MODELO DEA COM RESTRIÇÕES CONE RATTIO NÃO ARQUIMEDIANAS APLICADO NA AVALIAÇÃO DE PILOTOS NO CAMPEONATO MUNDIAL DE FÓRMULA 1

Silvio Figueiredo Gomes Júnior
Mestrado em Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ
silviofgj@uol.com.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello
Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ
jcsmello@yahoo.com.br

Maria Helena Campos Soares de Mello
Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ
helena_mello@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho analisa os resultados obtidos pelos pilotos no ano de 2005 no Campeonato Mundial de Fórmula 1 segundo a metodologia multicritério *Data Envelopment Analysis* – DEA, que é uma técnica de programação matemática para avaliação de eficiência produtiva entre diversas unidades, denominadas unidades tomadoras de decisão (DMU), segundo os recursos utilizados na obtenção de seus produtos, diferentemente dos métodos multicritério adotados atualmente para estabelecer a classificação da competição, que permite manipulações e distorções nos resultados.
Palavras-chave: DEA, Restrições aos Pesos, Fórmula 1

Abstract

This paper analyzes the outcomes obtained by the pilots in the Formula One World Championship in the year 2005 using Data Envelopment Analysis - DEA. Differently of the multicritéria ordinal method currently used to establish the classification of the competition, the method considered here takes in account all the results gotten for each pilot in a way benevolent, of form to reduce inevitable distortions.
Key-words: DEA, restrictions to the weights, Formula One

1. INTRODUÇÃO

Em geral, o objetivo da metodologia DEA é medir a eficiência comparada entre unidades de produção que desenvolvam a mesma atividade quanto à utilização de seus recursos e classificá-las em eficientes ou não-eficientes e dar uma medida relativa da eficiência para as não-eficientes. Além disso, outros objetivos da metodologia DEA consistem em estabelecer um ou mais *benchmarks* e posicionar as outras unidades em relação a eles ou ordená-las segundo as eficiências calculadas.

O modelo é baseado num problema de programação fracionária onde a medida de eficiência é obtida através da razão da soma ponderada dos produtos pela soma ponderada dos insumos.

Esta técnica permite analisar a eficiência de unidades produtivas (DMUs) com múltiplos insumos (inputs) e múltiplos produtos (outputs) através da construção de uma fronteira de eficiência, de tal forma que as unidades que possuírem a melhor relação "produto/insumo" serão consideradas mais eficientes e estarão situadas sobre esta fronteira e, as menos eficientes estarão situadas numa região inferior à fronteira, conhecida como envelope (envoltória).

Os modelos DEA fazem a agregação de *inputs* e *outputs* transformando-os em, respectivamente, *inputs* e *outputs* virtuais, resultantes de uma combinação linear dos *inputs* e *outputs* originais. Os pesos usados nesta combinação linear são calculados através de um problema de programação linear, de forma que cada DMU se beneficie com a melhor combinação de pesos, maximizando sua eficiência (Soares de Mello et al, 2002).

2. O CAMPEONATO MUNDIAL DE FÓRMULA 1

Um campeonato de Fórmula 1 é um conjunto de várias provas automobilísticas, cujos resultados são agregados para estabelecer o resultado final da competição.

Seu início ocorreu no dia 13 de maio de 1950, em Silverstone, Inglaterra, e, ao longo de mais de cinco décadas, o campeonato se consolidou e se tornou conhecido e admirado em todo o mundo, atraindo milhões de espectadores e um grande volume de investimentos por parte de equipes e patrocinadores.

Desta forma, qualquer variação no resultado de uma corrida pode gerar grandes variações na classificação de um campeonato e representando a perda ou ganho de um grande volume de dinheiro.

Se interpretarmos cada corrida como um critério, ou um decisor, o resultado final do campeonato é um problema de multicritério, normalmente ordinal. Como mostrado por Soares de Mello (2002), o regulamento do campeonato mundial de Fórmula 1 segue uma variante do método de Borda, conjugada com o método Lexicográfico.

No método de Borda cada decisor deve ordenar as alternativas de acordo com as suas preferências. À alternativa mais preferida é atribuído um ponto, à segunda dois pontos e assim sucessivamente. Ao final, os pontos atribuídos pelos decisores a cada alternativa são somados e a alternativa que tiver obtido a menor pontuação será a escolhida. No caso específico dos esportes, utiliza-se uma inversão do método, atribuindo maior número de pontos à alternativa mais preferida (concorrente vencedor da competição).

Como regulamento prevê também a possibilidade de empates na pontuação final, são preconizados sucessivos critérios de desempate. Assim o regulamento usa, na verdade, o método Lexicográfico, sendo o critério mais importante (e portanto, o primeiro a ser usado) a pontuação obtida com o método de Borda modificado. Havendo duas alternativas ou mais com o mesmo número de pontos somados ao final do campeonato, é considerado o maior número de vitórias de cada piloto para que haja o desempate. Permanecendo as alternativas empatadas, o segundo critério é o maior número de corridas em que cada piloto terminou uma corrida em segundo lugar e assim sucessivamente.

