

MONITORAÇÃO DO NÍVEL DE UM PROCESSO PRODUTIVO DE UMA INDÚSTRIA TÊXTIL

Maria Emilia Camargo

Depto de Ciências Sociais e Comunicação - UCS - CAMVA - RS - Brasil
[e-mail:kamargo@terra.com.br](mailto:kamargo@terra.com.br)

Walter Priesnitz Filho

Depto de Ciências Sociais e Comunicação - UCS - CAMVA - RS - Brasil
[e-mail:walterp@via-rs.net](mailto:walterp@via-rs.net)

Ângela Isabel dos Santos

Depto de Estatística – UFSM – Santa Maria - RS - Brasil
dr_angel@zaz.com.br

Suzana Leitão Russo

DCET - URI - Santo Ângelo, RS
[e-mail: jss@urisan.tche.br](mailto:jss@urisan.tche.br)

Resumo

As técnicas estatísticas do controle do processo (SPC) são intensamente usadas na indústria para a monitoração de processos e melhoria de qualidade. As cartas tradicionais de controle (SPC) são baseadas na suposição fundamental que as observações são estatisticamente independentes e distribuídas normalmente quando o processo está sob controle. Na prática, entretanto, as observações nem sempre são independentes e cartas tradicionais do SPC não podem ser apropriadas para monitorar, controlar e melhorar a qualidade dos processos. Neste trabalho, apresentamos a análise de um processo com dados autocorrelacionados. O procedimento consiste em primeiramente modelar os dados do processo através de um modelo apropriado de ARMA(p,q) e depois construir cartas de controle para os resíduos. Nós investigamos dois tipos particulares de cartas do controle: uma carta do controle de Shewhart para os dados originais e outra para os residuais obtidos pelos modelos com e sem intervenção. O modelo combinado de Shewhart-ARMA(p,q) com intervenções mostrou-se mais eficiente para detectar mudanças no nível do processo. Palavras-chave: Monitoração; Modelos ARMA, Cartas de controle.

Abstract

Statistical process control (SPC) techniques are widely used in industry for process monitoring and quality improvement. Traditional SPC charts are based on a fundamental assumption that process data are statistically independent and normally distributed when the process is in control. In practice, however, process data are not always independent from each other, the traditional SPC methods may not be appropriate for monitoring, controlling and improving process quality. In this paper we present a general approach to analyzing autocorrelated data. The procedure consists of first modeling the process data with an appropriate ARMA(p,q) model, and the monitoring of the resultant residuals with a control chart have been proposed as a method for monitoring autocorrelated data. We investigate two particular types of control charts: a Shewhart control chart for process data, and the residual data. The combined Shewhart-ARMA(p,q) with intervention model efficient in detecting changes in the mean of the process.

Key words: Monitoring; Models ARMA; Control chart.

1. INTRODUÇÃO

Com as mudanças que ocorrem rapidamente no mundo dos negócios, cabe as empresas a busca contínua de controle e aperfeiçoamento dos seus produtos e/ou serviços através da monitoração e ajustamento dos seus processos produtivos. As cartas de controle são ferramentas que podem ser utilizadas para a monitoração e ajuste destes processos. Nas cartas tradicionais de controle de Shewhart (1931) as observações são tratadas como independentes e identicamente distribuídas, enquanto que em várias situações reais as observações referentes a processos de manufatura ou de serviços são autocorrelacionados (Montgomery, 2000). Os efeitos da autocorrelação podem ser na subestimação da variância do processo, provocando um aumento de alarmes falsos, como na subestimação da capacidade do processo, deixando de atender ao cliente, o qual deve ser o foco da preocupação das empresas.

