

UTILIZAÇÃO DE DMUS ARTIFICIAIS EM DEA APLICADO A AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA DE LOJAS

Denise Santos de Figueiredo

Mestrado em Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passos da Pátria, 156, São Domingos, CEP.: 24210-240, Niterói, RJ
densfi@uol.com.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passos da Pátria, 156, São Domingos, CEP.: 24210-240, Niterói, RJ
jcsmello@producao.uff.br

Resumo

A análise envoltória de dados (DEA) é um método de avaliação de eficiência relativa entre unidades tomadoras de decisão com base na razão ponderada entre os produtos gerados e os insumos necessários para tal.

A escolha dos pesos de cada uma das variáveis é flexível e exatamente devido a essa flexibilidade, em alguns casos os pesos definidos são inconsistentes quando confrontados com conhecimentos prévios de especialistas. A incorporação da opinião dos especialistas ao modelo tornou-se uma evolução natural da modelagem DEA e uma das formas para tal, é a utilização de restrições aos pesos. No entanto, definir que restrições usar e incorporá-las aos modelos não é uma tarefa fácil podendo, em muitos casos, levar a problemas sem solução.

Nesse artigo é apresentado um caso prático de utilização de DMUs Artificiais no Modelo DEA como forma alternativa de incorporação das preferências do decisor.

Palavras-Chaves: DEA; DMU Artificial.

Abstract

Data Envelopment Analysis (DEA) is a method for assessing the comparative efficiency of decision making units, based on the weighted ratio of output and input levels.

The selection of weights is completely open and by means of this flexibility, many inconsistencies show up when facing previous knowledge of experts. Including the opinion of experts in the model became a natural evolution of DEA and doing it by including weight restrictions is one among many other ways. However, the act of determining which restrictions need to be incorporated in the model is not as easy as it seems.

This article presents a practical use of Artificial DMUs in DEA Models as an alternative solution for considering expert's opinions.

Keywords: DEA; Artificial DMU.

1. INTRODUÇÃO

O setor varejista vem, nos últimos anos, apresentando graus de concentração cada vez mais altos. Aliado a esse fato, as vendas não demonstram crescimento, o que leva a uma concorrência bastante acirrada. Para fazer frente a esse problema, torna-se necessário buscar a excelência na operação. É preciso conhecer pontos fortes e pontos fracos, assim como onde atacá-los.

Exatamente para auxiliar nessa questão, será apresentada nesse artigo, uma forma de avaliação de eficiência de lojas de varejo, que consiga reunir diversos indicadores em um único, sem deixar de considerar a opinião de especialistas, tentando dessa maneira demonstrar a credibilidade e utilidade da metodologia DEA na avaliação de eficiência comparativa.

Os principais indicadores utilizados largamente pelo setor varejista para avaliação de performance são (Figueiredo e Soares, 2004):

- Faturamento por funcionário;
- Faturamento por m²;
- Tíquete médio de venda (valor médio de cada compra realizada pelo cliente).

Diferentemente dos padrões comumente utilizados, nos quais cada índice é calculado e analisado isoladamente, a proposta desse estudo compreende a geração de um indicador único de eficiência, que contemple todos os indicadores sem favorecimento de nenhum em particular.

2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

2.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

A análise envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*) é um método não paramétrico utilizado para medir o desempenho de um conjunto de unidades organizacionais, empresas ou mais genericamente, unidades tomadoras de decisão, denominadas DMU – *Decision Making Units* (Charnes et al., 1996; Dyson, 1997).

As unidades tomadoras de decisão caracterizam-se por desempenhar tarefas semelhantes, diferindo apenas na quantidade de insumos (*inputs*) e produtos (*outputs*) gerados.

Essa análise é comparativa entre as DMUs estudadas, o que significa que a eficiência de qualquer DMU poderá ser alterada, se do conjunto inicial for retirada ou incluída qualquer unidade.

A técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva relativa teve origem no trabalho de M.J. Farrel (1957) e foi generalizada por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, no sentido de trabalhar com múltiplos insumos e múltiplos produtos.

A eficiência de cada DMU é determinada através da razão ponderada entre o conjunto de produtos gerados e o conjunto de insumos utilizados por cada uma. Os pesos são definidos através da solução do modelo DEA desenvolvido por Charnes et al. (1978) ou Banker et al. (1984), dependendo se a produção é caracterizada por retornos constantes de escala ou por retornos variáveis de escala, respectivamente. Em ambos os modelos, nenhuma restrição aos pesos é considerada, exceto ser estritamente positivo.

