

CONSTRUÇÕES COM CONFIABILIDADE PRESCRITA SOB OSCILAÇÕES ALEATÓRIAS

Anvar M. Araslanov

Universidade Federal Técnica de Kazan,
Russia, 420111 Kazan, rua Karl Marx,10,
e-mail: anvar2@fpp.kstu-kai.ru

N. G. Bagautdinova

Universidade Federal Técnica de Kazan
Russia, 420111 Kazan, rua Karl Marx,10
e-mail: anvar2@fpp.kstu-kai.ru

Maria Emilia Camargo

Universidade de Caxias do Sul
Av. Dom Frei Cândido Maria Bampi, 2800, Vacaria, RS
e-mail: ka,argo@terra.com.br

RESUMO

A última etapa de cálculo de qualquer construção de máquina é a determinação da confiabilidade da construção e a comparação com a confiabilidade necessária. Por isso, o problema de colocar a confiabilidade necessária na construção projetada, é muito importante. Neste trabalho, fez-se a tentativa de resolver este problema para oscilações aleatórias da construção. A solução das equações das oscilações dos sistemas elásticos apresenta-se na forma da decomposição por oscilações próprias. Para a determinação da densidade espectral da coordenada generalizada utilizou-se as relações conhecidas entre as densidades espectrais da “entrada” e “saída” do sistema linear. Obteve-se as relações para a determinação das variâncias de “saída”, sua primeira derivada e a frequência “efetiva” do sistema. Considerou-se o caso geral, quando a carga varia por ciclo assimétrico. Utilizou-se a teoria linear da acumulação dos defeitos da fadiga. Encontrou-se a expressão para a determinação da confiabilidade como função dos parâmetros projetados. A resolução desta expressão permitiu a obtenção dos parâmetros projetados, que garantem a confiabilidade necessária da construção durante o tempo dado de serviço. Também são apresentados exemplos para o cálculo.

Palavras-Chaves: Métodos Probabilísticos; Confiabilidade; Oscilações Aleatórias.

ABSTRACT

The last stage of calculations for any type of constructions is reliability determination and comparison with the necessary level of reliability. That is why, a problem of including the necessary level of reliability into designed construction is very important. This paper demonstrates the analysis of the problem under random oscillations. The solution of elastic oscillation equations is presented in the form of proper oscillation decomposition. To determine spectral density of a generalized coordinate, the known correlation between spectral densities of linear system input and output is used. Expressions for determination of output variation, its first derivation and “effective” system frequency are obtained. The general case is considered when construction load is changed on asymmetrical cycle. within the framework of linear theory of accumulation of fatigue damage. Equations for reliability determination, as a function of designed parameters, are presented. The solution of these equations permits one to obtain designed parameters, which guarantee required reliability

levels for construction service period. The results of the paper are illustrated by the corresponding examples.

Keywords: Probability Methods; Reliability; Random Oscillations.

1. INTRODUÇÃO

No cálculo de qualquer construção a última etapa é a determinação da sua confiabilidade e a comparação com o normalizador. Por isso o problema de colocar a confiabilidade prescrita no projeto da construção é muito importante. Anteriormente este problema já era considerado em Araslanov, (1974), mas o caráter de variações das cargas aleatórias permitiam ignorar as forças de inércia. Neste trabalho, será mostrado como resolver este problema sob oscilações aleatórias considerando as forças de inércia para construções, cujas dimensões são determinadas por um parâmetro.

2. DESENVOLVIMENTO

Seja as oscilações do sistema elástico descrito pela equação: Nicolaenco, (1964)

$$L[p, w(x, y, z, t)] - m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, y, z, t)$$

onde $w(x, y, z, t)$ é o deslocamento dinâmico dos pontos do sistema; m é a massa do volume elementar; $L[p, w(x, y, z, t)]$ são os operadores diferenciais lineares em derivadas parciais, nas quais têm a forma:

- Para a barra

$$L[p, w(x, t)] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EJ(u + iv) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right], \text{ onde } EJ \text{ é a rigidez de barra.}$$

- Para a placa retangular:

$$L[p, w(x, y, t)] = D(u + iv) \nabla^2 \nabla^2 w, \text{ onde } D \text{ é a rigidez cilíndrica, e}$$

$$\nabla^2 \nabla^2 = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \right).$$

- Para o envelope cilíndrico:

$$L[p, w(x, y, t)] = \left[\frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{E}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right] (u + iv),$$

onde h é a espessura do envelope, R é o raio e " u " e " v " são os parâmetros do amortecimento por hipótese de SOROKIN E. S.

$$u = \frac{4 - \gamma^2}{4 + \gamma^2} ; v = \frac{4\gamma}{4 + \gamma^2} ; \gamma = \frac{\delta}{\pi} ,$$

onde δ é o decremento logarítmico do amortecimento.

