

# MÉTODOS TOTAIS DE SELEÇÃO DE VARIÁVEIS EM DEA

## **Luis Felipe Aragão de Castro Senra**

Programa de Mestrado em Engenharia de Produção - Universidade Federal Fluminense  
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, CEP: 24210-240, Niterói, RJ, Brasil  
[lfacs@nomade.fr](mailto:lfacs@nomade.fr)

## **Luiz Cesar Nanci**

Programa de Mestrado em Engenharia de Produção - Universidade Federal Fluminense  
[cnanci@predialnet.com.br](mailto:cnanci@predialnet.com.br)

## **João Carlos Correia Baptista Soares de Mello**

Departamento de Engenharia de Produção - Universidade Federal Fluminense  
[jcsmello@producao.uff.br](mailto:jcsmello@producao.uff.br)

### **RESUMO**

Um dos pontos principais da modelagem em DEA é a escolha das variáveis a serem utilizadas. Esta escolha pode ter objetivos muitas vezes conflitantes, como aumentar a eficiência média proporcionada pelas variáveis utilizadas ou maximizar a capacidade de ordenação do modelo - uma clássica fragilidade em DEA. Neste artigo, são comparados dois métodos DEA de seleção de variáveis com ênfase na ordenação das DMUs, aplicados a uma situação simulada.

Palavras-Chave: DEA, Seleção de variáveis, Ordenação

### **ABSTRACT**

One of the main issues in DEA modeling is the variables choice. This may have conflictive objectives, like increasing the mean efficiency or maximizing the model sorting capability – a DEA classic fragility. In this paper, we compare two DEA variable selection methods focused on DMUs sorting. These methods are applied to a simulation.

Keywords: DEA, Variable Selection, Sorting

## INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos de toda organização é realizar suas atividades de maneira “eficiente”, isto é, procurar obter os melhores resultados sem desperdiçar os recursos usados. Segundo GONZÁLEZ ARAYA (2003), conseguir a eficiência, portanto, é um tema que tem sido tratado durante muitos anos, dada sua importância na administração das organizações. Contudo, a avaliação da eficiência é um problema difícil de resolver, especialmente quando são considerados múltiplos *inputs* (insumos) e múltiplos *outputs* (produtos) no processo de produção das organizações. Entre as propostas para abordar este problema, na literatura econômica encontram-se os trabalhos de DEBREU (1951), FARRELL (1957) e FARRELL e FIELDHOUSE (1962), porém, estas propostas não conseguiram serem implementadas.

No ano de 1978, baseados nos trabalhos de DEBREU (1951) e FARRELL (1957), Charnes, Cooper e Rhodes (CHARNES et al., 1978) propuseram uma técnica de programação linear para medir a eficiência das unidades organizacionais que usam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*. Esta nova abordagem foi denominada de Análise Envoltória de Dados (CHARNES et al., 1982), mais conhecida como DEA (abreviação do inglês Data Envelopment Analysis) e as unidades avaliadas foram denominadas de DMUs (abreviação do inglês Decision Making Units).

DEA calcula a eficiência de um conjunto de DMUs observadas, comparando-as entre si; por este motivo, a medida de eficiência obtida é uma medida de eficiência relativa. As DMUs do conjunto analisado devem ser unidades similares, isto é, cada DMU deve consumir os mesmos *inputs* para produzir os mesmos *outputs*, variando só as quantidades consumidas e produzidas por cada uma.

Usando as DMUs com as melhores práticas observadas, a DEA constrói uma fronteira de produção empírica, também denominada de fronteira eficiente. Segundo a distância de cada DMU à fronteira, a DEA fornece uma medida de eficiência que determina a proporção em que devem ser reduzidos todos os *inputs*, ou aumentados todos os *outputs*, para alcançar a fronteira eficiente.

Ano após ano, esse método vem recebendo contribuições e sendo desenvolvido por diversos cientistas por todo o globo. Sua aceitação surge em razão da sua principal característica: objetividade. Como é um método que em sua essência não precisa de um decisor, ele não é afetado pela sua subjetividade, disponibilizando resultados “puros”.

Historicamente, uma fragilidade clássica da DEA tem sido a sua baixa capacidade de ordenar as DMUs, dado que, ao descrever-se um modelo com diversas variáveis em relação ao número de DMUs, muitas DMUs são classificadas como eficientes, colocando em xeque a sua capacidade de ordenação.

