet. In the application, anodizing stage data were used and two quality characteristics were monitored simultaneously, the acid sulfuric concentration and the dissolved aluminum concentration. Through multivariate control chart Phase I implementation, the statistical control of the data was verified, which made possible Phase II monitoring. In this stage it was verified that there were outliers present. The computational spreadsheet was used to decompose the statistics of these differing observations and it was possible to discover which quality characteristics affected the process, identifying special causes. Finally, appropriate corrective measures were proposed.

Key Words: Statistical Quality Control, Hotelling's T^2 Multivariate Control Chart and Aluminum.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, as empresas têm buscado técnicas cada vez mais apuradas que possam fornecer uma melhoria contínua com mais garantia de qualidade nos processos e conseqüentemente nos produtos. Nesse contexto, o Controle Estatístico de Processo (*CEP*) se apresenta como uma poderosa ferramenta para analisar os dados, estudar as características do processo e solucionar os problemas práticos, e uma das ferramentas do *CEP* mais utilizadas são os gráficos de controle univariados de Shewhart.

Ainda assim, a necessidade de agilizar os processos e obter informações cada vez mais rapidamente, fez com que os gráficos de controle multivariados começassem a se tornar mais importantes e mais efetivos nos processos industriais, visto que estes tipos de gráficos conseguem monitorar simultaneamente mais de uma característica de qualidade. Portanto, o objetivo deste trabalho é analisar a aplicação do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling em uma das etapas do processo de produção de perfis de alumínio da ALCOA, a fim de identificar possíveis problemas que possam afetar o bom funcionamento do processo produtivo.

2. GRÁFICOS DE CONTROLE MULTIVARIADOS (GCM)

Atualmente, devido ao desenvolvimento de uma avaliação cada vez mais criteriosa dos processos e aos avanços tecnológicos que aperfeiçoaram enormemente a quantidade e a qualidade dos dados disponíveis, as indústrias passaram a utilizar gráficos de controle que monitoram várias características de qualidade simultaneamente, substituindo os conhecidos gráficos de controle univariados. Mason e Young (2002) mostram que o controle do processo multivariado é uma metodologia baseada nos gráficos de controle, que é utilizada para monitorar a estabilidade de um processo multivariado. Esta estabilidade é obtida quando as médias, variâncias e covariâncias das variáveis do processo permanecem estáveis ao longo das observações.

Assim, a análise envolvida no desenvolvimento de procedimentos de controle multivariados exige um exame das variáveis relacionadas no processo, já que a muitas vezes essa relação é ignorada na aplicação de procedimentos univariados. Nesse sentido, a estatística T^2 de Hotelling é um método para superar este problema, e será descrita na subseção que segue.

2.1 Gráficos T^2 de Hotelling

Hotelling (1947) foi um dos primeiros a analisar variáveis correlacionadas sob uma perspectiva de controle estatístico, utilizando-se de um procedimento multivariado, este procedimento foi baseado na generalização da estatística *t de Student*.

Esta estatística *t* univariada se estendeu para o caso multivariado utilizando a forma da estatística T^2 , baseada em estimativas amostrais da matriz de covariância. De acordo com este procedimento, deve-se considerar que p características correlacionadas estão sendo medidas simultaneamente, e supõe-se que estas características, de acordo com Mason, Tracy e Young (1992), seguem uma distribuição p -dimensional multivariada normal com vetor de médias $\mu' = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ e matriz de covariância Σ , sendo μ_i a média para a i -ésima característica e Σ uma

matriz consistindo de variâncias e covariâncias das p características. Pode-se estimar com m observações a média μ por \bar{X} e Σ por S , onde \bar{X} é o vetor que contém as médias amostrais das p características e S é a matriz de covariâncias amostrais para as p características.

