

PLANEJAMENTO ESTATÍSTICO VISTO COMO FATOR DETERMINANTE DA CONFIABILIDADE DA PESQUISA EXPERIMENTAL

Kátia Araújo Allende;MSc

Universidade Federal Fluminense
Rua Passos da Pátria 156, Niterói, RJ
katiallende@uol.com.br

Fathi Aref Ibrahim; Ph.D.

Universidade Federal Fluminense
Rua Passos da Pátria 156, Niterói, RJ
fadarwish@poscivil.uff.br-mail

Prof. Daniel I. De Souza Jr., Ph.D.

Universidade Fed. Fluminense, Niterói, RJ & Uni. Estadual do Norte Fluminense, Campos RJ
Rua Passos da Pátria 156, Niterói, RJ & Avenida Alberto Lamego 2000, Campos, RJ
daniel.desouza@hotmail.com

Resumo

Neste artigo será utilizado um método desenvolvido por De Souza, D. [1] visando a determinação do tamanho da amostra que um determinado experimento deva possuir a fim de se obter a confiabilidade desejada para o mesmo. Os componentes a serem testados são protótipos de reforços de pilares por encamisamento. O método do Estimador “Máximo Likelihood” (MLE) ou “Máxima Verossimilhança” será utilizado na determinação dos parâmetros de forma e de escala da distribuição de amostragem Weibull. Essa distribuição é muito utilizada como a distribuição de falhas de componentes eletrônicos e mecânicos. O mecanismo de teste de vida seqüencial representa uma alternativa atraente à representada por um teste de vida com tamanho de amostra fixo, devido ao pequeno número de observações necessárias para o seu emprego, especialmente quando a distribuição de amostragem é o modelo Weibull. Na análise dos dados obtidos, utilizaremos um teste de vida seqüencial com um mecanismo de truncagem desenvolvido por De Souza, D. [1]. O objetivo de um mecanismo de truncagem é o de manter o tamanho da amostra pequeno, proporcionando assim uma redução nos custos de teste. Um exemplo irá ilustrar o método proposto.

Palavras-Chaves: Colunas; Modelo Weibull de dois Parâmetros; Encamisamento; Mecanismo de Truncagem; Teste de Vida Seqüencial.

Abstract

In this study we will apply an approach developed by De Souza, D. [1] to determine the sample size a certain experiment should have in order to attain the desired reliability for the experiment being performed. The samples to be tested are reinforced columns whose cross sections have been strengthened by banding. The Maximum Likelihood Estimator (MLE) will be used to estimate the shape and the scale parameters of the underlying sampling Weibull model. The two-parameter Weibull model is largely used to represent the failure mechanism of mechanical and electronic components. The sequential life testing approach is an attractive alternative to that of predetermined, fixed sample size hypothesis testing because of the fewer observations required for its use, especially when the underlying sampling distribution is the Weibull model. In this work we will apply a sequential life testing approach with a truncation mechanism developed by De Souza, D. [1] to the sampling data. The objective of such a

truncation mechanism is to keep the sample size small, with a resulting savings in cost. An example will illustrate the proposed procedure.

Keywords: Columns; Two-Parameter Weibull Model; Reinforcement; Truncation Mechanism; Sequential Life testing.

1. INTRODUÇÃO

Pesquisas científicas experimentais necessitam de um planejamento minucioso desde a sua fase de concepção até a sua finalização, ou seja, a fase de análise dos dados. A principal ferramenta utilizada na determinação do tamanho de uma amostra consiste na utilização da teoria dos métodos de análise estocástica, onde são necessários dados experimentais confiáveis e em número suficiente. A repetição de um dado padrão é especialmente valorizada quando se investiga variáveis aleatórias que apresentam relações funcionais complexas entre si. Assim, a determinação estatística do número de itens de uma amostra de um experimento é vital ao planejamento, pois pode possibilitar a redução do número de ensaios sem prejuízo da confiabilidade da informação. Desse modo, pode-se garantir a viabilidade econômica do experimento, com a redução dos custos necessários para o desenvolvimento do mesmo. A determinação do tamanho da amostra a ser analisada em um teste de vida seqüencial com truncagem será baseada em um mecanismo de truncagem desenvolvido por De Souza, D. [1] para o modelo Weibull de dois parâmetros.

Critérios científicos e estatísticos tornam o delineamento de pesquisas experimentais, de um dado sistema ou processo, capaz de determinar a influência das diversas variáveis envolvidas. Não se deve esquecer de que além do estabelecimento de um modelo estatístico, o conhecimento técnico específico do tema a ser investigado é determinante para o reconhecimento do que pode ser considerado como significativamente importante. A interação lógica do conhecimento técnico e matemático do pesquisador irá garantir a confiabilidade dos dados obtidos e, conseqüentemente, a validade dos mesmos.

É muito importante que os dados obtidos tenham validade tanto interna como externa. A validade interna é garantida quando o pesquisador tomou cuidados operacionais de modo a não obter resultados influenciados por falhas humanas ou mecânicas. Se os procedimentos operacionais forem inadequados o significado das medições pode resultar em análises e conclusões enganosas. A validade externa está preocupada em estabelecer até que ponto as conclusões obtidas das pesquisas realizadas podem ser consideradas, isto é, se existe uma consistência teórica da “descoberta” (comprovação do fenômeno observado) através de um número de repetições dos resultados significativamente similares e confiáveis. Desse modo pode-se estabelecer padrões da relação causa e efeito entre as variáveis envolvidas no experimento.