Essa completa liberdade para determinação dos pesos, em alguns casos, leva a estimativas inapropriadas de eficiência (Thanassoulis e Allen, 1998). Podem ser atribuídos pesos tão baixos para alguns *inputs* ou *outputs*, que seria o mesmo que ignorá-los. Alternativamente, podem ser atribuídos pesos muito altos para *inputs* ou *outputs*, favorecendo de forma viesada algumas DMUs.

Algumas considerações referentes ao problema da flexibilidade na atribuição dos pesos é mencionada em Angulo-Meza (2000):

- A flexibilidade nos pesos permite que as DMUs possam ter objetivos individuais e circunstâncias particulares, o que não condiz com o fato delas serem homogêneas na produção de mesmos *outputs*, utilizando mesmos *inputs*, variando apenas na quantidade de ambos;
- Em algumas situações, dispõe-se de informações significativas com respeito à importância dos insumos e dos produtos e sobre a relação entre as variáveis;
- Os especialistas, com frequência, tem percepção *a priori* sobre DMUs eficientes e ineficientes.

Diversas soluções vem sendo desenvolvidas para minimizar os problemas de inconsistências, conseguindo de alguma forma, incorporar julgamentos de valor dos especialistas ao Modelo DEA, são elas: imposição de restrições diretas aos pesos; definições de regiões de segurança; restrições aos *inputs* e *outputs* virtuais e simulação de restrições por

DMUs Artificiais.

Em algumas situações onde há valores de *outputs* indesejáveis, faz-se necessária uma intervenção, uma vez que uma DMU com *output* indesejável não pode ser considerada eficiente, situação esta que pode ocorrer devido à flexibilidade na determinação dos pesos inerente à modelagem DEA. No entanto, incluir apenas uma restrição para que essa DMU não seja eficiente não é suficientemente forte para gerar uma ordenação adequada entre as DMUs. É preciso considerar algo mais restritivo, por exemplo: nenhuma DMU com *output* indesejável pode ter eficiência superior a qualquer outra DMU com *output* aceitável. Gonçalves (2003) apresenta o procedimento para incorporar a estrutura de preferências do decisor no que diz respeito a *outputs* indesejáveis.

2.2. METODOLOGIA DEA

A implementação da metodologia DEA estabelece três fases principais (Golany e Roll, 1989):

- Definição e seleção das DMUs a serem analisadas;
- Seleção das variáveis (inputs e outputs) relevantes e apropriadas para estabelecer a eficiência das DMUs selecionadas e
- Aplicação dos modelos DEA.

2.2.1. Modelos DEA Clássicos

2.2.1.1. Modelo CCR

O modelo CCR (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978), desenvolvido inicialmente com orientação a *input*, trabalha com retornos constantes de escala, isto é, qualquer variação nos insumos (*inputs*) resulta em uma variação proporcional nos produtos (*outputs*). As equações do modelo dos multiplicadores, com orientação a *input*, transformado em programação linear (PPL), é apresentado abaixo em (1).

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Eff_0 &= \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} \\
 \text{sujeito a} \\
 \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &= 1 \\
 \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \quad k = 1, \dots, n \\
 u_j \text{ e } v_i &\geq 0 \quad \forall j, i
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde: u_j, v_i - pesos de *outputs* (y) e *inputs* (x) respectivamente

2.2.1.2. Modelo BCC

O modelo BCC (Banker, Charnes e Cooper, 1984), pressupõe que as unidades avaliadas apresentem retornos variáveis de escala. Nesse modelo, o axioma da proporcionalidade entre os *inputs* e os *outputs* é substituído pelo axioma da convexidade. O modelo dos multiplicadores, com orientação a *input*, é apresentado abaixo em (2).

$$Max\ Eff_0 = \sum_j u_j y_{j0} - u_*$$

sujeito a

$$\sum_i v_i x_{i0} = 1,$$

$$-\sum_i v_i x_{ik} + \sum_j u_j y_{jk} - u_* \leq 0, \forall k$$

$$u_j \geq 0, v_i \geq 0, \forall j, i$$

$$u_* \in \mathfrak{R}$$

(2)

A figura 2 mostra a fronteira DEA BCC para um modelo bidimensional (1 *input* e 1 *output*). As DMUs A, B e C são eficientes, apenas a DMU D é ineficiente.