No gráfico T^2 de Hotelling, quando não é possível definir subgrupos racionais dentro de cada amostra, o processo é então monitorado a partir de amostras de tamanho unitário ($n = 1$) e a estatística T^2 de Hotelling é

$$T^2 = (X_k - \bar{X})' S^{-1} (X_k - \bar{X}), \tag{Eq. (1)}$$

onde \bar{X} e S representam, respectivamente, as estimativas para o vetor das médias e a matriz de covariância do processo, obtidas por: $\bar{X} = (1/m) \sum_{k=1}^m X_k$ e $S = (1/(m-1)) \sum_{k=1}^m [(X_i - \bar{X}_k)(X_i - \bar{X}_k)']$, onde m representa o número de observações preliminares retiradas do processo e X_i é a i -ésima observação da p -variável referente a k -ésima amostra.

Existem duas fases distintas para a construção dos gráficos de controle T^2 de Hotelling. Lowry e Montgomery (1995) mostram que a Fase I consiste em utilizar os gráficos de controle para testar retrospectivamente se o processo estava sob controle quando as primeiras m observações foram extraídas, objetivando obter um conjunto de dados sob controle para o estabelecimento dos limites de controle. Estes limites de controle são utilizados na Fase II para testar se o processo permanece sob controle, quando as observações futuras são extraídas durante a Fase II.

Já os limites de controle para a primeira fase de aplicação do gráfico T^2 de Hotelling, a partir de observações individuais, são dados por Mason, Tracy e Young (1992) como

$$LSC = \frac{(m-1)^2}{m} \beta(\alpha; p/2; (m-p-1)/2)$$

$$LIC = 0, \tag{Eq. (2)}$$

onde $\beta(\alpha; p/2; (m-p-1)/2)$ representa o percentil de uma distribuição beta com parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$. De outra forma, estes limites podem ser aproximados a partir do relacionamento entre as distribuições *beta* e *F*, que são dados por

$$LSC = \frac{(m-1)^2}{m} \times \frac{(p/(m-p-1))F(\alpha/2; p; m-p-1)}{1 + (p/(m-p-1))F(\alpha/2; p; m-p-1)}$$

$$LIC = 0. \tag{Eq. (3)}$$

Para os limites mostrados acima, tem-se p como o número de características de qualidade analisadas simultaneamente; m é o número de observações e F é o valor tabelado da estatística seguindo o nível de significância α a ser determinado e os devidos graus de liberdade.

Quando futuras observações são extraídas do processo, na segunda fase, os limites de controle são calculados através da expressão a seguir

$$LSC = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{\alpha/2, p, m-p}$$

$$LIC = 0, \quad \text{Eq. (4)}$$

onde $F_{\alpha/2, p, m-p}$ significa o percentil da distribuição F com p e $m - p$ graus de liberdade.

Como pode ser observado na Eq. (2), na Eq. (3) e na Eq. (4), o LIC é definido como zero. Para Mason, Tracy e Young (1992) a razão para isto é porque qualquer mudança na média levará a um aumento na estatística T^2 e assim o LIC pode ser ignorado.

2.2 O Método de Decomposição

Apesar do gráfico de controle T^2 de Hotelling ser uma técnica muito útil para que sejam monitoradas simultaneamente várias características de qualidade dos processos, algumas dificuldades podem ser encontradas na sua utilização. A principal dificuldade é quando a estatística T^2 indica que um processo está fora de controle estatístico e não gera informação sobre qual variável ou conjunto de variáveis está causando este problema.

A aproximação mais conhecida e utilizada para solucionar o problema da interpretação do sinal é a proposta por Mason, Tracy e Young (1995), que decompõem a estatística T^2 em componentes independentes que refletem a contribuição de uma variável individual. Supõe-se que as primeiras

$p - 1$ variáveis sejam agrupadas e isolam-se as p -ésimas variáveis, tal que $X_i = \left(X_i^{(p-1)'}, X_{ip} \right)'$ é

um vetor de medidas ($p - 1$) excluindo as p -ésimas variáveis. Mason, Tracy e Young (1995) utilizaram um resultado originalmente obtido por Rencher (1993). Segundo estes autores a decomposição pode ser dividida em duas partes

$$T^2 = T_{p-1}^2 + T_{p.1, \dots, p-1}^2, \quad \text{Eq. (5)}$$

onde o termo T_{p-1}^2 é a estatística T^2 de Hotelling utilizando as primeiras variáveis $p - 1$ e é conhecida como

$$T_{p-1}^2 = \left(X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)} \right)' S_{XX}^{-1} \left(X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)} \right), \quad \text{Eq. (6)}$$

onde $\bar{X}^{(p-1)}$ é o vetor de médias amostrais das m observações multivariadas sobre as primeiras variáveis $p - 1$ e S_{XX} é a submatriz $(p - 1) \times (p - 1)$ de S .