A utilização de métodos ordinais multicritério para estabelecer a classificação do campeonato pode gerar grandes distorções na pontuação de pilotos e equipes, devido a “artifícios” utilizados pelas equipes durante as provas ou mesmo por situações diversas passíveis de acontecer durante uma corrida. Por isso, ao longo de todos estes anos, a pontuação sofreu diversas alterações com intuito de diminuir estas distorções e, a partir do ano de 2003, o regulamento do campeonato mundial Fórmula 1 determina que o campeão da temporada seja o piloto que somar maior número de pontos ao final de todas as corridas da temporada. Os outros pilotos têm a classificação no campeonato determinada pelo total de pontos alcançados. Em cada corrida, apenas os oito primeiros colocados somam pontos, sendo a pontuação de cada colocado apresentada na Tabela 1.

Colocação	Pontuação
1º Colocado	10 pts
2ºColocado	08 pts
3º Colocado	06 pts
4º Colocado	05 pts
5º Colocado	04 pts
6º Colocado	03 pts
7º Colocado	02 pts
8º Colocado	01 pts

Tabela 1 – Pontuação da Fórmula 1 a partir de 2003.

Enquanto no método original a diferença entre duas colocações é a mesma, já que se trata de um método ordinal, na Fórmula 1 a diferença entre o primeiro e segundo colocados e o segundo e o terceiro colocados é maior que entre as posições subseqüentes, até o nono colocado (respectivamente 2 e 1 pontos). Para as colocações piores que a nona não há diferença nenhuma, já que nenhum concorrente marca pontos. A intenção é valorizar a vitória e não dar atenção às disputas pelos últimos lugares.

Esta diferença, em que pesem as suas boas intenções, acarreta severas distorções. A primeira, de ordem teórica, é que tenta tratar de forma cardinal um método ordinal. Com efeito, se os dois primeiros colocados chegarem com uma pequena diferença, mesmo assim terão uma diferença de pontuação maior que a existente entre dois outros quaisquer pilotos que, mesmo chegando com uma diferença grande, ocupem posições secundárias. Um exemplo deste fato ocorreu no Grande Prêmio da Espanha, em 1986, em que o vencedor da prova, o brasileiro Ayrton Senna, chegou a uma diferença de apenas 0,014 segundos do segundo colocado, o inglês Nigell Mansell e que, na época, devido ao sistema de pontuação utilizado, rendeu à Senna 3 pontos a mais que Mansell.

Uma segunda conseqüência é mais grave. Como a diferença de pontuação entre dois pilotos com classificações imediatas é diferente conforme a posição, a falta de independência em relação às alternativas irrelevantes é agravada, além disso, o uso do número de vitórias como segundo critério no método lexicográfico agrava ainda mais este fato.

Em relação aos primeiros lugares, já houve várias situações noticiadas. Se dois pilotos da mesma equipe ocuparem as duas primeiras posições, podem trocar de posição, de forma a que um deles se beneficie da maior importância dada à vitória em caso de empate, além de que, antes do ano de 2003, a diferença de pontuação do primeiro para o segundo colocado era maior que em relação às outras posições. Essa situação foi amplamente noticiada em 2002 quando, no grande prêmio da Áustria, Rubens Barrichello cedeu o primeiro lugar a Michael Schumacher perto da linha de chegada.

Neste trabalho, é feita uma análise da classificação dos pilotos no campeonato de Fórmula 1 que utiliza um método DEA com restrições aos pesos que procura diminuir as distorções geradas pelos métodos ordinais multicritério, estabelecendo uma classificação mais justa para o campeonato, onde se valorize o desempenho de cada piloto. O método aqui utilizado não pretende ser uma proposta de substituição do modelo usado pela FIA, constituindo-se tão somente de uma ferramenta de análise da performance dos pilotos.

3. *DATA ENVELOPMENT ANALISYS* (DEA)

3.1. Considerações Gerais

A Análise de Envoltória de Dados é um método não-paramétrico, surgido formalmente em 1978 com o trabalho de Charnes et al. (1978), com o objetivo de medir a eficiência de unidades tomadoras de decisão, designadas por DMUs (*Decision Making Units*), na presença de múltiplos fatores de produção (*inputs*) e múltiplos produtos (*outputs*).

As unidades tomadoras de decisão caracterizam-se por desempenhar tarefas semelhantes, ou seja, utilizam os mesmos insumos e desempenham as mesmas tarefas para produzir um mesmo produto. O que as difere são as quantidades de recursos (*inputs*) utilizados e de produtos gerados (*outputs*).

A técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva relativa teve origem no trabalho de Farrel (1957) e foi generalizada por Charnes et al. (1978), no sentido de trabalhar com múltiplos insumos e múltiplos produtos.

3.2. Modelos DEA Clássicos

Há dois modelos DEA clássicos: CCR (de Charnes, Cooper e Rhodes) e BCC (de Banker, Charnes e Cooper). O modelo CCR (também conhecido por CRS ou *Constant Returns to Scale*), trabalha com retornos constantes de escala (Charnes et al., 1978). Em sua formulação matemática considera-se que cada DMU k, k = 1, ..., s, é uma unidade de produção que utiliza n *inputs* x_{ik}, i =1, …, n, para produzir m *outputs* y_{jk}, j =1, …, m. Esse modelo maximiza o quociente entre a combinação linear dos *outputs* e a combinação linear dos *inputs*, com a restrição de que para qualquer DMU esse quociente não pode ser maior que 1.