Assim, nesse trabalho foram analisados os dados reais referentes a característica de interesse, ou seja, a gramatura da fição da Indústria Têxtil Oeste Ltda, de Mondaí, Santa Catarina, ajustando-se um modelo autoregressivo e de médias móveis (ARMA(p,q)) sem e com intervenções e analisando-se os resíduos. Após ajustado os modelos com e sem intervenção, foram construídas as cartas de Shewhart da média para os dados originais e para a série residual.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2, descreve-se a modelagem de dados autocorrelacionados; na seção 3 encontra-se a análise dos dados e na seção 4 descreve-se as considerações finais.

MODELAGEM DE DADOS AUTOCORRELACIONADOS

2.1. AUTOCORRELAÇÃO

A autocorrelação é uma causa frequente de excesso de alarmes falsos, na construção das cartas de controle tradicionais. Segundo Montgomery (2000), o pressuposto mais importante com respeito as cartas de controle é o da independência das observações, pois as cartas tradicionais de controle não funcionam bem se a característica de qualidade exibir, mesmo que seja em níveis baixos, autocorrelação ao longo do tempo. Especificamente, tais

cartas de controle fornecerão resultados desorientados na forma de demasiados alarmes falsos, se os dados forem autocorrelacionados (Alwan, 1992).

A autocorrelação provoca alarmes falsos porque torna a variabilidade dentro de cada uma das amostras menor que a variabilidade total do processo e, em consequência, torna os limites da carta de controle para a média do processo (\bar{X}), que são calculados com base na variabilidade intra-amostral, excessivamente estreitos (Alwan & Roberts, 1998; Dobson, 1995; Harris, T.J. & Ross, W.H., 1991).

A autocorrelação de defasagem k é definida como:

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}[X_t, X_{t+k}]}{\sqrt{\text{Var}(X_t)\text{Var}(X_{t+k})}} \quad (1)$$

onde:

$\text{Var}(X_t) = \text{Var}(X_{t+1}) = \gamma_0 =$ variância do processo

$\rho_0 = 1$ e $\rho_k = \rho_{-k}$. A autocorrelação parcial é definida por:

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\phi}_{k+1} \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\phi}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\phi}_j} \quad (2)$$

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j}, \quad j = 1, \dots, k$$

2.2. MODELOS ARMA SEM INTERVENÇÃO

O modelo auto-regressivo de médias móveis, ARMA de ordem (p,q) sem intervenção, descrito por Box et al. (1994) tem sido uma ferramenta muito importante na modelagem de dados autocorrelacionados. O modelo é dado por:

$$\phi(B).Z_t = \theta(B)a_t \quad (3)$$

onde:

$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$, operador não sazonal auto-regressivo (AR) ou polinômio de ordem p tal que as raízes da equação característica $\phi(B)=0$ deve estar fora do círculo unitário para garantir a estacionariedade e os $\phi_i, i=1,2,\dots,p$ são os parâmetros auto-regressivos não sazonais;

B : operador de retardo, tal que, $B^k Z_t = Z_{t-k}$;

$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$, operador não sazonal médias móveis (MA) ou polinômio de ordem q tal que as raízes da equação características $\theta(B)= 0$ deve estar fora do círculo para garantir a inversibilidade do processo e os $\theta_i, i=1,2,\dots, q$ são os parâmetros médias móveis não sazonais;

a_t : processo de ruído branco, normalmente e identicamente distribuído, com média zero e variância $(NID(0, \sigma_a^2))$;

Z_t : característica da qualidade real em estudo para o período t .

Neste trabalho, examinou-se um dos casos especiais que é o modelo ARMA(1,0)

2.3. MODELOS ARMA COM INTERVENÇÃO

O modelo ARMA(p,q) com intervenções pode ser representado pela equação (1), (Box & Tiao, 1975).

$$\hat{X}_t = \frac{\varpi(B)B^b}{\delta(B)} I_{it} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (1)$$

onde:

X_t = característica de qualidade em estudo;

\hat{X}_t = característica de qualidade estimada pelo modelo para o período t ;

$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$, é o polinômio autoregressivo de ordem p ;

$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$, é o polinômio de médias móveis de ordem q ;

$a_t =$ é uma seqüência de ruído branco que segue uma $N(0, \sigma_a^2)$;

I_{it} : representa as variáveis de intervenção para $j= 1, \dots, k$;

$\frac{\varpi(B)B^b}{\delta(B)}$, representa as respostas;

e

$\varpi(B) = (\varpi_0 - \varpi_1 B - \dots - \varpi_s B^s)$;

$\delta(B) = (\delta_0 - \delta_1 B - \dots - \delta_s B^s)$.