A estatística $T_{p.1, \dots, p-1}$ é o p -ésimo componente do vetor X_i ajustado pelas estimativas da média e desvio padrão da distribuição condicional de X_p constituído por X_1, X_2, \dots, X_{p-1} , e ela é dada por

$$T_{p,1,\dots,p-1} = \frac{X_{ip} - \bar{X}_{p,1,\dots,p-1}}{S_{p,1,\dots,p-1}}, \tag{Eq. (7)}$$

onde

$$\bar{X}_{p,1,\dots,p-1} = \bar{X}_p + b'_p \left(X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)} \right), \tag{Eq. (8)}$$

com \bar{X}_p sendo a média amostral das m observações na p -ésima variável e $b'_p = S_{XX}^{-1} s_{xX}$ sendo um vetor com dimensão $(p - 1)$ estimando os coeficientes de regressão da p -ésima variável regredida nas primeiras $p - 1$ variáveis, com

$$s_{p,1,\dots,p-1}^2 = s_x^2 - s'_{xX} S_{XX}^{-1} s_{xX} \tag{Eq. (9)}$$

e

$$S = \begin{bmatrix} S_{XX} & s_{xX} \\ s'_{xX} & s_x^2 \end{bmatrix}. \tag{Eq. (10)}$$

Assim, o primeiro termo de $T^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1,1,\dots,p-2}^2$ é uma estatística de T^2 de Hotelling sobre $p - 1$ variáveis. Pode-se também dividi-la em duas partes

$$T^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1,1,\dots,p-2}^2, \tag{Eq. (11)}$$

onde T_{p-2}^2 é a estatística T^2 de Hotelling das primeiras $p - 2$ variáveis e $T_{p-1,1,\dots,p-2}^2$ é o quadrado da $(p - 1)$ -ésima variável ajustada pelas estimativas da média e desvio padrão da distribuição condicional de X_{p-1} dado por X_1, X_2, \dots, X_{p-2} .

Continuando a interagir e dividir desta maneira, chega-se a seguinte decomposição geral da estatística T^2 de Hotelling para as p variáveis

$$\begin{aligned} T^2 &= T_1^2 + T_{2,1}^2 + T_{3,1,2}^2 + T_{4,1,2,3}^2 + \dots + T_{p,1,\dots,p-1}^2 \\ &= T_1^2 + \sum_{j=1}^{p-1} T_{j+1,1,\dots,j}^2. \end{aligned} \tag{Eq. (12)}$$

O valor final de T^2 , T_1^2 , é a estatística T^2 de Hotelling para a primeira variável. Ela se reduz ao quadrado da estatística t univariada para a variável inicial, assim

$$T_1^2 = \left(\frac{X_{i1} - \bar{X}_1}{s_1^2} \right)^2. \quad \text{Eq. (13)}$$

Segundo Mason, Tracy e Young (1995) a estatística particionada segue uma distribuição F , com 1 e $(m - 1)$ graus de liberdade. Supondo que para uma dada observação a estatística T^2 dada em (1) é significativa, isto indica que um problema existe, mas não há informação sobre quais variáveis contribuem para este problema, então considerando a aproximação da decomposição dada em (12), pode-se verificar a relação de cada variável com as $p - 1$ variáveis restantes, obtendo o seguinte conjunto de valores

$$T_{1,2,\dots,p}^2, T_{2,1,3,\dots,p}^2, \dots, T_{p,1,\dots,p-1}^2. \quad \text{Eq. (14)}$$

Assim, pode-se comparar cada um dos termos com o valor de referência, que é calculado pela multiplicação de uma constante com o valor tabelado da estatística F , para que sejam verificados quais os termos que são significativos.