$q(x, y, z, t)$ é a carga casual exterior.

Representando a solução na forma da decomposição por formas de oscilações naturais, tem-se:

$$w(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^n \zeta_j(t) w_j(x, y, z)$$

onde $w_j(x, y, z)$ é a forma principal e $\zeta_j(t)$ é a coordenada generalizada, para a determinação da coordenada generalizada $\zeta_j(t)$ pode-se obter:

$$\ddot{\zeta}_j(t) + (u + iv)\omega_j^2 \zeta_j(t) = \frac{1}{M_j} Q_j(t), \quad (1)$$

onde M_j é a massa generalizada, $Q_j(t)$ é a carga generalizada e ω_j é a frequência das oscilações naturais para a j -ésima forma.

$$M_j = \iiint_V m w_j^2(x, y, z) dV, \quad Q_j(t) = \iint_S q(x, y, z, t) w(x, y, z) dS$$

É sabido Ventcel, (1964) que para sistemas lineares a ligação entre as densidades espectrais de "entrada" e "saída" do sistema, no nosso caso, ligação entre a densidade espectral da força generalizada $Q_j(t)$ e a densidade espectral da coordenada generalizada $\zeta_j(t)$, é determinada pela fórmula:

$$\Phi_{\zeta_j \zeta_j}(\omega) = |H_j(i\omega)|^2 \Phi_{Q_j Q_j}(\omega) \quad (2)$$

onde neste caso,

$$H_j(i\omega) = \frac{1}{M_j [-\omega^2 + (u + iv)\omega_j^2]} . \quad (3)$$

Então, para a variância da coordenada generalizada da $\zeta_j(t)$ obtém-se:

$$\sigma_{\zeta_j}^2 = \frac{1}{M_j^2} \int_0^\infty \frac{\Phi_{Q_j Q_j}(\omega) d\omega}{\omega^4 - 2u\omega_j^2 \omega^2 + \omega_j^4} . \quad (4)$$

Para a determinação da variância de deslocamentos dinâmicos $w(x, y, z, t)$ pode utilizar-se a decomposição em oscilações naturais e pela média do conjunto das realizações.

Sob a falta da correlação entre as forças generalizadas tem-se:

$$\sigma_w^2 = \sum_{j=1}^n \sigma_{\zeta_j}^2 w_j^2(x, y, z) \quad (5)$$

analogamente para a variância do momento da flexão em seção de barra (M) e a variância da tensão (S) obtém-se:

$$\sigma_M^2(x) = EJ_z \sum_{j=1}^n \sigma_{\zeta_j}^2 \left[\frac{d^2 w_j(x)}{dx^2} \right]^2 \quad (6)$$

$$\sigma_S^2(x) = \left(\frac{EJ_z}{W_z} \right)^2 \sum_{j=1}^n \sigma_{\zeta_j}^2 \left[\frac{d^2 w_j(x)}{dx^2} \right]^2 \quad (7)$$

Vê-se, que $\sigma_S^2(x)$ depende das características probabilísticas da carga e das dimensões da seção transversal da construção.

3. RESULTADOS

Considerando o caso geral, quando a carga varia por ciclo assimétrico. Pelo trabalho de Araslanov, (1974) com base em Bolotin, (1965), Cerencen, et al. (1963), Weibull, (1964), com a utilização da teoria linear da acumulação dos defeitos da fadiga, quando as tensões são um processo estacionário normal com faixa estreita e a distribuição de Weibull como lei de distribuição de limite da fadiga, é deduzida a fórmula para determinação da confiabilidade.

$$H = \exp \left[- \frac{\left(\sigma_S \sqrt{\frac{T}{T_e N_0}} \Psi(m+2) + \psi m_S - R_{-10} \right)^\gamma}{R_e} \right] \quad (8)$$

onde N_0 e m são os parâmetros da curva da fadiga; T é o tempo de serviço; ψ é o coeficiente de dedução ao ciclo simétrico e Ψ é determinado por:

$$\Psi(m+2) = 2^{m/2} \Gamma\left(\frac{m+2}{2}\right); \quad (9)$$

T_e é o período efetivo.

$$T_e = 2\pi \frac{\sigma_S}{\sigma_s}; \quad (10)$$

R_{-10} , R_e e γ são os parâmetros da distribuição de Weibull.