Os ϖ_i 's representam os efeitos iniciais da intervenção e δ_i 's representam os efeitos permanentes da intervenção. O modelo ARMA(p,q) com intervenções está apresentado na Figura 1.

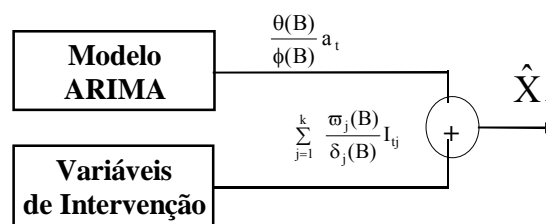


Figura 1 – Representação de um modelo ARIMA(p, q) com intervenções

2.2.1. Tipos de Variáveis de Intervenção

Neste trabalho considerou-se os seguintes tipos de intervenção, com base em Box & Tiao, 1975.

1. Função step

$$S_t^T = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases} \tag{2}$$

2. Função impulso

$$P_t^T = \begin{cases} 0, t \neq T \\ 1, t = T \end{cases} \quad (3)$$

2.4. CARTAS DE CONTROLE (X_{ind} , R_m)

Quando somente medidas individuais estiverem disponíveis, torna-se necessário o emprego das cartas de controle X_{ind} e R_m . A carta X_{ind} tem como objetivo controlar as medidas individuais do processo e amplitude móvel (R_m) é definida como sendo a diferença (em módulo) entre duas amostras individuais consecutivos, que serve para o controle da variabilidade do processo (Buchaim et al, 1994; Montgomery, 2000).

Segundo Montgomery (2000), supondo-se um processo onde a característica de qualidade de interesse X_i a ser controlada tenha distribuição normal com média μ e desvio padrão σ .

Se $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ são amostras resultantes das observações individuais, ou seja, amostras de tamanho $n=1$ de distribuição com média μ e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma$ pois $n=1$, ou seja

$\bar{X} \sim N\left(\mu, \sigma_{\bar{X}}\right) = N(\mu, \sigma)$. De acordo com as propriedades da distribuição normal, conclui-se que

há uma probabilidade igual a $(1-\alpha)$ de que a média do processo esteja entre $\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma$ e

$\mu + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma$, ou seja $P\left(\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma < \bar{X} < \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right) = 1 - \alpha$.

Utilizando-se o sistema 3σ , que consiste em fazer $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 3$. Neste caso, quando $k=3$, indica que

99,73% das observações do gráfico de controle estão no intervalo $\mu \pm 3\sigma$, ou seja,

$P\left(\mu - 3\sigma < \bar{X} < \mu + 3\sigma\right) = 0,9973$ que é a probabilidade de ocorrência das observações dentro desse

intervalo. Através do sistema 3σ , podemos concluir que a probabilidade do gráfico emitir um falso alarme é igual a $(1-\alpha) = (1-0,9973) = 0,0027$ que é a probabilidade de ocorrência de valores fora do intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ considerado.

Usando $\hat{\mu} = \bar{X}$ e $\hat{\sigma} = \frac{R_m}{d_2}$ como estimadores de μ e σ respectivamente, o modelo matemático da carta de controle para medidas individuais X_i fica definido com os seguintes parâmetros:

Limite Superior de Controle

$$LSC_x = \bar{X} + \frac{3}{d_2} \bar{R}_m \quad (4)$$

Linha Média

$$LM_x = \bar{X} \quad (5)$$

que representa o valor médio da característica de qualidade em estudo correspondente ao estado sob controle.