2.3 Aplicação do Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling na ALCOA

No Brasil, a ALCOA é responsável pela produção de 25% do alumínio nacional, e na cidade de Tubarão, estado de Santa Catarina, está localizada uma das unidades da ALCOA, que tem como atividade principal a fabricação de perfis de alumínio. Matéria-prima principal, o alumínio é recebido nesta unidade em forma de tarugo, já passado por processos de transformação na liga desejada, que entrará no processo de extrusão.

Depois da transformação que o alumínio sofre, desde a extrusão dos tarugos até a produção dos perfis de alumínio, este terá sua imagem definida e fixada pelo acabamento aplicado sobre sua superfície. Um dos processos empregados com esta finalidade, que determina as características protetivas/decorativas de alta durabilidade, é a Anodização.

Esta constitui-se como a etapa mais crítica do processo, pois através dela haverá a formação de uma camada controlada e uniforme de óxido na superfície do alumínio, que se não for realizada de forma eficiente impedirá a penetração do sal de estanho na etapa posterior, a eletrocoloração, ou coloração eletrolítica. Existem vários parâmetros que afetam as propriedades da camada, mas os mais importantes são: a concentração do ácido sulfúrico no eletrólito e a concentração de alumínio dissolvido. Portanto, estes parâmetros foram definidos como variáveis, visto que essas duas características afetam diretamente as propriedades da camada anódica e possíveis alterações em ambas ocasionarão em problemas nas fases seguintes.

2.4 As Variáveis

Foi coletada uma amostra por dia do tanque do processo de anodização referente as duas características de qualidade monitoradas. A medição da solução coletada é realizada no laboratório da ALCOA e imediatamente registrada numa planilha de controle da empresa.

Foram utilizadas para a Fase I da aplicação do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling 30 pares de observações, referentes ao período de 13/01/03 à 21/02/03. E para a Fase II foram utilizadas 185 pares de observações, ou seja, 370 observações, referentes ao período de Fevereiro à Junho de 2003.

A suposição de normalidade da distribuição estatística de uma característica particular, deve ser satisfeita na aplicação de gráficos de controle, para evitar possíveis erros. Neste trabalho, o teste utilizado foi o teste *Jarque-Bera* (*JB*) (Jarque e Bera, 1985). Portanto, de acordo com Gujarati (2000), caso o valor p da estatística qui-quadrado seja suficientemente baixo, rejeita-se a hipótese de que os resíduos possuem distribuição normal. Esta mesma hipótese não é rejeitada se o valor de p for razoavelmente alto. Na Tabela 1 encontram-se os valores das variáveis em estudo.

Tabela 1: Teste de Normalidade de Jarque-Bera

Variáveis analisadas	Amostra	Valor de p
Conc. de Ácido Sulfúrico T1	30	0,15815
Conc. de Alumínio Dissolvido T1	30	0,43387

Como pode ser observado através da Tabela 1, as variáveis testadas são distribuídas normalmente, pois o valor de p é razoavelmente alto nas variáveis em questão.

2.5 Estabelecimento da Fase I do gráfico de controle T^2 de Hotelling para as variáveis selecionadas

É através da Fase I do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling que se obtém um conjunto de dados sob controle estatístico para o futuro monitoramento. Nesse sentido, para que a Fase I fosse implementada, foram utilizados os dados das variáveis selecionadas e testadas na Seção 2.4, referentes ao Tanque 1 ($T1$) da etapa de anodização, envolvendo as medidas de duas características de qualidade, a concentração de ácido sulfúrico ($X1$) e a concentração de alumínio dissolvido ($X2$).