Com o passar dos anos, vários têm sido os métodos de seleção de variáveis que, de alguma forma, têm tentado superar essa fragilidade. Eles consideram como norte, limitar o número de variáveis, *Inputs* e *Outputs*, como uma estratégia de ao mesmo tempo, manter uma relação causal entre o modelo e a realidade e atingir uma boa ordenação.

Dado que todo modelo é uma tentativa de descrever idealizadamente uma realidade, o seu maior desafio tem sido definir quais são as variáveis que devem ser selecionadas e quais são dispensáveis, para que o modelo continue descrevendo de forma fidedigna esta realidade.

Este artigo tem por objetivo discutir dois métodos: o Método Multicritério Total e o Método Multicritério Total Simplificado. Demonstrando a habilidade dos métodos de seleção de variáveis em melhorar a capacidade de ordenação na DEA

## MÉTODOS DE SELEÇÃO DE VARIÁVEIS

Uma fragilidade clássica de alguns modelos em DEA é a sua baixa capacidade de ordenar as DMUs, dado que quanto maior o número de variáveis em relação ao número de DMUs, menor será a capacidade de ordenação pelas eficiências, posto que há uma tendência de atribuir eficiência unitária a um número demasiado de DMUs. Com o objetivo de corrigir esta fragilidade alguns métodos vêm sendo desenvolvidos. Dentre eles pode-se destacar: restrições aos pesos, avaliação cruzada e seleção de variáveis, sendo este último método, o foco da análise deste trabalho.

Os métodos de seleção de variáveis têm como sustentação a idéia de que em todo modelo no qual a problemática da ordenação torna-se crítico, pode ser selecionado um número reduzido de *inputs* e *outputs*, que representem adequadamente a relação causal e que não atribuam eficiência unitária a um número demasiado de DMUs.

Tem-se como axioma básico dos métodos de seleção o seguinte pré-suposto:

Dado um modelo de  $n$  variáveis, existe um modelo reduzido de  $x$  variáveis que mantendo a relação causal do modelo completo, apresenta uma melhor capacidade de ordenação das DMUs. Sendo  $x < n$ .

É importante perceber que os resultados apresentados pelos métodos de seleção serão sempre modelos compostos por apenas algumas das variáveis existentes no modelo completo de  $n$  variáveis, entretanto não devem ser encarados como resultados de um modelo de  $x$  variáveis, mas sim como resultados otimizados do modelo de  $n$  variáveis, posto que, estas  $x$  variáveis foram eleitas levando em consideração os dados disponíveis sobre todas as  $n$  variáveis. A técnica dos métodos de seleção não é defender que a modelagem proposta inicialmente com  $n$  variáveis está equivocada e propor um novo rearranjo das variáveis originais, mas sim, apresentar um resultado otimizado, que considerando todas as variáveis originais, apresente uma boa relação causal e uma alta capacidade de discriminação entre as DMUs, ou seja, resultados com maiores possibilidades de análise e ainda assim representativos.

Portanto, tais métodos defendem que há modelos simplificados que tornam suscetíveis de uma melhor análise um modelo com problemas de ordenação. A pergunta que deve ser respondida neste caso é – Quais variáveis devem ser selecionadas? Responder esta pergunta é o objetivo principal dos métodos de seleção de variáveis em DEA.

Quadro 1: Dados do modelo hipotético

DMU	<i>Inputs</i>				<i>Outputs</i>	
	I1	I2	I3	I4	O1	O2
1	140	88	200	16	18.690	20.984
2	77	49	270	12	11.100	11.898
3	123	71	250	15	14.213	14.653
4	160	105	210	25	19.513	24.544
5	173	96	230	21	17179	16973
6	125	78	215	16	28096	33670
7	132	101	200	19	23895	31536
8	23	16	240	8	2839	2846
9	253	81	270	22	14828	15301

## MÉTODOS TOTAIS

### 1 Método Multicritério Total

Citado em três artigos, SENRA, SOARES DE MELLO (2004), SENRA et al, (2004) e SENRA et al, (2004B) e desenvolvido em SENRA (2004).

Este método adota uma aproximação diferente de todos outros e é também o que leva ao melhor grupo de variáveis. Entretanto, testa um número elevado de alternativas, sendo praticamente inviável o seu cálculo para modelos minimamente complexos.