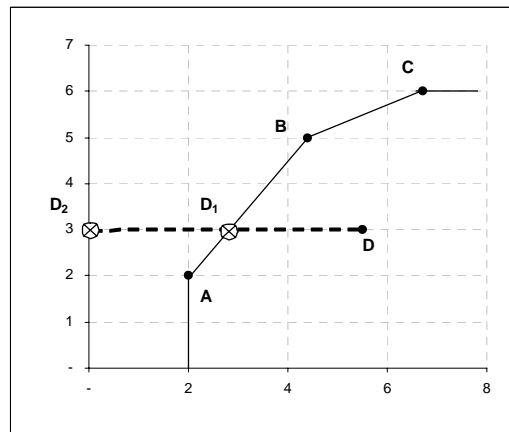


Figura 1 – Representação da fronteira BCC

A eficiência da DMU D é dada por $\frac{\overline{D_2 D_1}}{D_2 D}$. Cabe ressaltar que o índice de eficiência

não se altera se a todos os *outputs* for adicionado um mesmo valor positivo, isto é, for feita uma translação no eixo Y. Isto pode ser verificado na figura 2 que apresenta as mesmas DMUs da figura 1 acrescidas de uma unidade em seus *outputs*. Observe que $\overline{D_2 D_1}$ e $\overline{D_2 D}$ não se alteram sendo assim, não há alteração no índice de eficiência.

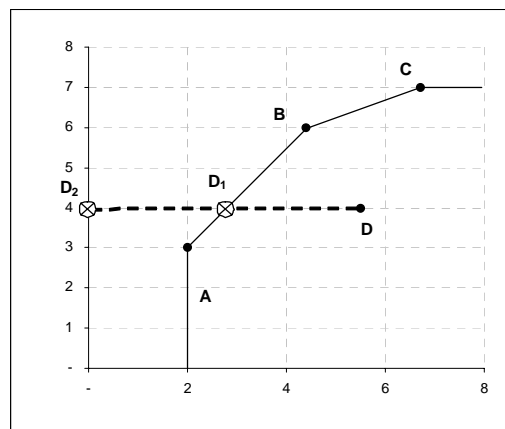


Figura 2 – Fronteira BCC após translação de eixos

2.3. RESTRIÇÕES AOS PESOS

A incorporação de julgamento de valor através de restrições aos pesos pode ser dividida em três grupos de métodos (Lins, Angulo-Meza, 2000): restrições diretas nos pesos; regiões de segurança e restrição nos inputs e outputs virtuais.

O enfoque de restrições diretas nos pesos, desenvolvido por Dyson e Thanassoulis (1988) e generalizado por Roll, Cook e Golany (1991), propõe o estabelecimento de limites numéricos aos multiplicadores, com o objetivo de não superestimar ou ignorar *inputs* ou *outputs* na análise. Esse tipo de restrição pode levar à inviabilidade do PPL, uma vez que, estabelecer um limite superior ao peso de um *input*, implica em um limite inferior no *input* virtual total do resto das variáveis, e por sua vez isso tem implicações para os valores que podem tomar os inputs restantes.

O método de Regiões de Segurança (*Assurance Region – AR*), desenvolvido por Thompson et al. (1990), limita a variação dos pesos a uma determinada região. As restrições da abordagem por AR são de dois tipos: Tipo I (ou método *Cone Ratio*) e Tipo II.

Para o Tipo I, é incorporada à análise a ordenação relativa ou valores relativos de *inputs* e *outputs*, as equações que representam as restrições estão apresentadas em (3) e (4).

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2} \quad (3)$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i \quad (4)$$

A região de segurança Tipo II, apresentada por Thompson et al. (1990) compreende restrições que relacionam os pesos de *inputs* e *outputs*, conforme (5).

$$\gamma_i v_i \geq u_j \quad (5)$$

Outra forma de restringir a liberdade dos pesos é baseada no fato de que a contribuição de um *input* à DMU é $v_i x_i$. Assim, um critério de seleção pode ser o de incluir apenas os *inputs* e *outputs* que contribuem de “maneira significativa” aos custos totais e benefícios relevantes a uma DMU. Ao invés de restringir os valores dos pesos, são definidas restrições à proporção do output virtual total da DMU_j, utilizado pelo output *r*, ou seja, a “importância relacionada” ao output *r* pela DMU_j, ao intervalo $[\phi_r, \varphi_r]$, com ϕ_r e φ_r sendo determinados pelo especialista (Wong e Beasley, 1999). A restrição no output *r* é apresentada em (6).

$$\phi_r \leq \frac{u_r y_{rj}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \leq \varphi_r, \quad (6)$$

onde $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}$ representa o output virtual total da DMU_j.

2.4. DMU ARTIFICIAL

Roll e Golany (1991) desenvolveram um trabalho no qual verificaram, que cada peso em DEA estritamente positivo era equivalente a uma DMU não observada, introduzida entre as demais no momento da análise. Allen e Thanassoulis (1998) generalizaram essa observação para o caso de múltiplos inputs e / ou outputs, para DMUs que operam com retornos constantes de escala ou para as que operam com retornos variáveis de escala

2.4.1. Equivalência entre DMU Artificial e Restrições aos Pesos

Thanassoulis (1998) apresenta então um método alternativo de simulação de um conjunto de restrições aos pesos com a inclusão de uma DMU Artificial, com coordenadas em posição tal, capaz de fazer com que o resultado das eficiências das DMUs nesse novo conjunto, calculadas pelo modelo clássico sem restrições, sejam equivalentes aos obtidos pelo DEA com restrições no conjunto original.