A partir dos cálculos realizados com as 30 observações iniciais de $T1$, foi obtido o vetor de média amostral, expresso por

$$X_{T1} = \begin{bmatrix} 214,07 \\ 14,46 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. (15)}$$

E a matriz de covariância é dada através de

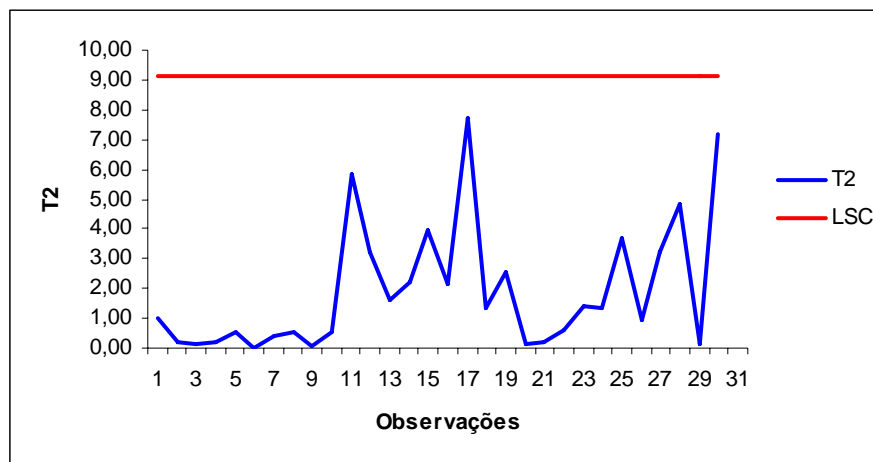
$$S_{T1} = \begin{bmatrix} 25,58 & 0,33 \\ 0,33 & 0,11 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. (16)}$$

Utilizando a Eq. (3), com $m = 30$, $p = 2$ e $F = 6,49$, foi obtido um $LSC = 9,1$, com $\alpha = 0,01$.

Tabela 2: Valores da estatística T^2 de Hotelling para $T1$ na Fase I.

Obs.	T_1^2	Obs.	T_1^2
1	0,98	16	2,18
2	0,20	17	7,69
3	0,10	18	1,33
4	0,23	19	2,57
5	0,56	20	0,15
6	0,02	21	0,22
7	0,40	22	0,57
8	0,55	23	1,39
9	0,09	24	1,32
10	0,56	25	3,70
11	5,84	26	0,92
12	3,25	27	3,22
13	1,60	28	4,86
14	2,19	29	0,16
15	3,96	30	7,21

Realizados os cálculos acima, são obtidos a partir da Eq. (1) os valores da estatística T^2 de Hotelling para o tanque $T1$, dados na Tabela 2. Através da Fig. 1 pode-se observar que todas as observações referentes ao Tanque 1 situam-se dentro dos limites de controle, demonstrando que os dados estão sob controle estatístico e portanto, podem ser estabelecidos como a base de referência que será utilizada para se calcular os limites de controle da Fase II. E, portanto, pode-se dar continuidade à aplicação do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling iniciando o monitoramento.

Figura 1: Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o $T1$.

Vale lembrar que se fossem identificados *outliers* nessa primeira fase, estas observações deveriam ser examinadas individualmente, no sentido de descobrir quais os tipos de causas que atuaram no processo, e se necessário, excluídas do conjunto de dados, e só seria realizada a Fase II quando a Fase I apresentasse estado de normalidade, ou seja, de controle.

2.6 Monitoramento do Tanque 1

Depois de estabelecida a base de referência para o cálculo do limite de controle para a Fase I, torna-se necessário monitorar o processo continuamente, afim de se testar se o processo permanece sob controle quando futuras observações são extraídas.