Limite Inferior de Controle

$$LIC_x = \bar{X} - \frac{3}{d_2} \bar{R}_m \quad (6)$$

onde:

$$\text{A média do processo: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (7)$$

A amplitude média do processo:

$$\bar{R}_m = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} R_{mi}}{n-1} \quad (8)$$

Conforme Montgomery (2000), para avaliar o desempenho de uma carta de controle e comparar vários procedimentos, podemos levar em conta os valores dos erros Tipo I (risco de um ponto cair fora dos limites de controle, indicando uma condição fora de controle quando nenhuma causa assinalável está presente) e Tipo II (é o risco de um ponto cair entre os limites, quando o processo está realmente fora de controle) associados às tomadas de decisão e as conseqüências econômicas deles resultante, isto é, custo associado à procura do problema inexistente e o custo associado a fraca qualidade que se obtém no produto final desde que a mudança ocorre até que seja detectada.

O desempenho de uma carta de controle, pode ser avaliado em parte, em termos de sensibilidade para detectar desvios na estatística que está sendo monitorada. Esta sensibilidade pode ser medida pelo número de amostras coletadas até que o gráfico sinalize a ocorrência de um desvio, ou através do Desvio Quadrático Médio (Montgomery, 2000).

A medida de desempenho utilizada, com o objetivo de avaliar a efetividade das cartas de controle, é a recomendada por (Montgomery et al., 1994), isto é, o Desvio Quadrático Médio (DQM), dado por:

$$DMQ = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - T_i)^2}{n}} \quad (9)$$

onde:

n = número de observações ;

T = valor padrão estabelecido.

3. ANÁLISE DOS DADOS

Os dados analisados representam a média semanal da gramatura da fiação do tecido inerentes ao processo de tecelagem na produção de sacos da Indústria Têxtil Oeste Ltda. de Mondai, Santa Catarina, no período de setembro de 2000 à abril de 2001 do tear 07. Observando-se as Figuras 2 e 3, que representam os dados originais e o comportamento da função de autocorrelação pode-se afirmar que a série é estacionária, com uma mudança na média do processo no sub-grupo (7). A função de autocorrelação parcial (Figura 4), indica que os dados podem ser ajustados através de um modelo ARMA(1,0), pois apresenta somente o lag(1) estatisticamente significativo ao nível de significância de 5%. Para verificar-se a normalidade dos dados foi aplicado o teste de normalidade de Lilliefors (Conover, 1971) pode-se garantir que os dados se ajustam a uma distribuição normal, ao nível de significância de 5%.