2. DETERMINAÇÃO DE UM NÚMERO AMOSTRAL ATRAVÉS DE UM MECANISMO DE TRUNCAGEM EM UM TESTE DE VIDA SEQÜENCIAL DE DADOS HISTÓRICOS

Uma maneira prática de se obter o máximo proveito da capacidade de resistência de pilares curtos reforçados por encamisamento com aumento de seção de concreto e barras de aço, é a de se considerar a parcela de aumento da resistência à compressão do concreto do núcleo devido ao confinamento conferido pela armadura de combate aos esforços de cisalhamento. Essa pode seguramente ser uma boa alternativa de dimensionamento deste tipo de reforço. O aumento de resistência e docilidade do núcleo de pilares devido ao confinamento conferido pelos estribos já é considerado no dimensionamento de pilares na Comisión Permanente del Hormigón Estructural-EHE 1999 [2], e também no Boletim 162 do CEB/FIP 1983 [3]. Essas considerações se tornam muito significantes no estudo abrangendo o reforço de pilares por cintamento com estribos, desde que o espaçamento entre eles seja menor ou igual a 20 cm e também menor que a menor dimensão da seção transversal do pilar

(no caso de seção transversal retangular).

O procedimento conservador de se desconsiderar a contribuição do núcleo comprimido de pilares quando se utiliza o reforço por encamisamento simples remonta desde a recomendação de CÁNOVAS [4], apesar do aumento de resistência e ductilidade já ter sido comprovado experimentalmente por vários pesquisadores, em seções transversais de pilares circulares, quadradas, e em menor grau, nas seções transversais retangulares.

Allende e De Souza, V. C. M. [5] comprovaram que, após a aplicação de um ciclo de carregamentos e descarregamentos, ocorre uma redistribuição de tensões entre o elemento estrutural original e o reforço por encamisamento simples de pilares de seção quadrada. A capacidade resistente do núcleo confinado foi comprovada e quantificada demonstrando-se que o conjunto trabalha como uma seção única e homogênea para carregamentos de serviço.

Allende, Darwish e De Souza, V. C. M. [6] deram continuidade a uma pesquisa iniciada em 2001 sobre o comportamento resistente de pilares curtos reforçados por encamisamento simples com adição de concreto e barras de aço. A pesquisa experimental estabeleceu um número de repetições bastante reduzido devido ao custo da pesquisa. Para esta determinação foi utilizado o teste de vida com truncagem de De Souza, D. [1].

Partindo-se destes pontos de vista já expostos, o reforço por encamisamento simples com adição de barras de aço e concreto ou micro-concreto ainda é a solução que melhor se enquadra à realidade resistente do núcleo confinado, obtendo-se uma boa economia no custo do reforço e no espaço arquitetônico útil da edificação.

3. A DISTRIBUIÇÃO WEIBULL DE DOIS PARÂMETROS

Conhecida como a distribuição de base da confiabilidade, o modelo Weibull de três parâmetros possui sua função densidade, ou simplesmente pdf, definida na equação (1), onde β representa o parâmetro de forma, θ é o parâmetro de escala e φ é o parâmetro de vida mínima.

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t - \varphi}{\theta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t - \varphi}{\theta} \right)^{\beta}} \quad (1)$$

Quando se considera que um produto possa vir a falhar no momento em que é colocado em uso, a vida mínima φ será igual a zero. Desse modo, obtém-se o modelo Weibull de dois parâmetros, representado pela equação (2) seguinte:

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta} \right)^{\beta}} \quad (2)$$

A função confiabilidade do modelo Weibull de dois parâmetros de uma amostra aleatória de n itens será dada por:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\theta} \right)^{\beta}} \quad (3)$$

O tempo t no qual $(1 - R(t))\%$ da população terá sobrevivido é dado por:

$$t = \theta \times \left[\ln \left(\frac{1}{1-R(t)} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (4)$$

O valor esperado $E(t)$ do modelo Weibull de dois parâmetros será dado por:

$$E(t) = \theta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (5)$$

Os métodos mais utilizados no passado na estimação dos parâmetros de forma e de escala do modelo Weibull eram o dos Mínimos Quadrados (Least Squares Fit) e o da Confiabilidade Bayesiana. Com o surgimento de computadores da série Pentium, o método do “Maximum Likelihood Estimador” ou Máxima Verossimilhança começou a ser o mais utilizado na determinação desses parâmetros, por ser o método estatístico de maior precisão. Como o termo “Maximum Likelihood” é internacionalmente conhecido e utilizado em publicações em vários idiomas, como o Alemão e o Francês, o utilizaremos nesse estudo. Como as equações resultantes da aplicação desse método necessitam ser resolvidas numericamente, alguns pesquisadores utilizaram no passado o método de Newton-Raphson para a resolução de equações não-lineares. Nesse trabalho, desenvolvemos, com o auxílio de um computador Pentium III, uma interação numérica para a solução dessas equações. No Anexo (1) apresentamos o desenvolvimento do estimador “Máximo Likelihood” para o modelo Weibull de dois parâmetros.