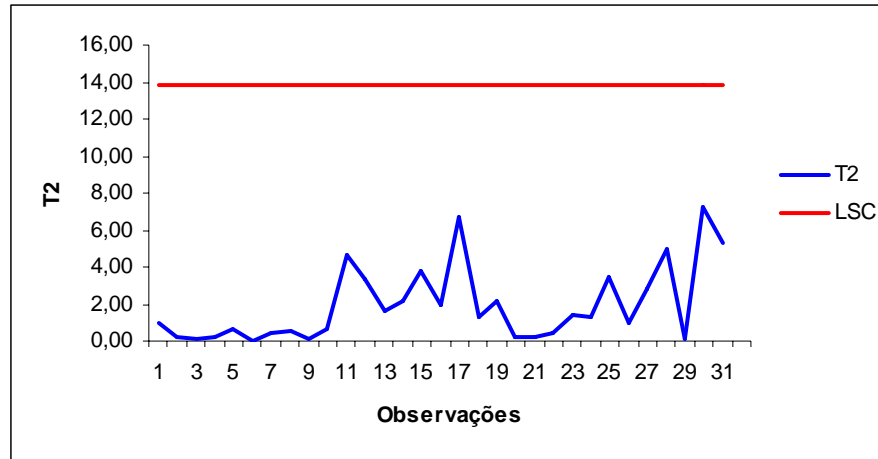


Figura 2: Gráfico T^2 de Hotelling da Fase II para o T1.

Para o início do monitoramento do Tanque 1 foi inserido um novo par de observações, referentes às duas características de qualidade e calculado o novo $LSC = 13,78$, através da Eq. (4), com $\alpha = 0,01$, para a Fase II. A partir deste vetor de observações (204,0;14,87) foram gerados os cálculos das médias, variâncias e covariâncias. A estatística T^2 de Hotelling obtida foi de 5,33, o que manteve os dados dentro do LSC , conforme pode ser visto na Fig. 2. Só com o vetor de observações (220,50; 17,50), depois de 59 observações inseridas, que o processo apresentou um ponto fora do LSC , apresentando um $T^2 = 13,89$, de acordo com a Fig. 3.

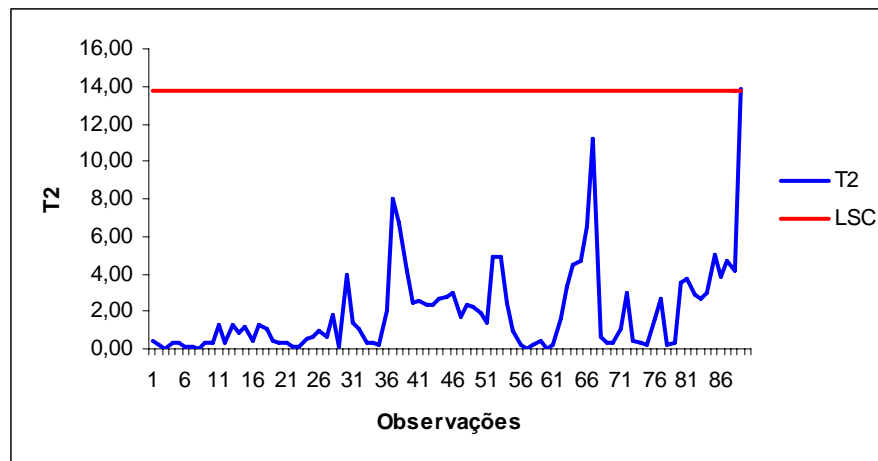


Figura 3: Gráfico T^2 de Hotelling da Fase II para o T1

No sentido de descobrir qual das características de qualidade que está influenciando este ponto, fez-se a decomposição da estatística T^2 de Hotelling, através da planilha computacional desenvolvida por Konrath (2002), e obteve-se $T^2 = 1,32$ e $T_{2,1}^2 = 12,57$. Através destes valores concluiu-se que a segunda característica, ou melhor, a concentração de alumínio dissolvido

deveria ser investigada para se descobrir qual o tipo de causa que atuou sobre o ponto, para que fossem tomadas as medidas apropriadas. Para tanto foi realizada uma análise criteriosa, constatando-se que no dia 23/06/03, dia referente a observação 59, a concentração de alumínio dissolvido se apresentou alta devido à problemas mecânicos no *Free Al* (equipamento que controla a quantidade de alumínio dissolvido), o que pode ser caracterizado como uma causa assinalável e, portanto, excluído do conjunto de dados para que se dê continuidade ao monitoramento das novas observações. Esta constatação ratifica o que foi apurado pela decomposição realizada.