No modelo CCR, as DMUs Artificiais podem ser definidas com a utilização das equações (7) ou (8), sem que haja diferença nos resultados. Ambas simulam as restrições ARI e ARII.

$$y_{rjt} = \frac{y_{rj}}{h_j^*} \quad e \quad x_{ijt} = x_{ij} \quad \forall jt = j \quad (7)$$

$$y_{rjt} = y_{rj} \quad e \quad x_{ijt} = x_{ij} \cdot h_j^* \quad \forall jt = j \quad (8)$$

Para o modelo BCC, a eficiência é dependente da escala, dessa forma a definição da DMU Artificial utilizando contração dos *inputs* conforme equações expressas em (9), não produz os mesmos resultados se for utilizada a expansão dos *outputs*, conforme equações (10).

$$y_{rjv} = y_{rj} \quad e \quad x_{ijv} = x_{ij} \cdot v_i^* \quad \forall jv = j \quad (9)$$

$$y_{rjv} = \frac{y_{rj}}{v_j^*} \quad e \quad x_{ijv} = x_{ij} \quad \forall jv = j \quad (10)$$

Até o momento foi visto que um conjunto de restrições aos pesos pode ser substituído por uma DMU Artificial, sem comprometimento dos resultados, no entanto, o contrário nem sempre se concretiza. Gonçalves (2003) demonstra que, se com a inclusão de uma DMU Artificial, um dos multiplicadores de pelo menos uma face original suprimida com a inclusão da DMU Artificial, puder ser expresso pela combinação linear dos multiplicadores correspondentes das novas faces formadas, a equivalência entre a DMU Artificial e o conjunto de restrições aos pesos não existirá. Complementa ainda: a equivalência entre a inclusão de uma DMU Artificial e o conjunto de restrições aos pesos ocorrerá se e somente se a inclusão da DMU Artificial criar uma única face Pareto Eficiente.

Talvez a consequência mais importante deste teorema, seja o fato de mostrar que nem sempre a inclusão de uma DMU artificial pode ser substituída por um conjunto de restrições aos pesos. Ou seja, certas preferências do decisor são impossíveis de serem expressas através restrições aos pesos.

Talvez a consequência mais importante deste teorema, seja o fato de mostrar que nem sempre a inclusão de uma DMU artificial pode ser substituída por um conjunto de restrições aos pesos. Ou seja, certas preferências do decisor são impossíveis de expressar com restrições aos pesos.

2.4.2. Outputs Indesejáveis e Outputs Negativos

Conforme mencionado anteriormente, há casos que a forma mais conveniente para o decisor expressar suas preferências é por meio de imposição de restrições aos índices de eficiência de algumas DMUs. Enquanto as restrições aos pesos são feitas diretamente nos problemas de programação linear que modelam a análise envoltória de dados, as restrições aos índices de eficiência necessitam de um algoritmo específico, que faz uso de DMUs Artificiais. Portanto, de acordo com os resultados de Thanassoulis e Allen (1998) são também equivalentes a atribuir restrição aos pesos.

Gonçalves (2003) apresenta o algoritmo para incorporar a estrutura de preferências do decisor, (fluxograma da figura (1)) e o algoritmo de inclusão da DMU Artificial,

representado na figura (2).