Mediante alguns artifícios matemáticos, este modelo pode ser linearizado, transformando-se em um Problema de Programação Linear (PPL) apresentado em (1), onde h_o é a eficiência da DMU o em análise; x_{io} e y_{jo} são os *inputs* e *outputs* da DMU$_o$; v_i e u_j são os pesos calculados pelo modelo para *inputs* e *outputs*.

$$
\begin{aligned}
& \max \ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} \\
& \text{sujeito a} \\
& \sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
& \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0 \ , \quad k = 1,...,s \\
& u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y
\end{aligned}
\tag{1}
$$

O modelo BCC, também chamado de VRS (*Variable Returns to Scale*) considera situações de eficiência de produção com variação de escala e não assume proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*. Apresenta-se em (2) a formulação do problema de programação fracionária, previamente linearizado, para esse modelo (Banker et al., 1984). Em (2) h_o é a eficiência da DMU$_o$ em análise; x_{ik} representa o *input i* da DMU$_k$, y_{jk} representa o *output j* da DMU$_k$; v_i é o peso atribuído ao *input i*, u_j é o peso atribuído ao *output j*; u^* é um fator de escala.

$$
\begin{aligned}
& \max \ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} + u^* \\
& \text{sujeito a} \\
& \sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
& \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0 \ , \quad k = 1,...,s \\
& u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y \\
& u^* \in \Re
\end{aligned}
\tag{2}
$$

A Figura 1 mostra as fronteiras DEA BCC e CCR para um modelo DEA bidimensional (1 *input* e 1 *output*). As DMUs A, B e C são BCC eficientes; a DMU B é CCR eficiente. As DMUs D e E são ineficientes nos dois modelos. A eficiência CCR e BCC da DMU E é dada, respectivamente, por $\left(\overline{E''E'''}/\overline{E''E}\right)$ e $\left(\overline{E''E'}/\overline{E''E}\right)$.

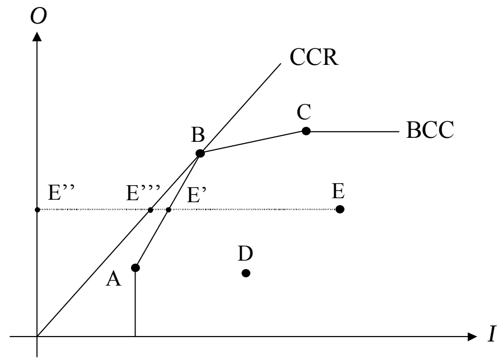

Figura 1 – Fronteiras DEA BCC e CCR para o caso bidimensional.

Além de identificar as DMUs eficientes, os modelos DEA permitem medir e localizar a ineficiência e estimar uma função de produção linear por partes, que fornece o *benchmark* para as DMUs ineficientes. Esse *benchmark* é determinado pela projeção das DMUs ineficientes na fronteira de eficiência. A forma como é feita esta projeção determina orientação do modelo: orientação a *inputs* (quando se deseja minimizar os *inputs*, mantendo os valores dos *outputs* constantes) e orientação a *outputs* (quando se deseja maximizar os resultados sem diminuir os recursos).

Em ambos os modelos acima, não são consideradas restrições aos pesos estipulados para os *inputs* e *outputs*, exceto serem estritamente positivos. Desta forma, o método tende a ser benevolente com as DMUs, estipulando pesos que as favoreçam.

Em relação a isto, Ângulo-Meza (2000) faz algumas considerações:

- A flexibilidade nos pesos permite que as DMUs possam ter objetivos individuais e circunstâncias particulares, o que não condiz com o fato delas serem homogêneas;
- Em algumas situações, dispõe-se de informações significativas com respeito à importância dos insumos e dos produtos e sobre a relação entre as variáveis;
- Os especialistas, com freqüência, tem percepção a priori sobre DMUs eficientes e ineficientes.

3.3. Restrições aos Pesos

A incorporação de julgamento de valor através de restrições aos pesos pode ser dividida em três grupos de métodos, segundo Lins e Ângulo-Meza (2000): restrições diretas nos pesos, regiões de segurança e restrições nos *inputs* e *outpus* virtuais.

O enfoque de restrições diretas nos pesos, desenvolvido por Dyson e Thanassoulis (1988) e generalizado por Roll, Cook e Golany (1991), propõe o estabelecimento de limites numéricos aos multiplicadores, com o objetivo de não superestimar ou ignorar *inputs* ou *outputs* na análise. Este tipo de restrição pode levar à inviabilidade do PPL, uma vez que, estabelecer um limite superior ao peso de um *input*, implica em um limite inferior no *input* virtual total do resto das variáveis, e por sua vez isso tem implicações para os valores que podem tomar os *inputs* restantes.

O método de Regiões de Segurança (*Assurance Region* – AR), desenvolvido por Thompson et al. (1990), limita a variação dos pesos a uma determinada região. As restrições da abordagem por AR são de dois tipos: Tipo I (ou método *Cone Rattio*) e Tipo II.