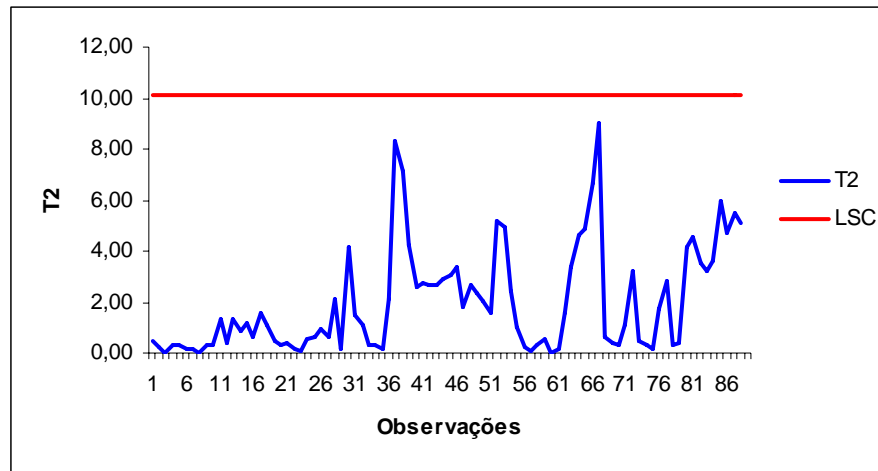


Figura 4: Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o $T1$

O procedimento, depois de excluída a observação classificada como oriunda de causa especial, foi de reestabelecer uma nova base de referência com os dados obtidos até então. Com este novo conjunto de dados foi estabelecido a partir da Eq. (3) um novo $LSC = 10,08$, com $\alpha = 0,01$. A partir da Fig. 4 pode-se observar que a nova base de referência gerada mantém todas as observações sob controle, podendo-se assim passar para a Fase II.

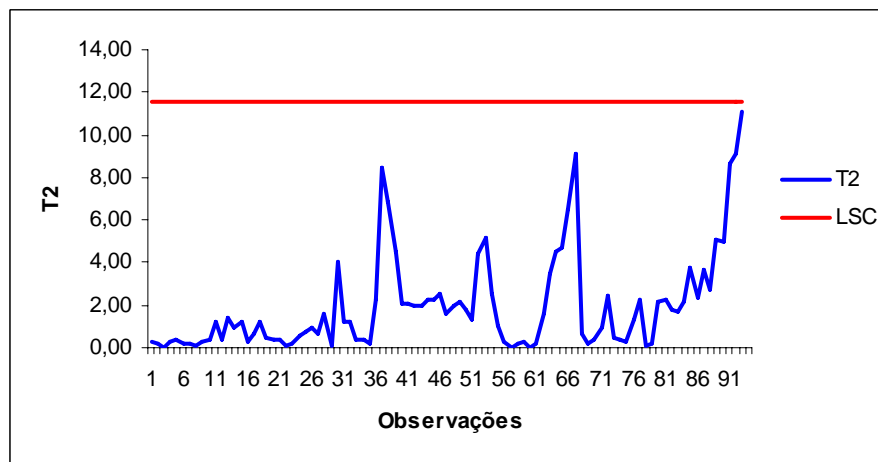


Figura 5: Gráfico T^2 de Hotelling da Fase II para o $T1$

Um novo par de observações (220,00; 17,82) foi inserido para que fosse calculado o novo $LSC = 11,54$, a partir da eq. (3), com $\alpha = 0,01$, referente a Fase II. A estatística T^2 de Hotelling obtida foi de 11,05 e, apesar dos dados permanecerem dentro do LSC , pode-se observar através da Fig. 5 que a última observação situa-se muito próxima do LSC e reflete ainda o problema na concentração de alumínio dissolvido, causado pela falha no equipamento de controle da substância.