Ele modifica completamente a lógica de seleção de variáveis, pois não utiliza a metodologia de inserção de variáveis, eliminando as regras de partida, de continuação e de parada, podendo ser considerado um método exaustivo total. São eliminadas as três regras, pois não existe um grupo inicial de variáveis, não serão inseridas novas variáveis e o método não tem um ponto de parada. Ele se baseia na comparação de todas as combinações possíveis entre todas as variáveis, sejam combinações dois a dois, três a três ou  $n$  a  $n$ .

Além disso, introduz duas alterações ao critério de seleção em relação aos métodos anteriores, realizando a normalização apenas uma vez e alterando o cenário referência para o  $S_{EF}$ , para evidenciar a nova normalização é adotada uma nova codificação adotando agora o símbolo  $S_{EF^*}$ .

Contudo, ele possui o algoritmo mais simples de todos, mas tem um custo de cálculo, por vezes proibitivo. Para se ter uma idéia deste custo, utilizando este método para resolver um modelo de apenas três *inputs* e dois *outputs* é necessário testar vinte e um cenários e o simples adicionar de um *output* ao modelo faria o número de cenários saltar para quarenta e nove, sendo que modelos minimamente complexos, por exemplo, de cinco *inputs* por cinco *outputs*, é difícil até de precisar quantos seriam os cenários necessários.

O método pode ser descrito pelo algoritmo da figura 1 e detalhado a seguir:

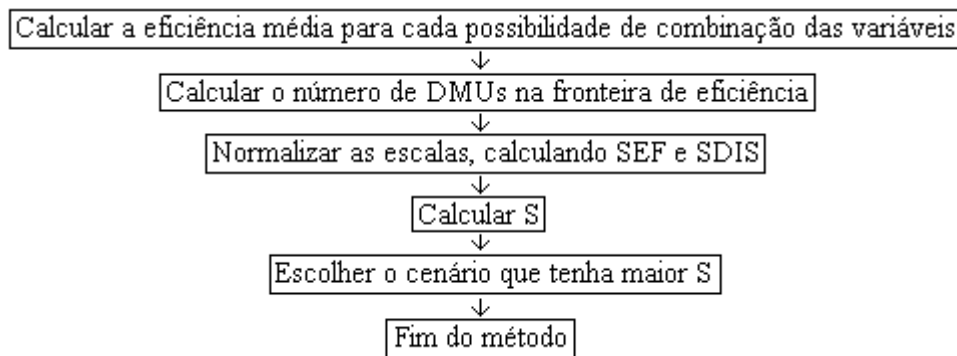


Figura 1: Algoritmo do Método Multicritério Total

1. Calcular a eficiência média para cada possibilidade de combinação de variáveis.
2. Calcular o número de DMUs na fronteira de eficiência em cada um dos cenários.
3. Normalizar as escalas, calculando  $S_{EF^*}$  e  $S_{DIS}$ .  $S_{EF^*}$  é a normalização da eficiência média de cada alternativa da etapa 1; é atribuído o valor de 1 a alternativa com maior eficiência média e 0 para a alternativa dentre aquelas com o menor número de DMUs eficientes a que tenha maior eficiência média, as demais alternativas recebem notas proporcionalmente as suas eficiências médias. Já o  $S_{DIS}$  é a normalização da etapa 2.
4. Fazer a média aritmética de  $S_{EF^*}$  e  $S_{DIS}$ . É feita a média aritmética dos valores de  $S_{EF^*}$  e  $S_{DIS}$ , de tal forma que cada alternativa tenha agora um valor  $S$ .
5. Escolher o cenário que tiver o maior valor de  $S$ . No caso de empate, considera-se a

que tem maior  $S_{DIS}$ .

Para se realizar este método é necessário testar todos os cenários possíveis. Neste exemplo são testados quarenta e cinco cenários, abrangendo todas as possibilidades de combinações entre todas as variáveis do modelo, sendo oito com duas variáveis, dezesseis com três variáveis, quatorze com quatro variáveis, seis com cinco variáveis e um com seis variáveis.

Dentre estes são verificados cenários com diferentes números de DMUs na fronteira: 2 (quadro 2), 3 (quadro 3) e 4 (quadro 4).