4. A MECANISMO DE TRUNCAGEM EM UM TESTE DE VIDA SEQUENCIAL UTILIZANDO-SE O MODELO WEIBULL DE DOIS PARÂMETROS

De Souza, D. [1] desenvolveu um mecanismo de truncagem para um teste de vida seqüencial de uma distribuição Weibull de dois parâmetros com um risco α de não aceitação da hipótese nula H_0 , com uma probabilidade de aceitação desta de $(1-\alpha)$.

1. Para o parâmetro de escala θ :

$$H_0 : \theta \geq \theta_0 ; \quad H_1 : \theta < \theta_0$$

A probabilidade de se aceitar a hipótese nula H_0 será dada por $(1-\alpha)$ no caso de $\theta = \theta_0$. Agora, se $\theta = \theta_1$ onde $\theta_1 < \theta_0$, então a probabilidade de se aceitar H_0 será fixada em um nível inferior γ .

2. Para o parâmetro de forma β :

$$H_0 : \beta \geq \beta_0 ; \quad H_1 : \beta < \beta_0$$

A probabilidade de se aceitar a hipótese nula H_0 será também dada por $(1-\alpha)$ caso de $\beta = \beta_0$. Agora, se $\beta = \beta_1$ onde $\beta_1 < \beta_0$, então a probabilidade de aceitarmos H_0 será também fixada em um nível inferior γ .

De acordo com De Souza, D. [1], o desenvolvimento de um teste de vida seqüencial utiliza a relação de verossimilhança dada por:

$$L_{1;n} / L_{0;n}$$

A relação probabilística seqüencial (RPS) será dada por:

$$RPS = L_{1,1,1,n} / L_{0,0,0,n},$$

ou ainda, para o modelo Weibull de dois parâmetros, teremos:

$$SPR = \left(\frac{\beta_1}{\theta_1^{\beta_1}} \times \frac{\theta_0^{\beta_0}}{\beta_0} \right) \prod_{i=1}^n (t_i)^{\beta_1 - \beta_0} \exp \left[- \sum_{i=1}^n \left(\frac{t_i^{\beta_1}}{\theta_1^{\beta_1}} - \frac{t_i^{\beta_0}}{\theta_0^{\beta_0}} \right) \right] \quad (6)$$

A região contínua será dada por $A < SPR < B$, onde $A = \gamma / (1 - \alpha)$ e $B = (1 - \gamma) / \alpha$. Iremos então aceitar a hipótese nula H_0 no caso do $RPS \geq B$ e iremos rejeitar H_0 se o $RPS \leq A$. Agora, no caso do $A < RPS < B$, obteremos mais uma observação. Então, teremos:

$$\frac{\gamma}{(1 - \alpha)} < \left(\frac{\beta_1}{\theta_1^{\beta_1}} \times \frac{\theta_0^{\beta_0}}{\beta_0} \right)^n \prod_{i=1}^n (t_i)^{\beta_1 - \beta_0} \exp \left[- \sum_{i=1}^n \left(\frac{t_i^{\beta_1}}{\theta_1^{\beta_1}} - \frac{t_i^{\beta_0}}{\theta_0^{\beta_0}} \right) \right] < \frac{(1 - \gamma)}{\alpha} \quad (7)$$

Obtendo-se o logaritmo natural de cada termo da equação acima e rearrumando-os, teremos:

$$n \ln \left(\frac{\beta_1}{\theta_1^{\beta_1}} \times \frac{\theta_0^{\beta_0}}{\beta_0} \right) - \ln \left[\frac{(1 - \gamma)}{\alpha} \right] < X < n \ln \left(\frac{\beta_1}{\theta_1^{\beta_1}} \times \frac{\theta_0^{\beta_0}}{\beta_0} \right) + \ln \left[\frac{(1 - \alpha)}{\gamma} \right] \quad (8)$$

$$\text{Aqui, } X = \sum_{i=1}^n \left(\frac{t_i^{\beta_1}}{\theta_1^{\beta_1}} - \frac{t_i^{\beta_0}}{\theta_0^{\beta_0}} \right) + (\beta_0 - \beta_1) \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \quad (9)$$

5. TAMANHO ESPERADO DE UMA AMOSTRA EM UM TESTE DE VIDA SEQUENCIAL

De Souza, D. [1], desenvolveu uma expressão aproximada para o tamanho esperado de uma amostra em um teste de vida sequencial, $E(n)$, com uma distribuição de amostragem Weibull de dois parâmetros. O $E(n)$ será dado por:

$$E(n) \cong \frac{P(\theta, \beta) \ln(A) + [1 - P(\theta, \beta)] \ln(B)}{E(w)}, \text{ onde } A = \gamma / (1 - \alpha) \text{ e } B = (1 - \gamma) / \alpha; \quad (10)$$

$$w = \ln \left\{ \left(\frac{\beta_1}{\theta_1^{\beta_1}} \times \frac{\theta_0^{\beta_0}}{\beta_0} \right) t^{(\beta_1 - \beta_0)} \exp \left[- \frac{t^{\beta_1}}{\theta_1^{\beta_1}} + \frac{t^{\beta_0}}{\theta_0^{\beta_0}} \right] \right\}, \text{ ou ainda:}$$

$$w = \ln(C) + (\beta_1 - \beta_0) \ln(t) - \frac{t^{\beta_1}}{\theta_1^{\beta_1}} + \frac{t^{\beta_0}}{\theta_0^{\beta_0}}, \text{ onde } C = \frac{\beta_1}{\theta_1^{\beta_1}} \times \frac{\theta_0^{\beta_0}}{\beta_0}$$