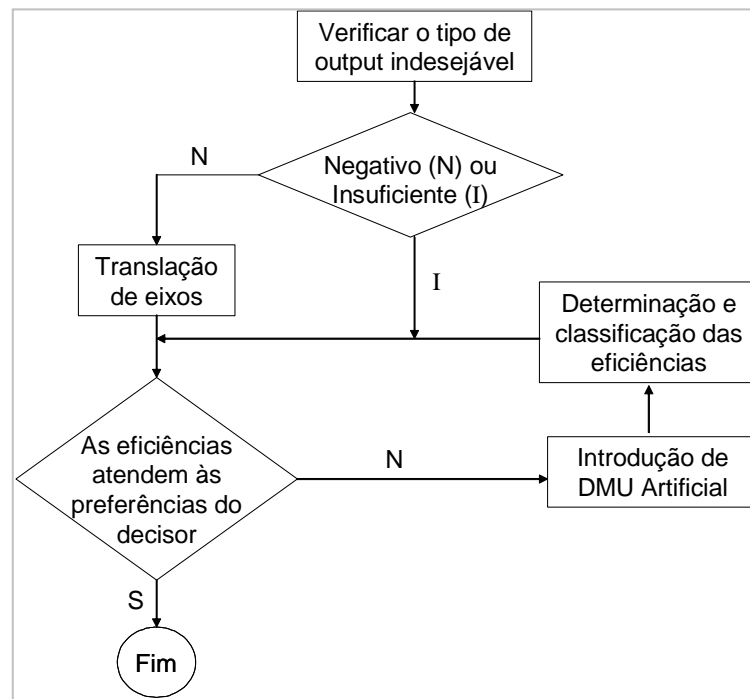


Figura 3 – Fluxograma para incorporação das preferências do decisor

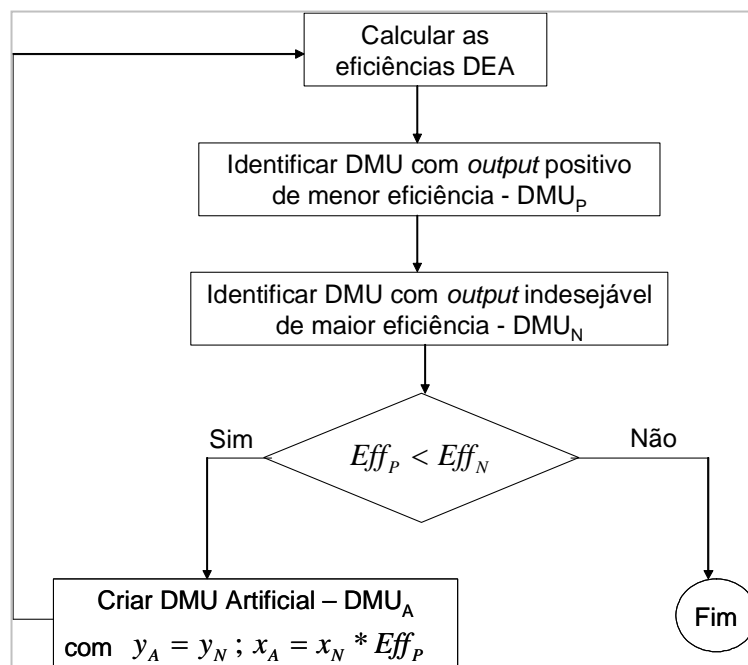


Figura 4 – Algoritmo para inclusão de DMU Artificial

Esse processo de inclusão de DMUs Artificiais pode, em algumas situações, se tornar muito extenso. Para contornar esse problema, Gonçalves (2003) propõe um algoritmo de aceleração de convergência, que não é alvo desse estudo.

3. ESTUDO DE CASO: AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA DE LOJAS COM UTILIZAÇÃO DE DMUS ARTIFICIAIS

3.1. MODELAGEM

Cada loja participante do estudo é considerada uma DMU (*decision making unit*). Fazem parte do estudo apenas as lojas grandes e médias, todas com estacionamento, pois as lojas de pequeno porte apresentam público e perfil de compra bastante distinto das demais. Os dados utilizados referem-se a um mês de atividade e abrange 39 lojas.

As variáveis utilizadas no modelo são apresentadas a seguir:

Input:

- Área de vendas da loja em m^2 (x_{1i});
- Número de funcionários (x_{2i}).

Output:

- Resultado financeiro (lucro ou prejuízo) em R\$ (y_{1i});
- Quantidade de clientes (y_{2i}).

Como a análise envoltória de dados se baseia em um problema de programação fracionária onde se busca a medida de eficiência pela razão entre a soma ponderada dos produtos (*outputs*) e a soma ponderada dos insumos (*inputs*), cabe analisar a validade entre cada par produto insumo.

Os pares: resultado financeiro *versus* área de vendas e resultado financeiro *versus* número de funcionários são indicadores bastante coerentes e já consagrados no mercado varejista. Os pares: quantidade de clientes *versus* área de vendas e quantidade de clientes *versus* número de funcionários não têm sua utilização tão disseminada, no entanto mostram-se bastante coerentes.

O modelo DEA escolhido foi o BCC, pois as lojas diferem em porte. A orientação utilizada é a *input*, cuja escolha se deu em função de características dos dados disponíveis.

3.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO

Antes de utilizar a metodologia DEA, verificou-se que diversas lojas apresentavam resultado financeiro negativo, dessa forma tornou-se necessário aplicar o fluxograma apresentado na figura 3 para eliminação dos *outputs* negativos.

Para eliminação desse problema, o procedimento adotado foi efetuar a translação de eixos, sugerida no fluxograma da figura 3. Para isso apurou-se o *output* “valor financeiro” de menor valor, adicionando-se 1 ao seu valor absoluto. Esse valor resultante foi somado a todos os *outputs* “valor financeiro”, fossem eles negativos ou não, com isso passou-se a ter apenas *outputs* com valores estritamente positivos. A opção por adicionar 1 ao valor absoluto apurado se deu apenas para evitar *outputs* com valor nulo, o que poderia gerar problemas computacionais.