Para muitos processos físicos reais a função de correlação da carga pode ser aproximada pela fórmula:

$$K_q(\tau) = \sigma_q^2 e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \text{sen}\beta|\tau| \right). \tag{11}$$

Quando $\alpha, \beta \ll \omega_j$ para T_e pode-se escrever:

$$T_e = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tag{12}$$

Para outros tipos de função de correlação as fórmulas para determinação de T_e pode –se obter pela TABELA 1.

TABELA 1 - Fórmulas para determinação do período efetivo T_e

$K(\tau)$	T_e
$e^{-\alpha \tau }$	$\frac{2\pi}{\alpha\sqrt{2}}$
$e^{-\alpha^2\tau^2}$	$\frac{2\pi}{\alpha\sqrt{2}}$
$e^{-\alpha \tau } \cos\beta\tau$	$\frac{2\pi}{\sqrt{2\alpha^2 + \beta^2}}$
$e^{-\alpha^2\tau^2} \cos\beta\tau$	$\frac{2\pi}{\sqrt{2\alpha^2 + \beta^2}}$
$e^{-\alpha \tau } (1 + \alpha \tau)$	$\frac{2\pi}{\alpha}$
$e^{-\alpha \tau } \left(\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \text{sen}\beta \tau \right)$	$\frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$
$e^{\alpha \tau } \left(\cos\beta\tau - \frac{\alpha}{\beta} \text{sen}\beta \tau \right)$	$\frac{2\pi}{2\sqrt{2\alpha^2 + \beta^2} - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$
$e^{-\alpha \tau } (1 - \alpha \tau)$	$\frac{2\pi}{\alpha(2\sqrt{2} - 1)}$

Reescrevendo a expressão (8) na forma mais simples para a resolução gráfica:

$$R_e \sqrt{-\ln H} + R_{-10} - \psi m_s = \sigma_s m \sqrt{\frac{T}{T_e N_0}} \Psi(m + 2) \tag{13}$$

Porque m_s e σ_s dependem de características probabilísticas conhecidas da carga e de tamanhos procurados da seção transversal, então a resolução da equação (13) relativamente as dimensões dá a resposta do problema proposto.

Para saber a variância da tensão e sua derivada é necessário saber determinar as variâncias das coordenadas generalizadas $\zeta(t)$ e suas derivadas $\dot{\zeta}(t)$, isto é, as derivadas da

"saída" do sistema e suas derivadas. Designaremos "entrada" do sistema por $x(t)$ e "saída" por $y(t)$. Na prática iremos encontrar mais freqüentemente dois operadores típicos que unem "saída" com a "entrada" do sistema.

a) ação da força exterior é

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega_0^2 y = x$$

E a função de transmissão dada por:

$$|H(i\omega)|^2 = \frac{1}{|(i\omega)^2 + 2ni\omega + \omega_0^2|^2}$$

b) excitação cinemática (isto é, as oscilações provocado pelos deslocamentos dos pontos de fixação do elemento da construção)

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega_0^2 y = 2n\dot{x} + \omega_0^2 x$$

E a função de transmissão dada por:

$$|H(i\omega)|^2 = \frac{4n^2(i\omega)^2 + \omega_0^4}{|(i\omega)^2 + 2ni\omega + \omega_0^2|^2}$$

Então:

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(i\omega)|^2 \Phi_x(\omega) d\omega$$

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(i\omega)|^2 \omega^2 \Phi_x(\omega) d\omega$$

Consideramos algumas variantes da função de correlação da "entrada".

$$1) k_x = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|} (\cos \beta\tau)$$

para qual

$$\Phi_x(\omega) = \frac{\sigma_x^2 \alpha (\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)}{\pi |(i\omega)^2 + 2\alpha(i\omega) + m^2|^2}$$

$$2) k_x = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{sen} \beta|\tau| \right)$$

para qual

$$\Phi_x(\omega) = \frac{4\sigma_x^2\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{\pi|(i\omega)^2 + 2\alpha(i\omega) + m^2|^2}$$

$$3) k_x = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|}$$

para qual

$$\Phi_x(\omega) = \frac{2\sigma_x^2\alpha}{\pi|\alpha + i\omega|^2}$$

Então, pode-se obter para σ_y , $\sigma_{\dot{y}}$ e $\omega_e = \frac{\sigma_{\dot{y}}^2}{\sigma_y^2}$.