O valor esperado de \underline{w} , representado por $E(w)$, será então dado por:

$$E(w) = \ln(C) + (\beta_1 - \beta_0) E[\ln(t)] - \frac{1}{\theta^{\beta_1}} E\left(t^{\beta_1}\right) + \frac{1}{\theta^{\beta_0}} E\left(t^{\beta_0}\right) \quad (11)$$

$$E\left(t^{\beta_1}\right) = \theta^{\beta_1} \Gamma\left(1 + \frac{\beta_1}{\beta}\right) \quad (12)$$

$$E\left(t^{\beta_0}\right) = \theta^{\beta_0} \Gamma\left(1 + \frac{\beta_0}{\beta}\right) \quad (13)$$

$$E[\ln(t)] = \ln(\theta) + \frac{1}{\beta} \times \frac{g}{3} \times \left\{ \sum_{i=1}^{n+1} \left[\ln(U_i) e^{-U_i} \times (1, 2 \text{ or } 4) \right] \right\} \quad (14)$$

Para obtermos o $E[\ln(t)]$ teremos de utilizar algum tipo de integração numérica (nesse trabalho, utilizamos a regra de Simpson's 1/3). Quando se definir os valores das quantidades $\theta_0, \theta_1, \beta_0, \beta_1, \alpha, \gamma$ e $P(\theta, \beta)$ e após o cálculo do $E(n)$, o teste de vida seqüencial estará totalmente definido.

6. APLICAÇÃO PRÁTICA

O método MLE (Estimador “Maximum Likelihood”) foi utilizado para estabelecer os parâmetros da distribuição Weibull de dois parâmetros a partir dos tempos de falha das séries de protótipos reforçados da série 1, seção transversal quadrada e concreto não confinado de reforço com cobrimento das armaduras de 13 mm, série 2, seção transversal quadrada e concreto não confinado de reforço com cobrimento das armaduras de 18 mm e série 3, seção transversal retangular e concreto não confinado de reforço com cobrimento das armaduras de 18 mm. A Tabela 1 apresenta as cargas últimas de ruptura dos protótipos de pilares reforçados das séries, onde P-protótipo, S-série, Q-quadrada, R-retangular, o primeiro algarismo designa a série e o segundo a ordem do protótipo ensaiado. Deve-se esclarecer que os tempos de falha, ou vida dos protótipos, foram utilizados para os cálculos na ordem apresentada, isto é, ordem da realização dos ensaios. Utilizando-se o método de estimação “Maximum Likelihood”, apresentado no Anexo (1), para estimar os valores dos parâmetros de forma e de escala do modelo Weibull, teremos:

Tabela. 1 – Tempos de falha dos protótipos de pilares reforçados

Protótipos Série 1	Carga de Ruptura (kN)	Protótipos Série 2	Carga de Ruptura (kN)	Protótipos Série 3	Carga de Ruptura (kN)
PSQ1-1	811,64	PSQ2-1	964,93	PSR3-1	910,46
PSQ1-2	808,42	PSQ2-2	905,22	PSR3-2	911,28
PSQ1-3	813,29	PSQ2-3	988,59	PSR3-3	920,22
PSQ1-4	816,20	PSQ2-4	982,36	PSR3-4	888,41
PSQ1-5	883,04	PSQ2-5	966,05	PSR3-5	933,23
PSQ1-6	798,99	PSQ2-6	924,13	PSR3-6	830,79
PSQ1-7	866,43	PSQ2-7	921,68	PSR3-7	942,98
PSQ1-8	877,96			PSR3-8	869,81

Os valores estimados de θ e de β para as três séries acima estão dados na Tabela 2:

Tabela 2. Valores de θ e de β para as três séries analisadas.

Série	θ (kN)	β
1	888,42	10,58
2	965,57	11,32
3	913,79	11,64

Inicialmente, elegeremos os parâmetros da hipótese nula como sendo os valores de θ e de β encontrados pelo método do estimador “Maximum Likelihood”. Desse modo, teremos:

Tabela 3. Valores de θ e de β para os parâmetros das hipóteses nula e alternativa.

Série	θ_0 (kN)	β_0	θ_1 (kN)	β_1
1	888,42	10,58	810,0	10,2
2	965,57	11,32	930,0	11,2
3	913,79	11,64	885,0	11,5

Fazendo agora com que $\alpha = 0,05$; $\gamma = 0,10$; $P(\theta, \beta) = 0,01$ e utilizando-se as equações (10) à (14), obtiveram-se os seguintes tamanhos de amostra para efeito de truncagem para as três séries analisadas:

Série 1: $E(n) \approx 5$ itens; Série 2: $E(n) \approx 6$ itens; Série 3: $E(n) \approx 5$ itens.