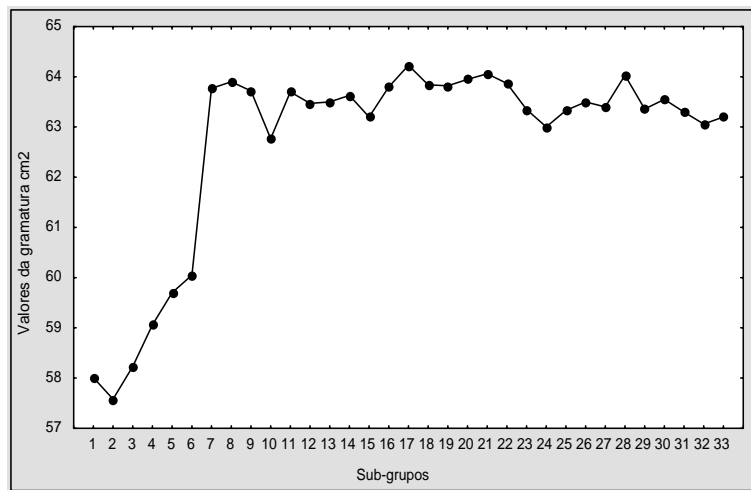


Figura 2– Gráfico da série original da gramatura

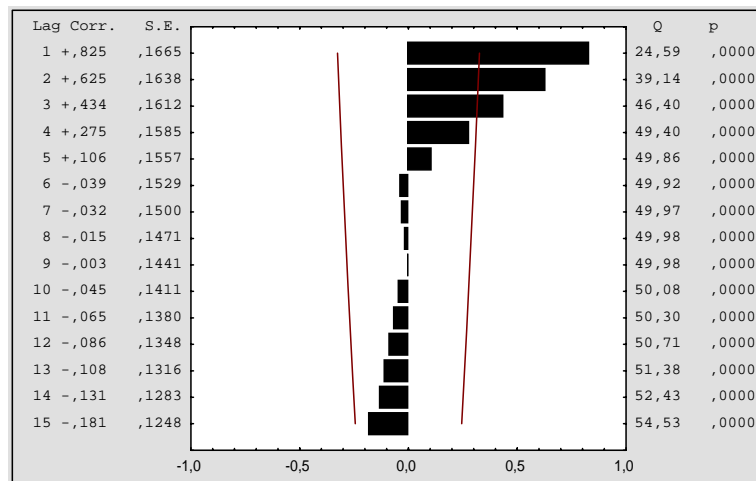


Figura 3 – Gráfico da Função de Autocorrelação

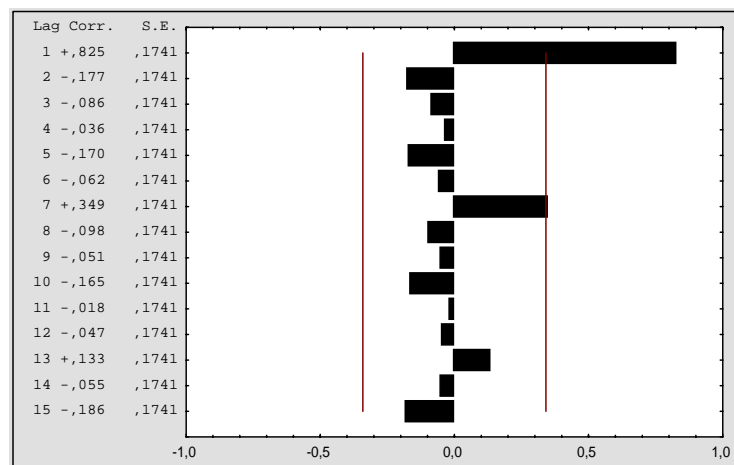


Figura 4 – Gráfico da Função de Autocorrelação Parcial

3.1. AJUSTAMENTO DOS DADOS DA GRAMATURA ATRAVÉS DO MODELO ARMA(1, 0) SEM INTERVENÇÃO

Inicialmente foi ajustado o seguinte modelo ARMA(1,0) sem intervenção:

$$Y_t = \overset{(86,48)}{63,604} + \overset{(12,60)}{0,8277} Y_{t-1} + a_t$$

As estatísticas de ajuste são: $R^2 = 81\%$; AIC = -5, 1960; BIC = -5,1044

Ao se analisar a série residual, encontrou-se um ponto no lag(5) = -0,274 fora dos limites de controle, indicando que o modelo não gerou uma série de erros aleatórios, logo deve-se investigar o efeito da mudança da média do processo.

3.2. AJUSTAMENTO DOS DADOS DA GRAMATURA ATRAVÉS DO MODELO ARMA(1, 0) COM INTERVENÇÃO

Foram encontradas cinco intervenções significativas, sendo uma mudança na média do processo no sub-grupo 7, e quatro outliers significativos nos sub-grupos (2; 17; 21 e 28). O modelo representativo está apresentado na equação a seguir:

$$Y_t = \overset{(145,50)}{60,01} + \overset{(8,86)}{0,7678} Y_{t-1} - \overset{(-2,83)}{0,6032} X_{1t(2)} + \overset{(10,97)}{0,3598} X_{2t(7)} + \overset{(4,43)}{0,0937} X_{3t(17)} + \overset{(+2,42)}{0,0512} X_{4t(21)} + \overset{(3,03)}{0,0642} X_{5t(28)} + a_t$$