Visto que este equipamento que apresentou problemas mecânicos é o maior responsável pelo controle da concentração de alumínio dissolvido no eletrólito, mantendo o menor nível possível desta substância, sugere-se aos operadores uma maior atenção no que diz respeito à inspeção, conservação e manuseio do equipamento, para se garantir o bom andamento do processo e a redução de custos, evitando gastos com peças, reparos e com o retrabalho.

3. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo aplicar o gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling em uma das etapas do processo de produção de perfis de alumínio da ALCOA, na unidade de Tubarão-SC, e decompor a estatística T^2 de Hotelling utilizando uma planilha computacional desenvolvida por Konrath (2002). Para dar um embasamento à aplicação realizada, foram mostrados os aspectos principais em relação ao gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling, inclusive seu método de decomposição. Posteriormente, à etapa da anodização foi então aplicada a ferramenta multivariada que monitorou, simultaneamente, duas características de qualidade: a concentração de ácido sulfúrico e a concentração de alumínio dissolvido no eletrólito, visto que estas duas características são aquelas que afetam diretamente as propriedades da camada anódica. Com a aplicação desta ferramenta, que ocorreu no Tanque 1, e com a decomposição da estatística T^2 de Hotelling utilizando a planilha computacional desenvolvida por Konrath (2002), pode-se destacar o grande ganho verificado em relação a identificação automática de qual característica de qualidade poderia estar causando um possível problema. Pois antes esta identificação só podia ser realizada a partir da análise visual da folha de verificação, na tentativa de encontrar um valor mais discrepante do conjunto de dados, ou seja, o processo se tornou mais ágil e com uma maior facilidade de acompanhamento.

De acordo com os resultados obtidos a partir da aplicação do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling também foram constatados alguns problemas, como por exemplo, com relação a periodicidade de manutenção no *Free Al*, equipamento que controla a concentração de alumínio dissolvido. Outros problemas verificados foram a falta de rigor no registro dos dados relativos as duas características de qualidade sob monitoramento.

Para todos estes problemas encontrados sugeriu-se à empresa que a frequência semanal de manutenção do *Free Al* seja maior, com o intuito de minimizar a probabilidade de falhas. Também foi sugerido o treinamento dos funcionários e um maior rigor durante o registro dos dados coletados, com o objetivo de eliminar os erros operacionais no controle desta substância.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GUJARATI, D.N., **Econometria Básica**. São Paulo: Makron Books, 3 ed. (2000).
- [2] HOTELLING, H., **Multivariate Quality Control – Illustrated by the Air Testing of Sample Bombsights, in Techniques of Statistical Analysis**. Eisenhart C., Hastay M.W. and Wallis W.A., eds., New York: McGraw-Hill, p. 111-184 (1947).
- [3] JARQUE, C.M. and BERA, A.K., “A test for normality of observations and regression residuals.” **Internatonal Statistical Review**, v. 55, n. 2, p. 163-177 (1985).
- [4] KONRATH, A.C., **Decomposição da estatística do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling por meio de um algoritmo computacional**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós- Graduação em Engenharia de Produção UFSC Florianópolis (2002).
- [5] LOWRY, C.A. and MONTGOMERY, D.C., **A review of multivariate control charts**. IIE Transactions, v. 27, p. 800-810 (1995).
- [6] MASON, R.L., TRACY, N.D. and YOUNG, J.C., Multivariate control charts for individual observations. **Journal of Quality Technology**, v. 24, n.2, p. 88-95, apr. (1992).
- [7] MASON, R.L., TRACY, N.D. and YOUNG, J.C., Decomposition of T^2 for multivariate control chart interpretation. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 2, p. 99-108 (1995).
- [8] MASON, R. L.; YOUNG, J. C. **Multivariate statistical process control with industrial applications**. Philadelphia: SIAM, 2002.
- [9] RENCHER, A.C., The contribution of individuals variables to Hotelling’s T^2 . Wilk’s Λ e R^2 . **Biometrics**, v. 49, p. 479-489 (1993).