Para o tipo I, é incorporada à análise a ordenação relativa ou valores relativos de *inputs* e *outputs*, as equações que representam as restrições estão apresentadas em (3) e (4).

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2} \tag{3}$$

$$\alpha_i \leq v_i / v_{i+1} \leq \beta_i \tag{4}$$

A região do segurança Tipo II, apresentada por Thompon et al. (1990) compreende restrições que relacionam os pesos dos *inputs* e dos *outputs*, conforme (5).

$$\gamma_i v_i \geq u_j \tag{5}$$

Outra forma de restringir a liberdade dos pesos, conforme descrito por Branco da Silva e Soares de Mello (2005) é baseada no fato de que a contribuição de um *input* à DMU é $v_i x_i$. Assim, um critério de seleção pode ser o de incluir apenas os *inputs* e *outputs* que contribuem de "maneira significativa" aos custos totais e benefícios relevantes a uma DMU. Ao invés de restringir os valores dos pesos, são definidas restrições à proporção do *output* virtual total da DMUj, utilizado pelo *output* r, ou seja, a "importância relacionada" ao *output* r pela DMUj, ao intervalo $[\phi_r, \varphi_r]$, com ϕ_r e φ_r sendo determinados pelo especialista (Wong e Beasley, 1990). A restrição no *output* r é apresentada em (6).

$$\phi_r \leq \left(u_r y_{rj} \Big/ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \right) \leq \varphi_r \tag{6}$$

onde $\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}$ representa o *output* virtual total da DMUj.

4. ESTUDO DE CASO: EFICIÊNCIA DOS PILOTOS NO CAMPEONATO DE FÓRMULA 1 – MODELO PROPOSTO

O campeonato de Fórmula 1 do ano de 2005 e composto por 19 corridas, com a participação de 20 pilotos em cada prova e um total de 10 equipes concorrentes.

A modelagem em DEA exige a definição das DMUs, das variáveis de avaliação (*inputs* e *outputs*) e do modelo DEA que será utilizado.

As DMUs utilizadas são os pilotos que participaram dos treinos classificatórios de, pelo menos, uma prova na temporada de 2005, conseguindo classificação no grid de largada. Como ocorreram substituições de pilotos durante o campeonato, tem-se um total de 27 pilotos no modelo estudado.

Na escolha das variáveis utilizadas no modelo I, optou-se por um *input* único, que é o número de participações do piloto (DMU) na formação do grid de largada (v_1), pois terão assim a oportunidade de participar da prova e conseguir algum resultado no final da corrida. Como *output*, o número de vezes que o piloto completou a prova em uma determinada posição (u_i, i = 1 a 20). Como cada prova possui 20 pilotos participando, tem-se então um total de 20 variáveis de *output*, já que no Grande Prêmio de Monza – Itália, todos os pilotos completaram a prova, o que não ocorria há várias décadas.

Apesar das grandes diferenças econômicas e de tecnologia existente de uma equipe para outra, a utilização destas variáveis busca tornar homogêneas as DMUs, pois imagina-se que todos os pilotos possuem as mesmas oportunidades de conseguir uma boa colocação na prova.

Como existe linearidade entre o *input* e os *outputs* utilizados e as posições de chegada de um piloto em uma prova não possuem o mesmo nível de importância como prevê a pontuação e os critérios de desempate utilizados no regulamento do campeonato e descritos no item 2, o modelo proposto neste trabalho é o CCR com restrições aos pesos, utilizando o método de Regiões de Segurança – Tipo I, fazendo-se $u_i \geq u_{i+1}$, ou seja, o peso da posição de chegada i do piloto é maior ou igual ao peso de chegada na posição seguinte. Como são vinte posições de chegada, tem-se um total de 19 restrições.

O modelo é orientado a input, apesar de parecer mais adequado a orientação a output, pois o objetivo de um piloto é a melhor posição de chegada possível em uma corrida. Entretanto, como o modelo é o CCR, as duas orientações apresentam os mesmos resultados e o modelo dos multiplicadores orientado a input tem uma interpretação mais intuitiva.

Os dados utilizados foram obtidos do site www.formula1.com e estão apresentados abaixo na tabela 2.

Piloto	Input		Output (Nº de chegadas na posição n)																			
	Nº Particip.	Pontos equipe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A. Wurz	1	182			1																	
A. Davidson	1	38																				
A. Pizzonia	5	66							1						1		1					
C. Klien	15	34					1		1	3	4				1		1					
C. Albers	19	7					1						1	1	3	2		2	1	1	1	
D. Coulthard	19	34				2		2	3	2	1	1	1		1		1					
F. Massa	19	20				1		1	1	1	2	6	2			2						
F. Alonso	19	191	7	5	3	1							1									
G. Fisichella	19	191	1	1	1	4	2	2			1			1								
J. Villeneuve	19	20				1		1		1	1	1	4	2	2	1	1					
J. Trulli	19	88		2	1	1	3	1		1	2	1			1	1	1					
J. Button	17	38			2	1	4		1	2		1	1									
J. P. Montoya	17	182	3	1	1	1	1	1	2							1						
K. Räikkönen	19	182	7	3	2	1				1	1											
M. Webber	19	66			1	2	2	2	3				1	1		1						
M. Schumacher	19	100	1	3	1	1	2	1	3			1										
N. Karthikeyan	19	12				1							2	2	1	1	4	2				1
N. Heidfeld	14	66		2	1			2				1	1	1		1						
P. Friesacher	11	7						1						1					1	1	1	
P. de La Rosa	1	182					1															
R. Schumacher	18	88			2	2	1	4	2	3	1			2								
R. Zonta	1	88																				
R. Doornbos	8	7													2	2				2		
R. Barrichello	19	100		2	2		1	1	1	1	3	3	1	2								
T. Sato	16	38								1	1	1	1	2		1		2				
T. Monteiro	19	12			1					1		2	1	2	5		2	1	3			
V. Liuzzi	4	34								1	1											