Utilizando os dados transladados, os primeiros resultados obtidos através da aplicação do modelo BCC sem restrições, apresentam informações incompatíveis com a opinião de especialistas, pois como pode uma loja com resultado financeiro negativo ser mais eficiente que outra que tenha resultado positivo? Na tabela 1 são apresentados alguns resultados que demonstram essa incompatibilidade.

DMU	Padrão	Invertida	Composta	Composta*	Resultado Financeiro
128	100%	44%	78%	100%	Positivo
121	100%	55%	72%	93%	Negativo
109	100%	58%	71%	91%	Positivo
124	100%	65%	67%	86%	Negativo
137	100%	89%	55%	71%	Negativo
115	100%	100%	50%	64%	Positivo
113	100%	100%	50%	64%	Positivo
101	98%	54%	72%	92%	Negativo
129	95%	63%	66%	85%	Positivo
106	66%	75%	45%	58%	Negativo
108	64%	73%	46%	59%	Negativo
119	64%	100%	32%	41%	Positivo
123	63%	76%	44%	56%	Negativo
111	60%	93%	33%	43%	Negativo
125	58%	100%	29%	37%	Positivo
110	57%	93%	32%	41%	Negativo
127	54%	100%	27%	35%	Positivo
100	53%	100%	26%	34%	Negativo

tabela 1 – Eficiências após a 1ª iteração – DEA BCC sem DMU Artificial

Com base nesse cenário, tornou-se necessário aplicar o algoritmo apresentado na figura 4, para inclusão de uma DMU artificial com o objetivo de diminuir a eficiência da DMU₁₂₈.

Utilizando-se então o algoritmo apresentado na figura 4 foi incluída uma DMU Artificial, conforme descrito a seguir:

Passo 1: DMU_P – DMU com *output* positivo de menor eficiência = DMU₁₂₇;

Passo 2: DMU_N – DMU com *output* indesejável de maior eficiência = DMU₁₂₁;

Passo 3: DMU_A – DMU Artificial com as seguintes variáveis de *input* e *output*

$$x_{1,1211} = x_{1,121} * 0,54 \qquad y_{1,1211} = y_{1,121}$$

$$x_{2,1211} = x_{2,121} * 0,54 \qquad y_{2,1211} = y_{2,121}$$

onde 0.54 é a eficiência da DMU 127, DMU com *output* positivo de menor eficiência.

Passo 4: Calcular novamente as eficiências através do Modelo DEA BCC sem restrições aos pesos, contendo todas as DMUs utilizadas inicialmente e mais a DMU₁₂₁₁ (DMU Artificial criada). Os resultados são apresentados na tabela 2.

DMU	Padrão	Invertida	Composta	Composta*	Resultado Financeiro
128	100%	44%	78%	100%	Positivo
1211	100%	55%	73%	93%	-
109	100%	58%	71%	91%	Positivo
137	100%	89%	55%	71%	Negativo
115	100%	100%	50%	64%	Positivo
119	60%	100%	30%	39%	Positivo
112	58%	74%	42%	54%	Negativo
135	54%	78%	38%	48%	Negativo
125	53%	100%	26%	34%	Positivo
105	52%	66%	43%	55%	Negativo
133	50%	100%	25%	32%	Negativo
123	49%	76%	37%	47%	Negativo
127	47%	100%	23%	30%	Positivo
103	46%	100%	23%	30%	Negativo
108	45%	73%	36%	47%	Negativo

tabela 2 – resultados após 2ª iteração (com 1 DMU Artificial)

Novamente observou-se uma DMU com resultado financeiro negativo cuja eficiência é superior à DMU₁₂₇, que apresenta resultado financeiro positivo. Para eliminar esse problema foi incluída outra DMU Artificial ao conjunto, mantendo a DMU Artificial 1211 criada anteriormente.

Para criação dessa nova DMU Artificial foi utilizado novamente algoritmo da figura 4, considerando o par DMU₁₃₇ (a que possui maior eficiência dentre as que apresentam *output* “negativo”) e DMU₁₂₇ (a que possui menor eficiência dentre as que apresentam *output* “negativo”).

A situação de DMUs com *outputs* “negativos” tendo eficiência superior a de DMUs com *outputs* “positivos” persistiu por várias iterações. Em cada uma dessas iterações foram incluídas novas DMUs Artificiais. Os resumos das iterações são apresentados nos quadros 1, 2, 3 e 4.