As estatísticas de ajuste foram de $R^2 = 98\%$; AIC = -7,05; BIC = -6,73. As quais foram melhores do que as encontradas através do modelo ARMA(1,0) sem intervenção. A função de autocorrelação da série de resíduos não apresentou nenhum ponto fora dos limites de controle, indicando que o modelo gerou uma série de erros aleatórios, portanto pode-se utilizar a série residual para construir as cartas de controle.

3.3. Carta de controle \bar{X}

A seguir apresenta-se na Figura 5, a carta \bar{X}_{ind} de Shewhart para os dados originais, a qual apresenta 10 pontos fora dos limites de controle, indicando que o processo está fora de controle, podendo ser o efeito da autocorrelação nas observações do processo e na Figura 6, apresenta-se a carta de controle \bar{X}_{ind} para os resíduos obtidos pelo modelo ARMA(1,0) sem

intervenção, o qual apresentou somente um ponto fora dos limites de controle, indicando que houve uma mudança média do processo.

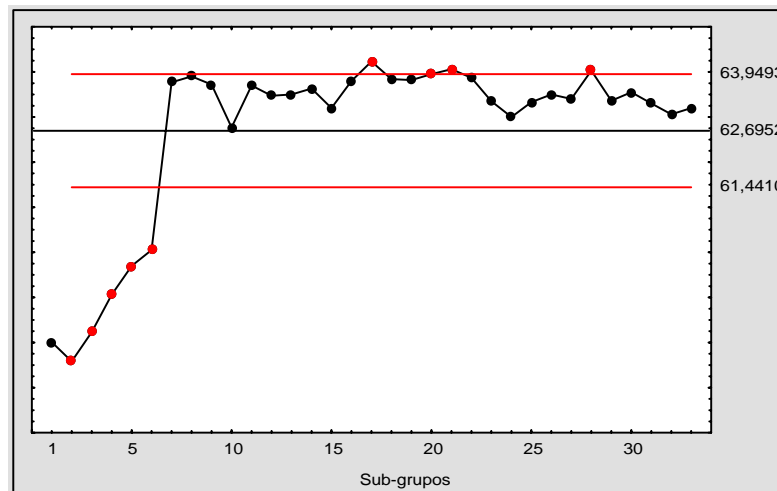


FIGURA 5 - Carta \bar{X} para os dados originais

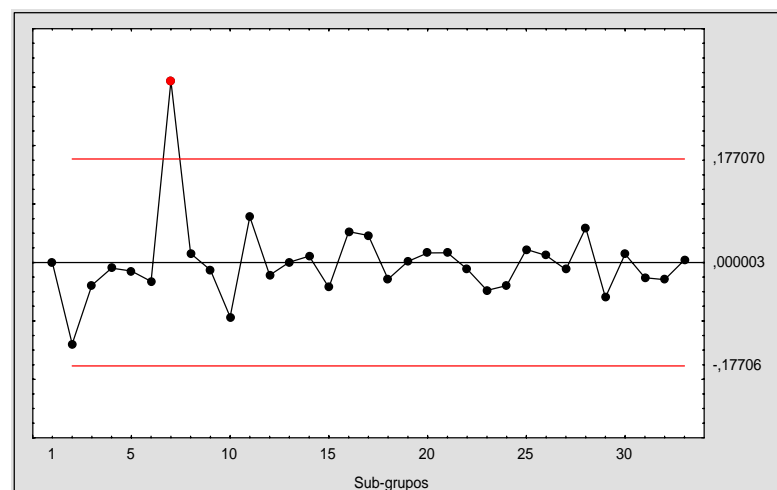


FIGURA 6- Gráfico para os resíduos do AR(1) sem intervenção

Na Figura 7, apresenta-se gráfico de controle \bar{X}_{ind} para os resíduos obtidos pelo modelo ARMA(1,0) com intervenção, o qual não apresentou nenhum ponto fora dos limites de controle, indicando que o modelo incorporou os outliers, bem como a mudança na média do processo. Assim, pode-se afirmar que o modelo ARMA(1,0) com intervenção tem condições de eliminar os alarmes falsos produzidos pela autocorrelação nos dados referentes a um processo produtivo.