1) Operador (a), a função de correlação (3)

$$\sigma_y^2 = -\frac{2\alpha\sigma_x^2 a_0 a_1 b_2}{2a_0 a_3 (a_0 a_3 - a_1 a_2)} ; \sigma_{\dot{y}}^2 = -\frac{2\alpha\sigma_x^2 a_0 b_1}{2a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_2)}$$

$$\omega_e = \frac{\sigma_{\dot{y}}^2}{\sigma_y^2} = \frac{a_3}{a_1},$$

onde $a_0 = 1$; $a_1 = \alpha + 2n$; $a_2 = \omega_0^2 + 2n\alpha$; $a_3 = \omega_0^2 \alpha$; $b_2 = 1$; $b_1 = -1$.

2) Operador (a), a função de correlação (2)

$$\sigma_y^2 = -\frac{2\sigma_x^2\alpha(\alpha^2 + \beta^2)(a_0 a_3 - a_1 a_2)}{a_4(a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)} ; \sigma_{\dot{y}}^2 = -\frac{2\sigma_x^2\alpha(\alpha^2 + \beta^2)(-a_1)}{a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3}$$

$$\omega_e = \frac{\sigma_{\dot{y}}^2}{\sigma_y^2} = \frac{a_1 a_4}{a_0 a_3 - a_1 a_3}$$

onde $a_0 = 1$; $a_1 = 2\alpha + 2n$; $a_2 = m^2 + 4\alpha n + \omega_0^2$; $a_3 = 2nm^2 + 2\omega_0^2$; $a_4 = m^2 \omega_0^2$;
 $m = \alpha^2 + \beta^2$.

3) Operador (a), a função de correlação (1)

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_x^2}{a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3} \left[\frac{m^2 (a_0 a_3 - a_1 a_2)}{a_4} - a_1 \right]$$

$$\sigma_{\dot{y}}^2 = \frac{\sigma_x^2 \alpha}{a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3} [a_3 - m^2 a_1]$$

$$\omega_e^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} = \frac{(a_3 - m^2 a_1) a_4}{m^2 (a_0 a_3 - a_1 a_2) - a_1 a_4}$$

onde $a_0 = 1$; $a_1 = 2\alpha + 2n$; $a_2 = m^2 + 4\alpha n + \omega_0^2$; $a_3 = 2nm^2 + 2\omega_0^2 \alpha$; $a_4 = m^2 \omega_0^2$;

4) Operador (b), a função de correlação (1)

$$\sigma_y^2 = - \frac{-a_3 b_1 + a_1 b_2 + \frac{b_3}{a_4} (a_0 a_3 - a_1 a_2)}{(a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)} \cdot \sigma_x^2 \cdot \alpha ;$$

$$\sigma_y^2 = \frac{d_0 (-a_1 a_4 + a_2 a_3) - a_0 a_3 d_1 + a_0 a_1 d_2}{a_0 (a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 + a_1 a_2 a_3)} \cdot \sigma_x^2 \cdot \alpha$$

$$\omega_e^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} = \frac{d_0 (-a_1 a_4 + a_2 a_3) - a_0 a_3 d_1 + a_0 a_1 d_2}{-a_0 a_3 b_1 + a_0 a_1 b_2 + \frac{a_0 b_3}{a_4} (a_0 a_3 - a_1 a_2)}$$

onde $a_0 = 1$; $a_1 = 2\alpha + 2n$; $a_2 = m^2 + 4\alpha n + \omega_0^2$; $a_3 = 2nm^2 + 2\omega_0^2 \alpha$; $a_4 = m^2 \omega_0^2$;

$$b_1 = 4n^2 ; b_2 = -4m^2 n^2 - \omega_0^4 ; b_3 = m^2 \omega_0^4 ;$$

$$d_0 = -4n^2 ; d_1 = 4m^2 n^2 + \omega_0^4 ; d_2 = -m^2 \omega_0^4 .$$

5) Operador (b), a função de correlação (2)

$$\sigma_y^2 = - \frac{a_1 b_2 + \frac{b_3}{a_4} (a_0 a_3 - a_1 a_2)}{(a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)} \cdot 2\alpha \cdot \sigma_x^2 \cdot m^2 ; \sigma_y^2 = \frac{(-a_3 d_1 + a_1 d_2)}{a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3} \cdot 2\alpha \cdot \sigma_x^2 \cdot m^2$$