Empregando-se as equações (8) e (9), calculou-se o teste de vida seqüencial para cada uma das três séries analisadas. Desse modo, teremos:

Série 1. $\beta_1 = 10,2$; $\theta_1 = 810,0$; $\beta_0 = 10,58$; $\theta_0 = 888,42$

Item	Limite Inferior	Limite Superior	Valor de X
1	0,595625	5,737289	3,182175
2	4,081622	9,223286	6,338104
3	7,567619	12,709282	9,534072
4	11,053616	16,195279	12,754943
5	14,539613	19,681276	16,807285
6	18,025610	23,167273	19,891202
7	21,511606	26,653270	23,682215
8	24,997603	30,139267	27,650024

Série 2. $\beta_1 = 11,2$; $\theta_1 = 930,0$; $\beta_0 = 11,32$; $\theta_0 = 965,57$

Item	Limite Inferior	Limite Superior	Valor de X
1	-1,655922	3,485742	1,343401
2	-0,421472	4,720192	2,417750
3	0,812978	5,954641	3,921955
4	2,047428	7,189091	5,380070
5	3,281878	8,423541	6,730254
6	4,516328	9,657991	7,872636
7	5,750778	10,892441	9,005428

Série 3. $\beta_1 = 11,5$; $\theta_1 = 885,0$; $\beta_0 = 11,64$; $\theta_0 = 913,79$

Item	Limite Inferior	Limite Superior	Valor de X
1	-1,579857	3,561807	1,381205
2	-0,269342	4,872321	2,766859

3	1,041173	6,182836	4,203676
4	2,351688	7,493351	5,478958
5	3,662202	8,803866	6,999573
6	4,972717	10,114381	8,904015
7	6,283232	11,424896	9,685493
8	7,593747	12,735410	10,899340

As Figuras (1), (2) e (3) apresentam, respectivamente, os resultados da truncagem para as Séries (1), (2) e (3).

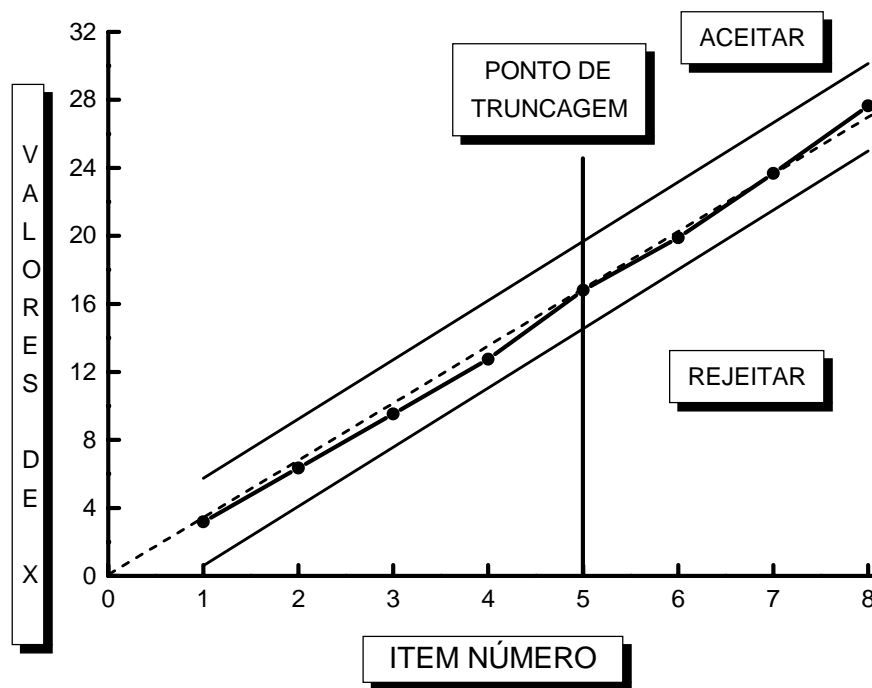


Figura 1. Teste de vida seqüencial com truncagem para a Série 1.