Tabela 2 – Dados do modelo

Em (7) tem-se a modelagem DEA CCR orientada a input com as restrições aos pesos utilizadas neste trabalho.

$$
\begin{aligned}
& \max \ h_o = \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jo} \\
& \text{sujeito a} \\
& \sum_{i=1}^{n} v_i x_{io} = 1 \\
& \sum_{j=1}^{m} u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} v_i x_{ik} \le 0 \ , \quad k = 1,\dots,s \\
& u_i - u_{i+1} \ge 0{,}001 \ \ , \ \mathrm{i} = 1, \mathrm{n-1} \\
& u_j, v_i \ge 0 \quad \forall x, y
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

Os dados do modelo foram rodados inicialmente considerando a restrição $u_i - u_{i+1} \geq 0$, e, analisando os valores fornecidos para os pesos das variáveis, notou-se a existência muitos pesos iguais, ou seja, como as restrições são do tipo maior ou igual, o modelo atribuiu a mesma importância para diversas colocações, contrariando a proposta inicial do trabalho. Um exemplo deste fato foram as avaliações dos pilotos Alexander Wurz e Pedro de La Rosa que, tendo participado de apenas uma corrida cada um e obtendo, respectivamente, terceira e quinta posição ao final da prova, obtiveram a mesma eficiência, o que é uma distorção do modelo. Este fato já ocorreu anteriormente é foi descrito por Branco da Silva e Soares de Mello (2005) e é um caso em que as restrições aos pesos não são suficientes para expressar as preferências do decisor (Gonçalves et al, 2004). Este problema ainda está em estudo para se descobrir em que condição ocorre e um modelo multiobjetivo de DEA está sendo implementado para aprimorar a técnica.

Visando adequar então este modelo, fez-se uma variação no método de Regiões de Segurança de restrições aos pesos, introduzindo uma restrição direta aos pesos, estipulando um limite inferior de 0,001, denominado pelos autores com Não-Arquimediana, forçando assim uma variação mínima deste valor entre o peso atribuído a uma colocação e o peso atribuído à colocação seguinte.

5. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Utilizando-se o modelo CCR cone-rattio não-arquimediano, foram calculados os pesos de todas as variáveis e calculadas as eficiências de cada piloto, os resultados das eficiências e dos pesos até a 10ª posição estão apresentados na tabela 3.

Piloto	Eficiência	Pesos										
		v1	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
A. Wurz	1,0000	1,0000	1,6617	1,0010	1,0000	0,0160	0,0150	0,0140	0,0130	0,0120	0,0110	0,0100
A. Davidson	0,0000	1,0000	1,6617	1,0010	1,0000	0,0160	0,0150	0,0140	0,0130	0,0120	0,0110	0,0100
A. Pizzonia	0,6507	0,3333	0,3952	0,3942	0,3333	0,3323	0,3313	0,3303	0,3293	0,3283	0,3273	0,3263
C. Klien	0,6333	0,0769	0,0922	0,0912	0,0769	0,0759	0,0749	0,0739	0,0729	0,0719	0,0709	0,0699
C. Albers	0,5311	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
D. Coulthard	0,6419	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
F. Massa	0,7285	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
F. Alonso	1,0000	0,0588	0,1418	0,0180	0,0170	0,0160	0,0150	0,0140	0,0130	0,0120	0,0110	0,0100
G. Fisichella	0,6393	0,0588	0,0791	0,0598	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
J. Villeneuve	0,5591	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
J. Trulli	0,7905	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
J. Button	0,6357	0,0667	0,0801	0,0791	0,0667	0,0657	0,0647	0,0637	0,0627	0,0617	0,0607	0,0597
J. P. Montoya	0,7780	0,0667	0,0896	0,0677	0,0667	0,0657	0,0647	0,0637	0,0627	0,0617	0,0607	0,0597
K. Räikkönen	0,9600	0,0588	0,1418	0,0180	0,0170	0,0160	0,0150	0,0140	0,0130	0,0120	0,0110	0,0100
M. Webber	0,6001	0,0588	0,0791	0,0598	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
M. Schumacher	0,7430	0,0588	0,0746	0,0736	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
N. Karthikeyan	0,6297	0,0588	0,0791	0,0598	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
N. Heidfeld	0,6284	0,0714	0,0857	0,0847	0,0714	0,0704	0,0694	0,0684	0,0674	0,0664	0,0654	0,0644
P. Friesacher	0,3975	0,0909	0,1087	0,1077	0,0909	0,0899	0,0889	0,0879	0,0869	0,0859	0,0849	0,0839
P. de La Rosa	0,9980	1,0000	1,1831	1,1821	1,0000	0,9990	0,9980	0,9970	0,9960	0,9950	0,9940	0,9930
R. Schumacher	0,8795	0,0625	0,0751	0,0741	0,0625	0,0615	0,0605	0,0595	0,0585	0,0575	0,0565	0,0555
R. Zonta	0,0000	1,0000	1,1831	1,1821	1,0000	0,9990	0,9980	0,9970	0,9960	0,9950	0,9940	0,9930
R. Doornbos	0,6167	0,1667	0,1982	0,1972	0,1667	0,1657	0,1647	0,1637	0,1627	0,1617	0,1607	0,1597
R. Barrichello	0,8423	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
T. Sato	0,5619	0,0714	0,0857	0,0847	0,0714	0,0704	0,0694	0,0684	0,0674	0,0664	0,0654	0,0644
T. Monteiro	0,7852	0,0588	0,0708	0,0698	0,0588	0,0578	0,0568	0,0558	0,0548	0,0538	0,0528	0,0518
V. Liuzzi	0,4890	0,2500	0,2967	0,2957	0,2500	0,2490	0,2480	0,2470	0,2460	0,2450	0,2440	0,2430