$$\omega_e^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} = \frac{a_1 d_2 - a_3 d_1}{a_1 b_2 + \frac{b_3}{a_4} (a_0 a_3 - a_1 a_2)}$$

onde $a_0 = 1$; $a_1 = 2\alpha + 2n$; $a_2 = m^2 + 4\alpha n + \omega_0^2$; $a_3 = 2nm^2 + 2\omega_0^2 \alpha$; $a_4 = m^2 \omega_0^2$;

$$b_2 = -4n^2 ; b_3 = \omega_0^4 ; d_1 = 4n^2 ; d_2 = -\omega_0^4 ;$$

$$m = \alpha^2 + \beta^2 .$$

6) Operador (b), a função de correlação (3)

$$\sigma_y^2 = - \frac{b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_3}}{a_0 a_3 + a_1 a_2} \cdot \sigma_x^2 \cdot \alpha ; \sigma_y^2 = \frac{(a_0 d_1 - a_2 d_0)}{a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_2)} \cdot \sigma_x^2 \cdot \alpha$$

$$\omega_e^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_y^2} = \frac{a_0 d_1 - a_2 d_0}{a_0 b_1 - \frac{a_0 a_1 b_2}{a_3}}$$

onde $a_0 = 1$; $a_1 = \alpha + 2n$; $a_2 = 2\alpha n + \omega_0^2$; $a_3 = \alpha\omega_0^2$;
 $b_1 = -4n^2$; $b_2 = \omega_0^4$; $d_0 = 4n^2$; $d_1 = -\omega_0^4$.

3.1 EXEMPLO

Pela particularidade característica da aplicação de carga, alguns elementos das construções é ação acústico casual, qual pode provocar a destruição da fadiga. Consideramos o cálculo projetado do quadro.

O esquema de cálculo é representado pela placa retangular com apoios articulados. Os tamanhos das placas são 0.4 m x 0.145 m. A ação exterior casual é pressão acústica distribuída uniformemente por placa com $\mu_q = 0.07$ MPa e $\sigma_q^2 = 0.225 \times 10^6$ Pa². A densidade espectral tem a forma:

$$\Phi_q(\omega) = \frac{2\sigma_q^2 \alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)} = \frac{128\sigma_q^2}{\pi(64^2 + \omega^2)}$$

É necessário determinar a espessura da placa h assim que a confiabilidade igualou-se a 0.99 durante $T = 2.5 \times 10^4$ c.

A equação das oscilações forçadas da placa tem a forma:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{ph}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{q(x, y, t)}{D}$$

A solução iremos procurar como a decomposição de formas das oscilações próprias

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{mn}(t) w_{mn}(x, y),$$

quais para condições de apoio dados iremos escrever na seguinte forma:

$$w_{mn}(x, y) = \text{sen} \frac{n\pi x}{a} \text{sen} \frac{m\pi y}{b} .$$

Então para força e massa generalizada teremos:

$$Q_{mn}(t) = \iint_F q(x, y, t) w_{mn}(x, y) dF = \frac{4abq}{\pi mn}$$

$$M_{mn} = \iint_F \rho h w_{mn}^2(x, y) dF = \frac{\rho h ab}{4}$$

Para tensão normal máxima temos:

$$S_{xx}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}(x, y) \zeta_{mn}(t),$$

$$S_{yy}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn}(x, y) \zeta_{mn}(t),$$

onde

$$a_{mn}(x, y) = \frac{6D}{h^2} \left[\frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \mu \frac{m^2 \pi^2}{b^2} \right] \text{sen} \frac{n\pi x}{a} \text{sen} \frac{m\pi y}{b}$$

$$b_{mn}(x, y) = \frac{6D}{h^2} \left[\mu \frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \frac{m^2 \pi^2}{b^2} \right] \text{sen} \frac{n\pi x}{a} \text{sen} \frac{m\pi y}{b}$$

Em suposição que o espectro da carga é suficientemente em suave declive e os coeficientes de amortecimento são poucos, pela correlação mútua das cargas generalizadas pode ser ignorado.

Então para densidade espectral das tensões pode-se escrever:

$$\Phi_{S_{xx}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \Phi_{\zeta_{mn}}(\omega),$$

$$\Phi_{S_{yy}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn}^2 \Phi_{\zeta_{mn}}(\omega),$$

onde

$$\Phi_{\zeta_{mn}}(\omega) = \frac{\Phi_{Q_{mn}}(\omega)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)^2 + (2\delta_{mn} \omega_{mn} \omega)^2}$$

onde δ_{mn} é o coeficiente de amortecimento linear para mn-forma; ω_{mn} é a frequência das oscilações por mn-forma.