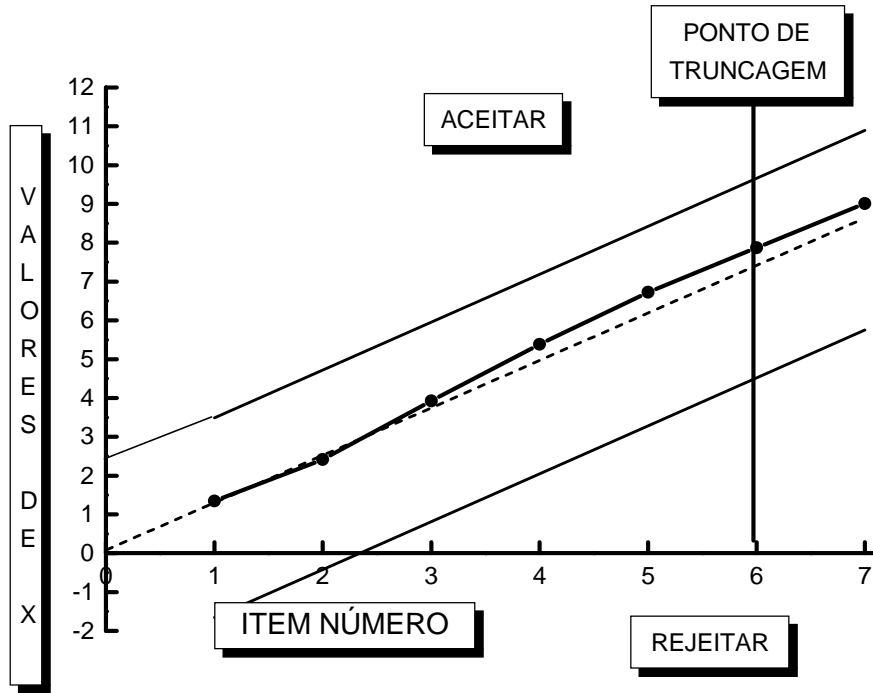


Figura 2. Teste de vida seqüencial com truncagem para a Série 2.

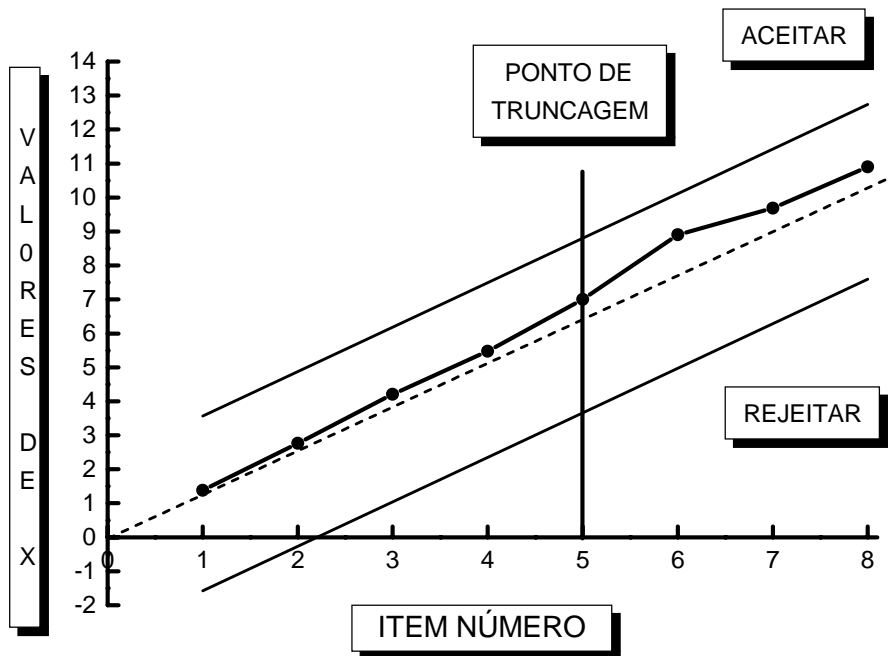


Figura 3. Teste de vida seqüencial com truncagem para a Série 3.

De acordo com Kapur e Lamberson [7], quando o ponto de truncagem é alcançado, é traçada uma linha dividindo ao meio o gráfico seqüencial, como mostrado nas Figuras (1), (2)

e (3). Essa linha é traçada iniciando-se na origem do gráfico, paralela às linhas de aceitação e de rejeição. A decisão de se aceitar ou de se rejeitar a hipótese nula H_0 irá depender simplesmente de que lado a observação final se encontra. Obviamente esse procedimento de truncagem altera os níveis ou valores de α e de γ do teste de vida original; entretanto, de acordo com Kapur e Lamberson [7], essa mudança será muito pequena se o ponto de truncagem não for muito pequeno (menor do que três unidades). Como podemos observar nas Figuras (1), (2) e (3), a hipótese nula H_0 deverá ser aceita, pois as observações finais (observação de número 5 para a Figura 1, de número 6 para a Figura 2 e de número 5 para a Figura 3) se encontram todas no lado da linha relacionado com a aceitação de H_0 .

Diante da consistência de repetição de resultados e também em função da disponibilidade econômica para compra dos medidores, foi estabelecido que o número de itens a serem testados, de mesma seção transversal e cobrimento das armaduras do reforço da série 1, seria de oito. Para as séries 2 e 3, sete e oito, respectivamente.

Entretanto, o número necessário de itens a ser analisado em cada uma das três séries, para que pudéssemos chegar a uma decisão sobre a aceitação ou rejeição da hipótese nula H_0 , determinados através de um teste de vida seqüencial com truncagem, foi de, respectivamente, cinco itens para a série 1, seis para a série 2 e cinco para a série 3. Esse fato mostra a vantagem de se usar esse tipo de mecanismo de truncagem em uma situação de teste de vida seqüencial.

7. CONCLUSÃO

Os exemplos apresentados conseguem demonstrar que o delineamento experimental estatístico e a utilização de técnicas de simulação computacional podem ser ferramentas importantes para uma investigação científica experimental com redução de custos e tempo de pesquisa sem perda da confiabilidade nos resultados levantados.

A distribuição Weibull utilizada comprovou mais uma vez sua grande versatilidade na aplicação também a elementos de estruturas de concreto e sua confiabilidade indiscutível na utilização da distribuição de tempos de falha.