Quadro 2: Cenários com apenas 2 DMUs Eficientes

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média
	1	2	3	4	1	2		
5	•	•		•	•	•	2	0,784
4	•			•	•	•		0,781
4	•	•		•	•			0,773
4		•		•	•	•		0,771
3	•			•	•			0,769
3				•	•	•		0,765
4	•	•		•		•		0,764
3		•		•	•			0,764
3	•			•		•		0,764
2				•	•			0,759
3		•		•		•		0,751
2				•		•		0,749
4	•	•			•	•		0,729
3	•	•			•			0,717
3		•			•	•		0,708
3	•	•				•		0,701
2		•			•			0,699
3	•				•	•		0,683
2		•				•		0,680
2	•				•			0,671
2	•					•	0,658	

Quadro 3: Cenários com apenas 3 DMUs Eficientes

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média
	1	2	3	4	1	2		
3			•		•	•	3	0,882
2			•		•			0,882
2			•			•		0,882

Quadro 4: Cenários com apenas 4 DMUs Eficientes

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média
	1	2	3	4	1	2		
6	•	•	•	•	•	•	4	0,928
5		•	•	•	•	•		0,928
5	•	•	•	•	•			0,928
4		•	•	•	•			0,928
5	•	•	•	•		•		0,927
4		•	•	•		•		0,927
5	•	•	•		•	•		0,925
4		•	•		•	•		0,925
4	•	•	•		•			0,925
4	•	•	•			•		0,925
3		•	•		•			0,925
3		•	•			•		0,925
5	•		•	•	•	•		0,922
4			•	•	•	•		0,922
4	•		•	•	•			0,922
3			•	•	•			0,922
4	•		•	•		•		0,920
3			•	•		•		0,920
4	•		•		•	•		0,915
3	•		•		•			0,915
3	•		•			•	0,915	

Analisando os quadros acima, pode-se dizer que este método pode ser ilustrado de forma bifásica como o Método Multicritério Combinatório por Cenários, mas ao invés de utilizar como característica classificatória o número de variáveis, ele utiliza o número de DMUs eficientes. Portanto não é necessária uma comparação entre todos os cenários, mas somente do melhor cenário de cada quadro anterior (quadro 5), ou seja, somente são comparados os cenários que dado um número de DMUs tem a maior eficiência média. Dado que neste método a normalização das escalas é realizada apenas uma vez, o método pode ser executado de forma monofásica ou bifásica. Mesmo sendo a primeira mais prática, aqui foi utilizada a segunda por se tratar de uma forma mais didática e elucidativa.

É exatamente por causa desta constatação que se modifica a normalização da escala  $S_{EF^*}$ , pois o que se quer comparar é o quanto de eficiência que se exige a mais, para que se aceite uma DMU a mais na fronteira. Portanto o 0 da escala  $S_{EF^*}$ , deve ser o cenário com a maior eficiência daqueles que têm o menor número de DMUs na fronteira. Neste caso, o menor número de DMUs na fronteira é 2 e como pode ser observado no quadro 2, dos cenários que possuem somente duas DMUs na fronteira, aquele que tem a maior eficiência média é o cenário I1-I2-I4-O1-O2. Normalizando desta forma a escala  $S_{EF^*}$ , tem-se agora, a comparação entre os melhores cenários de 2, 3 e 4 DMUs eficientes. Esta comparação evidencia a dicotomia de se perder relação causal e se ganhar capacidade de discriminação. A decisão a ser tomada é baseada no seguinte aspecto; sabe-se qual a melhor eficiência média com duas DMUs eficientes, entretanto pode-se aceitar perder parte dessa capacidade de discriminação de ter somente duas DMUs eficientes, se em contra-parte houver um aumento

da relação causal, ou seja, eficiência média, que não só lhe equivalha, mas que chegue a um resultado melhor. Essa comparação dicotômica é o que o método tenta valorar.

Analisando o quadro 5 conclui-se que o cenário a ser escolhido é o I3-O1-O2 com três DMUs eficientes, isto porque o aumento da eficiência média é bom o suficiente, que valha a pena perder um pouco da capacidade de discriminação, tendo por base o cenário que possuía apenas duas DMUs eficientes.