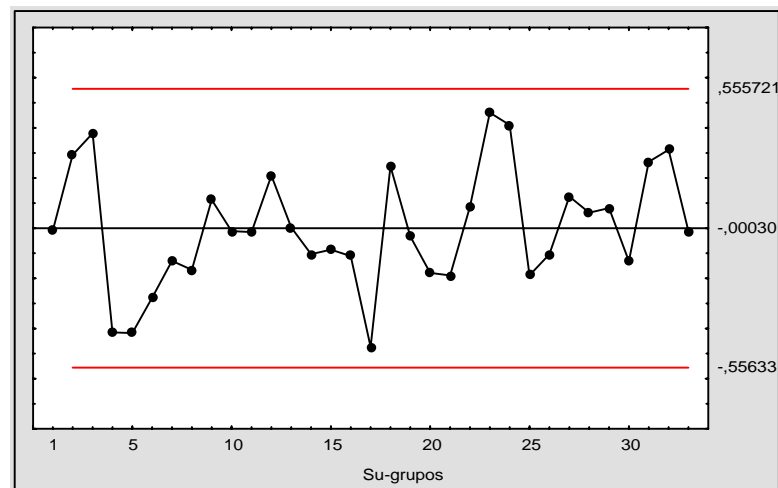


FIGURA 7 - Gráfico \bar{X}_{ind} para os resíduos do ARMA(1,0) com intervenção

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após as análises realizadas, pode-se afirmar que o esquema Shewhart-ARMA (p,q) com intervenções proporciona melhores resultados nas análises de processos produtivos autocorrelacionados, eliminando os alarmes falsos. Para os dados analisados referentes a média semanal da gramatura da fiação do tecido inerentes ao processo de tecelagem na produção de sacos da Indústria Têxtil Oeste Ltda. de Mondai, Santa Catarina, no período de setembro de 2000 à abril de 2001 do tear 07, o melhor modelo foi um ARMA(1,0) com intervenção.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALWAN, L. C. & ROBERTS, H. V. (1988). Time Series Modeling for Statistical Process Control. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 6, p. 87-95.
- [2] ALWAN, L. C. (1992). Effects of Autocorrelations on Control Chart Performance. **Communications in Statistics – Theory and Methods**, v. 21, p. 1025-1049.
- [3] BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. & REINSEL, G. C. (1994). **Time Series Analysis, Forecasting and Control**. 3rd ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [4] BOX, G. E. P. & TIAO, G. C. (1975). Intervention Analysis with Application to Economic and Environmental Problems. **Journal of the American Statistical Association**, v. 70, p. 70-79.
- [5] BUCHAIM, J. G.; BARBOSA NETO, P. R. **Controle estatístico do processo fundamental**. São Paulo: QPB .Consultoria e Treinamento, 1994.

- [6] CONOVER , W. J.(1971). **Practical nonparametric statistics**. Jonh Wiley, New York.
- [7] DOBSON, B. (1995). Control charting dependent data: A case study. **Quality Engineering**, vol. 7 (4), pp. 757-768.
- [8] HARRIS, T.J. & ROSS, W.H. (1991). Statistical process control procedures for correlated observations. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, 69, 48-57.
- [9] MONTGOMERY, D. C.(2000). **Introduction to Statistical Quality Control**, 4th ed. Wiley, New York, NY.
- [10] SHEWHART, W. A. (1931) . **Economic control of Quality of manufactured product**. New York, D. Van Nostrand.