O método de teste de vida com truncagem desenvolvido por De Souza, D. [1], mostrou-se indicado para a análise dos tempos de falhas dos protótipos de pilares reforçados, apresentando a mesma eficiência demonstrada quando aplicado em testes de componentes mecânicos, metalúrgicos e eletrônicos.

Como informamos anteriormente, diante da consistência de repetição de resultados e também em função da disponibilidade econômica para compra dos medidores, foi estabelecido que o número de itens a serem testados, de mesma seção transversal e cobrimento das armaduras do reforço da série 1, seria de oito. Para as séries 2 e 3, sete e oito, respectivamente.

Entretanto, o número necessário de itens a ser analisado em cada uma das três séries, para que pudéssemos chegar a uma decisão sobre a aceitação ou rejeição da hipótese nula H_0 , determinados através de um teste de vida seqüencial com truncagem, foi de, respectivamente, cinco itens para a série 1, seis para a série 2 e cinco para a série 3. Esse fato mostra a vantagem de se usar esse tipo de mecanismo de truncagem em uma situação de teste de vida seqüencial.

Ressalta-se a grande relevância do estudo estatístico em pesquisas experimentais, não somente na análise dos dados levantados em laboratório, mas também como uma importante ferramenta para o planejamento e orçamento dessas pesquisas, onde o custo dos ensaios pode ser um significativo limitador científico.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] De Souza, Daniel I. 2001. Sequential life testing with a truncation mechanism for an underlying Weibull model, *Towards a Safer World, ESREL 2001 Conference*, Zio, Demichela & Piccinini (eds), Torino, Italy, 16 – 20 September 2001; 3: 1539 – 1546, Politecnico Di Torino.
- [2] Comisión Permanente Del Hormigón, 1999. *EHE – Instrucción de Hormigón Estructural*, publicada no Boletín Oficial del Estado RD996/99 em 24/06/1999, Madrid: Ministerio de Fomento, 5ª. ed. Revisada em 29/04/2003. Disponível em http://www.uclm.es/area/ing_rural/Normativa.htm Acesso em 19/09/2003.
- [3] CEB/FIP Bulletin d'Information n° 162. 1983. – *Assessment of Concrete Structures and Design Procedures for Upgrading (Redesign)*, General Task Group 12. Contribution á la 23ª. Session Plénier du CEB, Prague, octobre 1983, 288.
- [4] Cánovas, Manoel F. 1984. Patología y terapéutica del hormigón armado, Editorial Dossat, Madrid, 2ª. Edición ampliada y ajustada al CEB, 1984, 620.
- [5] Allende, Kátia Araújo; De Souza, Vicente C. M. 2002. Estudo da resistência de pilares de concreto armado reforçados In: *3º Congresso Internacional sobre o Comportamento de Estruturas Danificadas*, 2002, Rio de Janeiro, Brasil. Anais. Rio de Janeiro: DAMSTRUC, 2002. 1 CD.
- [6] Allende, Kátia A.; DARWISH, Fathi A. I. e De Souza, Vicente C. M.. 2004. Load Redistribution in Columns of Reinforced Concrete, Upgraded by Increasing their Cross Section. *15Th National Conference with International Participation – In Situ Behaviour of Construction – 24 September 2004*, Bucharest, Romênia, 7p.
- [7] Kapur, Kailash & Lamberson, Leonard R. 197. *Reliability in Engineering Design*. New York: John Willey & Sons, Inc.

ANEXO 1

ESTIMADOR “MAXIMUM LIKELIHOOD” PARA O MODELO WEIBULL DE DOIS PARÂMETROS, TRUNCADO POR NÚMERO DE FALHAS (MODELO DE TRUNCAGEM DO TIPO II)

O estimador “maximum likelihood” para os parâmetros de forma e de escala de uma distribuição Weibull em uma situação de truncagem por falhas (modelo de truncagem do Tipo II) será dado por:

$$L(\beta; \theta) = k! \left[\prod_{i=1}^r f(t_i) \right] [1 - F(t_r)]^{n-r} = k! \left[\prod_{i=1}^r f(t_i) \right] [R(t_r)]^{n-r}; t > 0.$$

Com $f(t_i) = \frac{\beta}{\theta^\beta} (t_i)^{\beta-1} e^{-(t_i/\theta)^\beta}$ e com $R(t_r) = e^{-(t_r/\theta)^\beta}$, teremos:

$$L(\beta; \theta) = k! \frac{\beta^r}{\theta^{\beta r}} \left[\prod_{i=1}^r t_i \right]^{\beta-1} e^{-\sum_{i=1}^r (t_i/\theta)^\beta} \left[e^{-(t_r/\theta)^\beta} \right]^{n-r}$$

A função “log likelihood” será dada por:

$$L = \ln[L(\beta; \theta)] = \ln(k) + r \ln(\beta) - r\beta \ln(\theta) + (\beta-1) \sum_{i=1}^r \ln(t_i) - \sum_{i=1}^r \left(\frac{t_i}{\theta} \right)^\beta - (n-r) \left(\frac{t_r}{\theta} \right)^\beta$$