Quadro 5: Comparativo dos melhores cenários

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média	SEF*	SDIS	S
	1	2	3	4	1	2					
5	•	•		•	•	•	2	0,784	0,000	1,000	0,500
3			•		•	•	3	0,882	0,681	0,500	0,590
6	•	•	•	•	•	•	4	0,928	1,000	0,000	0,500

## 2 Método Multicritério Total Simplificado

O Método Multicritério Total Simplificado desenvolvido em SENRA (2004). Tem como objetivo único desenvolver um método que encontre os bons resultados do Método Multicritério Total e o baixo custo de cálculo da metodologia de inserção de variáveis. Pode-se dizer que este método é o Método Combinatório por Cenários com as alterações inseridas pelo Método Combinatório Total quanto ao critério de seleção.

A normalização do índice  $S_{EF^*}$ , que, como descrito no algoritmo do método anterior, na normalização do índice  $S_{EF^*}$  é agora adotado como 0 da escala de normalização a alternativa que dentre as alternativas com o menor número de DMUs eficientes tenha a maior eficiência média.

E o fato de se normalizar a escala apenas uma vez, ao invés dos métodos originários e derivados que o faziam a cada inserção de uma nova variável. Posto isto, são necessárias algumas mudanças na dinâmica do Método Multicritério Combinatório por Cenários.

Tem-se agora uma primeira etapa que objetiva definir as escalas de normalização que serão utilizadas durante todo o método. São testados todos os cenários de par *input-output* e também o cenário completo. Para definirem-se as escalas são necessários quatro posições 0 e o 1 do  $S_{DIS}$  e o 0 e o 1 do  $S_{EF^*}$ . As posições  $S_{DIS}$  0 e  $S_{EF^*}$  1 são definidas pelo cenário completo, a posição  $S_{DIS}$  1 é definida pelos cenários pares que possuam o menor número de DMUs eficientes e a posição  $S_{EF^*}$  0 é definida pelo cenário que tenha a maior eficiência média dentre aqueles que tem  $S_{DIS}$  1.

Tendo sido estabelecidas as escalas de  $S_{EF^*}$  e  $S_{DIS}$ , é calculado o índice S pela média aritmética dos valores de  $S_{EF^*}$  e  $S_{DIS}$ . Dentre os cenários de pares, é selecionado aquele que tenha maior S e a ele são inseridas uma a uma todas as variáveis restantes. Estes trios são normalizados tendo por base a escala definida inicialmente e dentre eles é selecionado o trio de maior S e assim sucessivamente, até que os cenários de n-1 variáveis tenham sido testados. Compara-se então o S dos cenários testados; dentre estes, é escolhido como o melhor cenário aquele que possua o maior S. Entretanto, existe uma possibilidade de mudança na escala, no caso de ser testado algum novo cenário que tenha  $S_{DIS}$  1 e tenha eficiência média maior que o cenário utilizado como  $S_{EF^*}$  0. Neste caso, este novo cenário será considerado agora como  $S_{EF^*}$  0, sendo refeita o cálculo do  $S_{EF^*}$  dos cenários já testados.

O método pode ser descrito pelo algoritmo da figura 3.6 e detalhado a seguir:

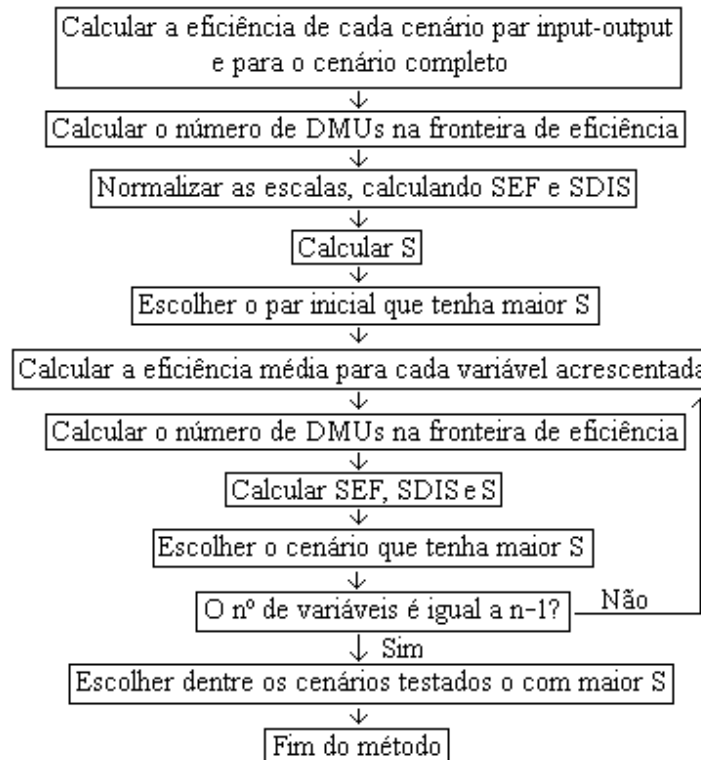


Figura 3.6: Algoritmo do Método Multicritério Total Simplificado

1. Calcular a eficiência média para cada possibilidade de par *input-output* inicial e para o cenário completo.
2. Calcular o número de DMUs na fronteira de eficiência em cada um dos cenários..
3. Normalizar as escalas, calculando  $S_{EF}^*$  e  $S_{DIS}$ .  $S_{EF}^*$  é a normalização da eficiência média de cada alternativa da etapa 1. Já o  $S_{DIS}$  é a normalização da etapa 2.
4. Calcular a média aritmética de  $S_{EF}^*$  e  $S_{DIS}$ . É feita a média aritmética dos valores de  $S_{EF}^*$  e  $S_{DIS}$ , de tal forma que cada alternativa tenha agora um valor S.
5. Escolher o par inicial. O cenário que tiver o maior valor de S será o par inicial. No caso de empate, considera-se a que tem maior  $S_{DIS}$ .
6. Calcular a eficiência média para cada variável acrescentada. Utilizando como base o cenário escolhido anteriormente é calculada a eficiência média de se inserir cada variável ainda não utilizada.
7. Calcular o número de DMUs na fronteira de eficiência em cada uma das alternativas calculadas na etapa 6.
8. Calcular  $S_{EF}^*$  e  $S_{DIS}$  tendo como base os valores definidos na etapa 3.
9. Fazer a média aritmética de  $S_{EF}^*$  e  $S_{DIS}$ . É feita a média aritmética dos valores de  $S_{EF}^*$  e  $S_{DIS}$ , de tal forma que cada alternativa tenha agora um valor S.
10. Escolher o cenário que tenha maior valor de S.
11. Verificar se o número de variáveis é igual a n-1 variáveis. Se não, deve-se reiniciar o processo na etapa 6. Caso contrário, escolher dos cenários testados aquele que tenha o maior valor de S.

Inicialmente, calcula-se o número de DMUs eficientes e a eficiência média de todos os cenários pares possíveis e para o cenário completo (quadro 6). Tendo estes, definem-se os quatro pontos de referência para a normalização das escalas. Como destacado anteriormente o cenário completo serve de referência para dois pontos, já os outros dois pontos são definidos segundo a nova metodologia, que define como  $S_{EF}^*$  0 o cenário de maior eficiência média



dentre aqueles que tiverem o menor número de DMUs na fronteira.

Normalizadas as escalas, selecionou-se o cenário I3-O1, por possuir o maior valor de S.

Quadro 6: Cenários com 2 ou 6 variáveis

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média	SEF*	SDIS	S
	1	2	3	4	1	2					
6	•	•	•	•	•	•	4	0,928	<b>1,000</b>	<b>0,000</b>	0,500
2	•				•		2	0,671	-0,521	1,000	0,240
		•			•		2	0,699	-0,355	1,000	0,322
			•		•		3	0,882	0,728	0,500	<b>0,614</b>
				•	•		2	0,759	<b>0,000</b>	<b>1,000</b>	0,500
	•					•	2	0,658	-0,598	1,000	0,201
		•				•	2	0,680	-0,467	1,000	0,266
			•			•	3	0,882	0,728	0,500	0,614
				•		•	2	0,749	-0,059	1,000	0,470

Tendo por base o cenário par selecionado, dá-se prosseguimento ao método incluindo variável por variável, como pode ser averiguado nos quadros 7, 8 e 9. É importante destacar que, como a normalização é feita apenas uma vez, os valores de S encontrados são comparáveis, tornando-se desnecessário uma nova fase para compará-los. Sendo assim, o cenário com maior valor de S é o I3-O1-O2 (quadro 3.20).