Pode-se observar que a cada iteração, as DMUs com *output* “negativos” tem suas eficiências diminuídas até o momento que, a de maior eficiência passa a ter o mesmo índice de eficiência da DMU de *output* “positivo” com menor eficiência. Nesse momento, os resultados foram considerados satisfatórios do ponto de vista do especialista, pois a restrição “nenhuma DMU com valor de output indesejável pode ter eficiência superior ao índice de eficiência de qualquer DMU com output aceitável” passou a ser atendida.

3ª Iteração			4ª Iteração			5ª Iteração		
DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro
128	100%	Positivo	1141	100%	-	115	100%	Positivo
1211	100%	-	128	100%	Positivo	109	100%	Positivo
109	100%	Positivo	1211	100%	-	128	100%	Positivo
1371	100%	-	109	100%	Positivo	113	100%	Positivo
115	100%	Positivo	1371	100%	-	1211	100%	-
113	100%	Positivo	115	100%	Positivo	1371	100%	-
129	91%	Positivo	113	100%	Positivo	1141	100%	-
114	77%	Negativo	129	91%	Positivo	1241	100%	-
138	71%	Negativo	119	59%	Positivo	129	91%	Positivo
102	68%	Negativo	124	56%	Negativo	119	59%	Positivo
124	61%	Negativo	101	55%	Negativo	101	55%	Negativo
119	60%	Positivo	121	54%	Negativo	121	54%	Negativo
101	55%	Negativo	125	51%	Positivo	125	51%	Positivo
121	54%	Negativo	138	50%	Negativo	137	48%	Negativo
107	54%	Negativo	102	49%	Negativo	122	48%	Negativo
125	53%	Positivo	137	48%	Negativo	124	47%	Negativo
137	48%	Negativo	122	48%	Negativo	138	47%	Negativo
122	48%	Negativo	127	47%	Positivo	127	47%	Positivo
127	47%	Positivo						

quadro 1 – Resumo das iterações 3, 4 e 5

6ª Iteração			7ª Iteração			8ª Iteração		
DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro
115	100%	Positivo	115	100%	Positivo	115	100%	Positivo
109	100%	Positivo	109	100%	Positivo	109	100%	Positivo
128	100%	Positivo	128	100%	Positivo	128	100%	Positivo
113	100%	Positivo	113	100%	Positivo	113	100%	Positivo
1371	100%	-	1371	100%	-	1141	100%	-
1141	100%	-	1141	100%	-	1241	100%	-
1241	100%	-	1241	100%	-	1011	100%	-
1011	100%	-	1011	100%	-	1212	100%	-
1211	98%	-	1212	100%	-	1372	100%	-
129	91%	Positivo	129	91%	Positivo	1371	96%	-
119	59%	Positivo	1211	84%	-	129	91%	Positivo
121	53%	Negativo	119	59%	Positivo	1211	84%	-
125	51%	Positivo	125	51%	Positivo	119	59%	Positivo
137	48%	Negativo	137	48%	Negativo	125	51%	Positivo
101	47%	Negativo	101	47%	Negativo	101	47%	Negativo
124	47%	Negativo	138	47%	Negativo	138	47%	Negativo
138	47%	Negativo	124	47%	Negativo	124	47%	Negativo
114	47%	Negativo	114	47%	Negativo	114	47%	Negativo
127	45%	Positivo	127	45%	Positivo	127	45%	Positivo

quadro 2 – resumo das iterações 6, 7 e 8

9ª Iteração			10ª Iteração			11ª Iteração		
DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro
115	100%	Positivo	115	100%	Positivo	115	100%	Positivo
109	100%	Positivo	109	100%	Positivo	109	100%	Positivo
128	100%	Positivo	128	100%	Positivo	128	100%	Positivo
113	100%	Positivo	113	100%	Positivo	113	100%	Positivo
1141	100%	-	1141	100%	-	1241	100%	-
1241	100%	-	1241	100%	-	1212	100%	-
1212	100%	-	1212	100%	-	1372	100%	-
1372	100%	-	1372	100%	-	1012	100%	-
1012	100%	-	1012	100%	-	1381	100%	-
1011	97%	-	1381	100%	-	1142	100%	-
1371	96%	-	1011	97%	-	1141	97%	-
129	91%	Positivo	1371	96%	-	1011	97%	-
1211	84%	-	129	91%	Positivo	1371	96%	-
119	59%	Positivo	1211	84%	-	129	91%	Positivo
125	51%	Positivo	119	59%	Positivo	1211	84%	-
138	47%	Negativo	125	51%	Positivo	119	59%	Positivo
124	47%	Negativo	114	47%	Negativo	125	51%	Positivo
114	47%	Negativo	124	47%	Negativo	124	47%	Negativo
101	46%	Negativo	101	46%	Negativo	101	46%	Negativo
121	45%	Negativo	121	45%	Negativo	121	45%	Negativo
137	45%	Negativo	137	45%	Negativo	137	45%	Negativo
102	45%	Negativo	138	45%	Negativo	138	45%	Negativo
127	45%	Positivo	127	45%	Positivo	114	45%	Negativo
						127	45%	Positivo