Para se encontrar os valores de θ e de β que maximizem a função “log-likelihood”, obteremos as derivadas de θ e de β e as fazemos iguais à zero. Desse modo, teremos:

$$\frac{dL}{d\theta} = -\frac{r\beta}{\theta} + \frac{\beta \times \sum_{i=1}^r (t_i)^\beta}{\theta^{\beta+1}} + \frac{\beta(n-r)(t_r)^\beta}{\theta^{\beta+1}} = 0 \quad (A)$$

$$\frac{dL}{d\beta} = \frac{r}{\beta} - r \ln(\theta) + \sum_{i=1}^r \ln(t_i) - \sum_{i=1}^r \left(\frac{t_i}{\theta} \right)^\beta \ln\left(\frac{t_i}{\theta} \right) - (n-r) \left(\frac{t_r}{\theta} \right)^\beta \ln\left(\frac{t_r}{\theta} \right) = 0 \quad (B)$$

Da equação (A), obteremos:

$$\theta = \left(\frac{\sum_{i=1}^r (t_i)^\beta + (n-r)(t_r)^\beta}{r} \right)^{1/\beta} \quad (C)$$

Note que quando $\beta = 1$, a equação (C) se reduz ao estimador “maximum likelihood” da distribuição exponencial. Utilizando-se agora a equação (C) para θ na equação (B) e aplicando alguma álgebra, a equação (B) será reduzida à:

$$\frac{r}{\beta} + \sum_{i=1}^r \ln(t_i) - \frac{r \times \left[\sum_{i=1}^r (t_i)^\beta \ln(t_i) + (n-r)(t_r)^\beta \ln(t_r) \right]}{\sum_{i=1}^r (t_i)^\beta + (n-r)(t_r)^\beta} = 0 \quad (D)$$

A equação (D) necessita ser resolvida iterativamente. O Anexo (2) apresenta o programa em linguagem Fortran utilizado para resolver a equação (D). Esse programa iterativo substitui com a mesma eficiência o método clássico de Newton-Raphson utilizado até o final da década de 90 para esse propósito.

ANEXO 2

PROGRAMA INTERATIVO PARA A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO
(D) DESENVOLVIDA NO ANEXO (1).

```

C
C   FILE MAXIMUM LIKELIHOOD WEIBULL
C
C   CALCULATING ESTIMATOR FOR BETA AND THETA
C
C   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C   DIMENSION TV(50)
C
C   INPUT DATA
C
C   OPEN(4,FILE='MENINA',STATUS='OLD')
C   OPEN(5,FILE='GAROTA',STATUS='OLD')
C   OPEN(6,FILE='BARRA',STATUS='NEW')
C
C   READ THE NUMBER OF FAILURES (AR) AND THE SAMPLE SIZE (AN)
C
C   READ(4,7)AR,AN
C   7   FORMAT(F10.3)
C   WRITE(6,12)AR,AN
C   12  FORMAT(2X,'NUMBER OF FAILURES = ',2X,F6.1,2X,
C   * 'SAMPLE SIZE = ',F6.1/)
C   LR=AR
C   N=AN
C   DO 9I=1,LR
C
C   READ THE FAILURE TIMES (TV(I))
C
C   READ(5,8)TV(I)
C   WRITE(6,13)TV(I)
C   9   CONTINUE
C   8   FORMAT(F15.3)
C   13  FORMAT(2X,F15.3)
C
C   INITIALIZATION STEP
C
C   BETA=0.6
C   11  CONTINUE
C   SUM1=0.0
C   SUM2=0.0
C   SUM3=0.0
C   A1=AR/BETA
C   DO 10I=1,LR
C   A2=DLOG(TV(I))
C   A3=TV(I)**BETA
C   A4=A2*A3
C   SUM1=SUM1+A2
C   SUM2=SUM2+A3
C   SUM3=SUM3+A4
C   10  CONTINUE
C   A5=(AN-AR)
C   A6=TV(LR)**BETA
C   A7=DLOG(TV(LR))
C   A8=A5*A6
C   A9=A7*A8
C   A10=A1+SUM1-AR*(SUM3+A9)/(SUM2+A8)

```

```
C
C      SIGNIFICANCE LEVEL OF THE PROGRAM
C
C      IF YOUR FAILURE TIMES ARE NOT FROM INDUSTRIAL
C      PRODUCTS, SUBSTITUTE THE VALUE 0.05 (99.95% SIGNIFICANCE
C      LEVEL) LISTED IN THE (IF) COMMAND BELOW FOR 0.5 (99.50%
C      SIGNIFICANCE LEVEL)
C
      IF(DABS(A10).GE.0.05)GO TO 20
      GO TO 40
20    BETA=BETA+0.001
      IF(BETA.GE.14.0)GO TO 30
      GO TO 11
30    CONTINUE
      WRITE(6,50)BETA
50    FORMAT(2X,'LARGE BETA = ',E 15.7)
      GO TO 60
40    CONTINUE
      A11=1.0/BETA
      THETA=((SUM2+A8)/AR)**A11
C
C      WRITE THE VALUES OF THE PARAMETERS BETA AND THETA
C
      WRITE(6,70)BETA,THETA
70    FORMAT(/2X,'BETA ESTIMATOR = ',E 15.7,
* 2X,'THETA ESTIMATOR = 'E 15.7)
60    CONTINUE
      STOP
      END
```