Tabela 3 – Eficiência e pesos (até a 10ª posição) calculados pelo modelo I DEA

Analisando os resultados apresentados na tabela 3, verifica-se que os pilotos considerados eficientes foram Fernando Alonso (vencedor do campeonato em análise) e Alexander Wurz, o que mostra ainda algumas distorções neste modelo.

Mesmo com as alterações, os pilotos Alexander Wurz e Pedro de La Rosa, que participaram de apenas uma corrida no campeonato e conseguiram uma terceira e quinta posições, respectivamente, apresentaram eficiências elevadas de 1,0000 e 0,9980, respectivamente. Entretanto, a melhor classificação do piloto Alexander Wurz fica destacada por apresentar eficiência maior.

Outro ponto importante é que alguns pilotos, cujo desempenho no campeonato foi bastante fraco, apresentam elevados valores de eficiência, como os pilotos Narain Karthikeuan (0,6297) e Christijan Albers (0,5311). Este fato pode ser justificado devido a algumas anormalidades ocorridas durante a temporada de 2005, como, no GP dos Estados Unidos, realizado em Indianápolis e vencido por Michael Schumacher, onde sete, das dez equipes participantes boicotaram a prova alegando falta de segurança aos pilotos. A largada foi realizada com apenas seis carros no grid, as duas Ferraris, Minardis e Jordans. Esta vitória forneceu 10 pontos para Michael Schumacher, o que, no final da temporada, lhe confere a terceira posição na classificação oficial, enquanto que, segundo o modelo DEA, apresenta-se apenas na 10ª posição com eficiência de 0,7430.

Além disso, pilotos que completaram muitas corridas, mesmo sem marcar pontos, apresentam alta eficiência, como é o caso do piloto Tiago Monteiro, que completou dezoito das dezenove provas realizadas na temporada e com o terceiro lugar alcançado na prova de Indianápolis, teve eficiência calculada de 0,7852.

Visando adequar então o modelo para resolver estas discrepâncias, criou-se um novo modelo, denominado modelo II, alterando o input - número de participações do piloto, e considerando o número de pontos alcançados pela equipe, a qual o piloto pertence, durante toda a temporada (v_2) e mantendo-se inalteradas as demais variáveis.

Os resultados obtidos com a utilização do modelo II são apresentados na tabela 4.