quadro 3 – resumo das iterações 9,10 e 11

12ª Iteração			13ª Iteração		
DMU	Padrão	Resultado Financeiro	DMU	Padrão	Resultado Financeiro
115	100%	Positivo	115	100%	Positivo
109	100%	Positivo	109	100%	Positivo
128	100%	Positivo	128	100%	Positivo
113	100%	Positivo	113	100%	Positivo
1212	100%	-	1212	100%	-
1372	100%	-	1372	100%	-
1012	100%	-	1381	100%	-
1381	100%	-	1142	100%	-
1142	100%	-	1242	100%	-
1242	100%	-	1013	100%	-
1141	97%	-	1012	99%	-
1011	97%	-	1141	97%	-
1241	97%	-	1241	97%	-
1371	96%	-	1011	97%	-
129	91%	Positivo	1371	96%	-
1211	84%	-	129	91%	Positivo
119	59%	Positivo	1211	84%	-
125	51%	Positivo	119	59%	Positivo
101	46%	Negativo	125	51%	Positivo
121	45%	Negativo	121	45%	Negativo
137	45%	Negativo	137	45%	Negativo
124	45%	Negativo	124	45%	Negativo
138	45%	Negativo	138	45%	Negativo
114	45%	Negativo	114	45%	Negativo
127	45%	Positivo	101	45%	Negativo
			127	45%	Positivo

quadro 4 – resumo das iterações 12 e 13

3.3. CONCLUSÕES

A análise envoltória de dados com utilização de DMUs Artificiais apresenta-se como uma ferramenta bastante poderosa, uma vez que oferece a oportunidade de incorporar ao modelo opiniões de especialistas de uma forma bem mais simples que a utilização de restrições aos pesos. Conforme mencionado anteriormente, a inclusão de restrições aos pesos demanda muita experiência, além de, em muitos casos, levar a PPLs insolúveis, o que não acontece com a opção por DMUs Artificiais.

Os resultados alcançados através da inclusão de DMUs Artificiais trouxeram credibilidade aos índices de eficiência apurados através da metodologia DEA, pois nesse caso, nenhuma DMU com resultado financeiro negativo apresentou eficiência superior a DMUs com resultado financeiro positivo.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Allen, R. Athanassopoulos, A. Dyson, R.G. (1997), *Weights Restrictions and value judgements in Data Envelopment Analysis: Evolution, development and future directions*, Annals of Operations Research, v.73, J.C. Baltzer AG, Science Publishers.
- [2] Banker, R. D., Charnes, S. A. e Cooper, W. (1984). *Some models for Estimating Technical and scale inefficiencies in DEA.*, Management Science, 30.
- [3] Charnes, A., Cooper, W.W. (1962). *Programming with linear fractional functionals*. Nava Res. Logist. Quart., 9, 181-185.
- [4] Charnes, A., Cooper, W,W, & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- [5] Farrel, M.J. (1957). *The Measure of Productive Efficiency*. Journal of the Royal Statistical Society. Series A, CXX, Part 3, pp.253-290.
- [6] Figueiredo, D.S., Mello, J.C.C.B. (2004). *Avaliação de eficiência de lojas do varejo supermercadista. Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção*, v. 4, n. 21. Universidade Federal Fluminense, 2004.
- [7] Golany, B. e Roll, Y. (1989). *An Application procedure for DEA*. Omega – International Journal of Management Science, 17, 3, p. 237-250.
- [8] Gonçalves, Danilo A. (2003). *Avaliação de Eficiência de Fundos de Investimentos Financeiros: Utilização de DMUs Artificiais em Modelos DEA com Outputs Negativos*. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia de Produção, UFRJ, Rio de Janeiro, Outubro.
- [9] Lins, M. P. E. & Angulo-Meza, L. (2000). *Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente do Apoio à Decisão*. Editora da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- [10] Roll, Y., Golany, B. (1991). Controlling factor weights in DEA, IIE Transactions, 23 (1), pp.2-9.
- [11] Thanassoulis, E. e Allen, R. (1998). *Simulating Weights Restrictions in Data Envelopment Analysis by Means of Unobserved DMUs*. Management Science, v.44.
- [12] Thompson, R.G., Langemeier, L.N., Lee, C.H., Lee, E., Thrall, R.M. (1990). *The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming*. Journal of Econometrics, 46, pp.93-108.