Quadro 7: Cenários com apenas 3 variáveis

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média	SEF*	SDIS	S
	1	2	3	4	1	2					
3			•		•	•	3	0,882	0,728	0,500	<b>0,614</b>
	•		•			•	4	0,915	0,923	0,000	0,462
		•	•			•	4	0,925	0,982	0,000	0,491
			•	•		•	4	0,920	0,953	0,000	0,476

Quadro 8: Cenários com apenas 4 variáveis

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média	SEF*	SDIS	S
	1	2	3	4	1	2					
4	•		•		•	•	4	0,915	0,923	0,000	0,462
		•	•		•	•	4	0,925	0,982	0,000	<b>0,491</b>
			•	•	•	•	4	0,922	0,964	0,000	0,482

Quadro 9: Cenários com apenas 5 variáveis

Variáveis	Input				Output		DMUs na Fronteira	Eficiência Média	SEF*	SDIS	S
	1	2	3	4	1	2					
5		•	•	•	•	•	4	0,928	1,000	0,000	<b>0,500</b>
	•	•	•		•	•	4	0,925	0,982	0,000	0,491

## **CONCLUSÃO**

O Método Multicritério Total Simplificado atingiu o seu objetivo, pois não só escolheu o cenário ótimo, como também identificou todos os cenários ótimos, ou seja, aqueles que têm a eficiência média máxima em comparação com o número de DMUs na fronteira. Sendo que todos estes resultados foram possíveis com o cálculo de apenas 18 cenários, consideravelmente abaixo dos 45 cenários imposto pelo Método Multicritério Total.

Destarte pode-se concluir que o Método Multicritério Total Simplificado, testado em um caso simulado, mostrou-se muito bom, pois atingiu o resultado ótimo destacado pelo Método Multicritério Total sem o seu número de cenários testados, mostrando-se uma ótima simplificação do método.

## **REFERÊNCIAS**

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. “Measuring the Efficiency of Decision Making Units”. *European Journal of Operational Research*. 1978. v. 2, pp. 429-444.

CHARNES, A. et al. “A Multiplicative Model for Efficiency Analysis”. *Socio-Economic Planning Sciences*. 1982. v. 16, n. 5, pp. 223-224.

DEBREU, G. “The Coefficient of Resource Utilization”. *Econometrica*. 1951. v. 19, n. 3, pp. 273-292.

FARRELL, M. J.; “The Measurement of Productive Efficiency”. *Journal of Royal Statistical Society Series A*. 1957. v.120, n. 3, pp. 253-281.

FARRELL, M. J.; FIELDHOUSE, M. “Estimating Efficient Production Functions under Increasing Returns to Scale”. *Journal of Royal Statistical Society Series A*. 1962. v. 125, pp. 252-267.

GONZÁLEZ ARAYA, M. C. “*Projeções Não Radiais em Regiões Fortemente Eficientes da Fronteira DEA - Algoritmos e Aplicações*”, Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro. COPPE. 2003.

SOARES DE MELLO et al. “*Selección de variables para el incremento del poder de discriminación de los modelos DEA*”. Revista Epio, Escuela de Perfeccionamiento En Investigacion Operativa. Buenos Aires: , n. 24. 2004.

\_\_\_\_\_. “*Método Multicritério para Seleção de Variáveis em Modelos DEA*”, Revista de Pesquisa Naval. Rio de Janeiro. 2002.

SENRA, L. F. A. C. “*Métodos de Seleção de Variáveis em DEA: Estudo de Caso no Setor Elétrico Brasileiro*”, Tese - Universidade Federal Fluminense. Mestrado em Engenharia de Produção. 2004.

SENRA, L. F. A. C.; NANJI, L. C.; SOARES DE MELLO, J. C. C. B. “*Comparação de Métodos de Seleções de Variáveis em DEA*” In: XXXVI SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2004. São João del Rei. Anais do XXXVI SBPO. 2004.

\_\_\_\_\_. “*Estudo sobre Métodos de Seleções de Variáveis em DEA*”. Revista Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro. 2004B. (SUBMETIDO).

SENRA, L. F. A. C.; SOARES DE MELLO, J. C. C. B. “*Análise da eficiência de atendimento de empresas do setor elétrico brasileiro*” In: IO 2004 - XI Congresso da APDIO. Porto. Atas do IO 2004. p. 57 – 58.