Piloto	Eficiência	Pesos										
		v2	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
A. Wurz	0,0159	0,0055	0,1268	0,0169	0,0159	0,0149	0,0139	0,0120	0,0110	0,0080	0,0070	0,0060
A. Davidson	0,0000	0,0263	0,4072	0,4062	0,0308	0,0298	0,0288	0,0278	0,0268	0,0258	0,0248	0,0238
A. Pizzonia	0,0621	0,0152	0,2180	0,2170	0,0732	0,0551	0,0541	0,0531	0,0521	0,0216	0,0206	0,0090
C. Klien	0,7649	0,0294	0,4150	0,4140	0,1821	0,0879	0,0869	0,0859	0,0849	0,0839	0,0829	0,0090
C. Albers	1,0000	0,1429	2,0537	2,0527	0,6413	0,6403	0,6393	0,6383	0,6107	0,0857	0,0847	0,0837
D. Coulthard	1,0000	0,0294	0,4230	0,4220	0,1329	0,1319	0,1309	0,1299	0,1252	0,0191	0,0181	0,0171
F. Massa	1,0000	0,0500	1,0700	0,2264	0,2254	0,2244	0,2234	0,2224	0,2144	0,0304	0,0294	0,0284
F. Alonso	1,0000	0,0052	0,0749	0,0739	0,0258	0,0248	0,0216	0,0109	0,0099	0,0070	0,0060	0,0050
G. Fisichella	0,3520	0,0052	0,0749	0,0739	0,0258	0,0248	0,0216	0,0129	0,0080	0,0070	0,0060	0,0050
J. Villeneuve	0,8056	0,0500	0,6992	0,6982	0,2816	0,2806	0,2122	0,2112	0,0433	0,0423	0,0413	0,0403
J. Trulli	0,5884	0,0114	0,1709	0,1699	0,0295	0,0285	0,0275	0,0265	0,0208	0,0198	0,0188	0,0090
J. Button	1,0000	0,0263	0,3795	0,3785	0,1173	0,1163	0,1153	0,1143	0,0996	0,0343	0,0333	0,0105
J. P. Montoya	0,4960	0,0055	0,1235	0,0206	0,0196	0,0186	0,0176	0,0166	0,0156	0,0070	0,0060	0,0050
K. Räikkönen	1,0000	0,0055	0,1238	0,0242	0,0146	0,0136	0,0126	0,0116	0,0106	0,0096	0,0086	0,0057
M. Webber	0,6399	0,0152	0,2131	0,2121	0,0838	0,0828	0,0541	0,0531	0,0521	0,0110	0,0100	0,0090
M. Schumacher	0,7567	0,0100	0,1517	0,1507	0,0220	0,0210	0,0180	0,0170	0,0160	0,0110	0,0100	0,0090
N. Karthikeyan	0,9640	0,0833	1,1124	0,9030	0,9020	0,9010	0,0849	0,0839	0,0829	0,0110	0,0100	0,0090
N. Heidfeld	0,6477	0,0152	0,2154	0,2144	0,0838	0,0551	0,0541	0,0531	0,0521	0,0110	0,0100	0,0090
P. Friesacher	0,8291	0,1429	2,0196	2,0186	0,7581	0,7571	0,7561	0,7551	0,0280	0,0270	0,0260	0,0250
P. de La Rosa	0,0139	0,0055	0,0822	0,0812	0,0159	0,0149	0,0139	0,0129	0,0090	0,0080	0,0070	0,0060
R. Schumacher	0,3933	0,0114	0,1709	0,1699	0,0295	0,0285	0,0275	0,0265	0,0255	0,0198	0,0188	0,0090
R. Zonta	0,0000	0,0114	0,1747	0,1737	0,0177	0,0167	0,0157	0,0147	0,0137	0,0127	0,0117	0,0107
R. Doornbos	0,4910	0,1429	2,2197	2,2187	0,1328	0,1318	0,1308	0,1298	0,1288	0,1278	0,1268	0,1258
R. Barrichello	0,4917	0,0100	0,1523	0,1513	0,0200	0,0190	0,0180	0,0170	0,0160	0,0130	0,0120	0,0090
T. Sato	0,2282	0,0263	0,4023	0,4013	0,0425	0,0415	0,0405	0,0395	0,0385	0,0375	0,0365	0,0355
T. Monteiro	1,0000	0,0833	1,0836	1,0826	0,7278	0,7268	0,1546	0,1536	0,1526	0,0691	0,0681	0,0671
V. Liuzzi	0,1667	0,0294	0,4150	0,4140	0,1821	0,0879	0,0869	0,0859	0,0849	0,0839	0,0829	0,0090

Tabela 4 – Eficiência e pesos calculados pelo modelo II DEA

Os pilotos eficientes neste modelo foram Christijan Albers, David Coulthard, Felipe Massa, Fernando Alonso, Jenson Button, Kimi Raikkonen e Tiago Monteiro.

Os resultados obtidos mostram que este modelo é bastante benevolente com os pilotos de equipes menores que obtiveram classificação melhor em alguma corrida, como os pilotos Christijan Albers, David Coulthard e Felipe Massa, das equipes Minardi-Cosworth, Red Bull Racing e Sauber-Petronas. Este fator também ocorre com o piloto Tiago Monteiro, da equipe Jordan-Toyota, ajudado pelo fator de ter sido um piloto bastante regular em toda a temporada.

Buscando equilibrar os resultados obtidos pelos dois modelos analisados, calculou-se a média geométrica das eficiências calculadas pelos modelos I e II, pois, desta forma, um pilotos, para ter alta eficiência, deve tê-la alta nos dois modelos propostos.

Apresenta-se na tabela 5 a classificação dos pilotos segundo a eficiência DEA calculada como descrito acima e a classificação oficial do campeonato.