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}}$$

Porque

$$\Phi_{Q_{mn}}(\omega) = \frac{256\Phi_q(\omega)}{\pi^2 \rho^2 h^2 m^2 n^2}$$

logo podemos obter:

$$\sigma_{s_{xx}}^2 = \frac{128E^2\sigma_q^2}{\pi^2\rho^2(1-\mu^2)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha + 2\delta_{mn})a_{mn}^{*2}}{2\delta_{mn}\omega_{mn}^2(\omega_{mn}^2 + 2\delta_{mn}^2\alpha + \alpha^2)},$$

$$\sigma_{s_{yy}}^2 = \frac{128E^2\sigma_q^2}{\pi^2\rho^2(1-\mu^2)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha + 2\delta_{mn})b_{mn}^{*2}}{2\delta_{mn}\omega_{mn}^2(\omega_{mn}^2 + 2\delta_{mn}^2\alpha + \alpha^2)},$$

onde

$$a_{mn}^* = \frac{a_{mn}h^2}{6D}$$

$$b_{mn}^* = \frac{b_{mn}h^2}{6D}$$

iremos utilizar:

$$\sigma_s \sqrt{\frac{T}{T_e N_0}} \Psi(m+2) + \psi m_s = \gamma + \beta \sqrt{-\alpha \ln H}$$

Para nosso material podemos tomar:

$$\gamma = 130\text{MPa}; \alpha = (29.5\text{MPa})^6; \beta = 6; m = 6; N_0 = 10^7; E = 0.71 \times 10^5\text{MPa};$$

$$\rho = 2780\text{kg/m}^3; \mu = 0.3; \psi = 0.28; \Psi(m+2) = 2^{m/2} \left(\frac{m}{2}\right)! = 48$$

A análise mostra que os termos da série decaem rapidamente e pode conservar somente o primeiro termo.

Então:

$$T_e = \frac{2\pi}{\omega_e} = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha + 2\delta_{11}}{\alpha\omega_{11}^2}}$$

Tomamos que $\delta_{11} = 0.005$ e a expressão para determinar h terá a seguinte forma:

$$\frac{0.19 \times 10^{-5}}{h^{11/6}} + \frac{2.84 \times 10^{-4}}{h^2} = 143.7$$

Daqui.

$$h = 0.0015\text{ m.}$$

Esta espessura garante um trabalho sem falha para $T = 2.5 \times 10^4\text{ c}$ com confiabilidade $H = 0.99$.

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresenta-se uma nova metodologia para a projeção das construções sob oscilações aleatórias, considerando as forças de inércia para construções, cujas dimensões são determinadas por um parâmetro.

Para a determinação da densidade espectral da coordenada generalizada utilizou-se as relações conhecidas entre as densidades espectrais da “entrada” e “saída” do sistema linear. Obteve-se as relações para a determinação das variâncias de “saída”, sua primeira derivada e a frequência “efetiva” do sistema. Considerou-se o caso geral, quando a carga varia por ciclo assimétrico. Utilizou-se a teoria linear da acumulação dos defeitos da fadiga. Encontrou-se a expressão para a determinação da confiabilidade como função dos parâmetros projetados. A resolução desta expressão permitiu a obtenção dos parâmetros projetados, que garantem a confiabilidade necessária da construção durante o tempo dado de serviço.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Araslanov, A. M. (1974). **Ao cálculo das placas e invólucros com confiabilidade prescrita na base da teoria dos valores aleatórios.** Kazan. Coletânea de Trabalhos de KAI. n. 172. p.4-8.
- [2] Bolotin, V. V. (1965). **Os métodos probabilísticos na mecânica civil.** Ed. Eng. Civil Moscow. 255 p.
- [3] Cerencen, C. V.; Cogaev, V. P.; Chneiderovich, R. M. (1963). **A capacidade portadora e cálculos dos elementos de máquinas na resistência.** Moscow. Ed. Construção de Máquinas. 488 p.
- [4] Nicolaenco, N. A. (1964). **Os métodos probabilísticos de cálculo dinâmico das construções.** Moscow. Ed. Construção de Máquinas. 275 p.
- [5] Ventcel, E. C. (1964). **Teoria das probabilidades.** Moscow. Ed. Ciência. 576 p.
- [6] Weibull, V. (1964). **Ensaio de fadiga e análise de seus resultados.** Moscow. Construção de Máquinas. 275 p.