PILOTO	EFICIÊNCIA DEA Nº PARTIC.	EFICIÊNCIA DEA PONTOS EQUIPE	MÉDIA GEOMÉTRICA EFICIÊNCIA DEA	CLASSIF. DEA	CLASSIF. OFICIAL	DIFERENÇA
F. ALONSO	1,0000	1,0000	1,0000	1	1	0
K. RAIKKONEN	0,9600	1,0000	0,9798	2	2	0
T. MONTEIRO	0,7852	1,0000	0,8861	3	15	12
F. MASSA	0,7285	1,0000	0,8535	4	14	10
D. COULTHARD	0,6419	1,0000	0,8012	5	12	7
J. BUTTON	0,6357	1,0000	0,7973	6	9	3
N. KARTHIKEYAN	0,6297	0,9640	0,7791	7	17	10
M. SCHUMACHER	0,7430	0,7567	0,7498	8	3	-5
C. ALBERS	0,5311	1,0000	0,7287	9	19	10
C. KLIEN	0,6333	0,7649	0,6960	10	17	7
J. TRULLI	0,7905	0,5884	0,6820	11	6	-5
J. VILLENEUVE	0,5591	0,8056	0,6711	12	13	1
R. BARRICHELO	0,8423	0,4917	0,6435	13	7	-6
N. HEIDFELD	0,6284	0,6477	0,6380	14	11	-3
J. P. MONTOYA	0,7780	0,4960	0,6212	15	3	-12
M. WEBBER	0,6001	0,6399	0,6196	16	10	-6
R. SCHUMACHER	0,8795	0,3933	0,5881	17	7	-10
P. FRIESACHER	0,3975	0,8291	0,5741	18	21	3
R.DOORNBOS	0,6167	0,4910	0,5503	19	-	-
G. FISICHELLA	0,6393	0,3520	0,4744	20	5	-15
T. SATO	0,5619	0,2282	0,3581	21	23	2
V. LIUZZI	0,4890	0,1667	0,2855	22	23	1
A. PIZZONIA	0,6507	0,0621	0,2009	23	22	-1
A. WURZ	1,0000	0,0159	0,1262	24	16	-8
P. DE LA ROSA	0,9980	0,0139	0,1179	25	19	-6
A. DAVIDSON	0,0000	0,0000	0,0000	26	-	-
R. ZONTA	0,0000	0,0000	0,0000	26	-	-

Tabela 5 – Comparação entre as classificações DEA e Oficial

Com estas variações dos modelos utilizados, alterando-se os inputs utilizados em cada modelo, nota-se uma menor variação entre a classificação oficial e a classificação encontrada pelo modelo, quando utilizado apenas o modelo I. Além disso, com as técnicas de restrições aos pesos, percebe-se um desempate nas eficiências calculadas, estabelecendo uma classificação sem necessidade de desempates.

Pode-se perceber também que o piloto Tiago Monteiro foi quem obteve a melhor melhora na classificação com a utilização dos modelos DEA.

Entretanto, existem ainda algumas distorções na classificação, o que sugere estudos mais aprofundados em relação à metodologia de introdução de restrições aos pesos nos modelos DEA clássicos.

6. REFERÊNCIAS

(1) Barba-Romero, S. & Pomerol, J.C. *Decisiones Multicriterio: Fundamentos Teóricos e Utilización Práctica*. Colección de Economia, Universidad de Alcalá, Espanha, 1997.

(2) Branco da Silva, B.P. & Soares de Mello, J.C.C.B. (2005). Modelo DEA Aplicado aos Resultados das Olimpíadas de Atenas 2004.

(3) Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, **2**, 429-444.

(4) Charnes, A. et. al. (1996) Data Envelopment Analysis: theory, methodology and applications. Norvell: Kluwer Academic Press, 2 ed.

(5) Dyson, R. G. & Thanassoulis E. (1988) *Reducing weight flexibility in DEA.* Journal of the Operational Research Society, 39.

(6) Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B. & Lins, M.P.E. (2001). Uso de Análise de Envoltória de Dados e Auxílio Multicritério à Decisão na análise de dados das Olimpíadas 2000. *Anais do XXI ENEGEP*, Salvador, Brasil.

(7) Gonçalves, D.A. et al. (2004). When a value judgement using the technique of unobserved DMUs can be changed by weight restrictions. Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção, ano 2004, volume 4.

(8) Lins, M.P.E. & Angulo-Meza, L. (2000). Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão. Editora da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

(9) Lins, M.P.E., Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B. & Soares de Mello, A.J.R. (2003). Olympic ranking based on a Zero Sum Gains DEA model. *European Journal of Operational Research*, 148 (2), 85-95.

(10) Rocha, R.B. & Cavalcanti Netto, M.A. (2002). A data envelopment analysis model for rank ordering suppliers in the oil industry. *Pesquisa Operacional*, 22 (2), 123-132.

(11) Roll, Y. & Golany, B.(1991) *Controlling factor weights in DEA.* IIE Transactions, 23 (1), pp.2-9.

(12) Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Lins, M.P.E. & Soares de Mello, A.J.R. (2001). Uso da Pesquisa Operacional em esportes: o caso das Olimpíadas. *Boletim da SOBRAPO*, 19, 5-6.

(13) Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, L.F.A.M., Gomes, E.G., Soares de Mello, M.H.C. Use of ordinal multi-criteria methods in the analysis of the Formula 1 world championship. Cadenos EBAPE.BR, v.3, n.2, 2005.

(14) Soares de Mello, M.H.C. *Avaliação de Desempenho nas Engenharias: Estudo de Caso UFF*. Tese de Mestrado, Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2002.

(15) Thompson, R.G., Langemeier, L.N., Lee, C.H., Lee, E. & Thrall, R.M. (1990) *The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to*. Kansas Farming. Journal of Econometrics, 46, pp. 93-108.

(16) Wong. Y. & Beasley, J. (1990) *Restricting Weight Flexibility in DEA.* Journal of Operational Research Society, 41, 829-835.