

# Resolução do Problema de Carregamento e Descarregamento 3D de Contêineres em Terminais Portuários via Representação por Regras e Beam Search

Aníbal Tavares de Azevedo (UNESP) [anibal@feg.unesp.br](mailto:anibal@feg.unesp.br)

Cassilda Maria Ribeiro (UNESP) [cassilda@feg.unesp.br](mailto:cassilda@feg.unesp.br)

Luiz Leduino Salles Neto (UNIFESP) [luiz.leduino@unifesp.br](mailto:luiz.leduino@unifesp.br)

Murilo Cardoso Silvestre (UNESP) [omurilo9@hotmail.com](mailto:omurilo9@hotmail.com)

Misael Pimentel Espiríndio e Silva (UNESP) [misaelsjc@hotmail.com](mailto:misaelsjc@hotmail.com)

*Resumo: Neste artigo é apresentada uma nova formulação e uma nova representação para a solução do problema de carregamento de contêineres 3D em terminais portuários (PCCTP 3D) que consiste em determinar como carregar e descarregar um conjunto de contêineres de um navio porta-contêiner (containership), respeitando restrições operacionais relacionadas aos contêineres e a estrutura do navio e visando a minimização do número de movimentos e a distância do centro de massa e do centro de gravidade. Assim como o problema 2D é NP-Completo (AVRIEL et al. 2000), o problema 3D também o é, e é aconselhável a utilização de métodos heurísticos. É proposto um Beam Search que emprega uma nova representação das soluções, denominada representação por regras, para resolver o PCCTP 3D. A representação por regras tem a grande vantagem de utilizar uma representação bastante compacta que assegura a geração de soluções factíveis e possibilita a inserção de conhecimento do tomador de decisões. Além disso, soluções próximas do limitante inferior do número de movimentos podem ser obtidas em pequeno tempo computacional.*

*Palavras-chave: Beam Search; Carregamento de Contêiner; Otimização Combinatória.*

## 1. Introdução

A eficiência de um terminal portuário especializado em movimentação de contêineres depende da ordenação e agilidade do processo de lidar com os contêineres, especialmente durante o processo de carregamento dos navios. A estiva e o plano de carregamento associado são determinados fundamentalmente por dois critérios: estabilidade do navio e o número mínimo de remanejamento requerido nos diversos pontos de entrega (AVRIEL *et al.*, 2000; WILSON e ROACH, 2000; AMBROSINO *et al.*, 2006). O último critério é baseado no fato de que muitos navios possuem uma estrutura celular, conforme pode ser observado na Figura 1, e os contêineres devem ser carregados de modo a formarem pilhas verticais, o que acarreta, em muitos casos, a necessidade de movimentar alguns contêineres para descarregar outros posicionados na parte inferior da pilha.

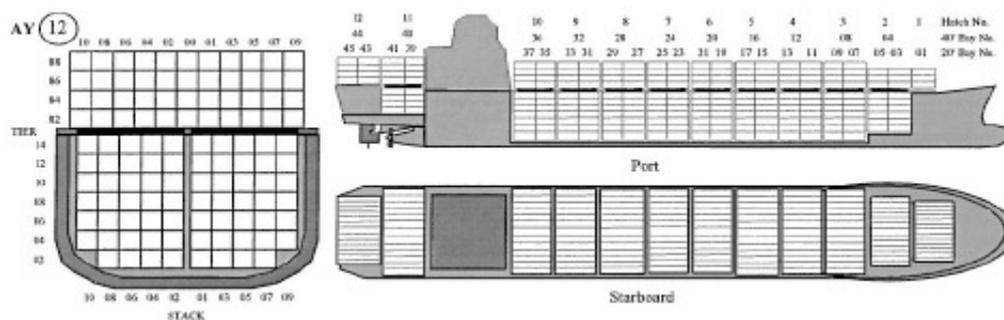


Figura 1: Estrutura celular de um navio. Fonte: WILSON e ROACH (2000).

Concomitantemente, outra restrição emerge durante a escolha dos contêineres para carregamento no pátio do terminal, onde geralmente os contêineres são empilhados formando blocos a espera do momento de serem carregados. Se os contêineres alvos, que devem ser carregados mais tarde, são posicionados nas pilhas abaixo de outros, então a tarefa de carregamento requer remanejamento de modo a remover e reposicionar os contêineres alvos. Esta situação ocorre com frequência, uma vez que a ordem de carregamento não é conhecida quando as cargas chegam ao pátio do terminal e é denominada de realocação. No entanto, mesmo quando esta informação é disponibilizada a tempo, o arranjo ideal de contêineres na área de armazenamento é praticamente impossível de ser obtido devido à chegada aleatória de diversas outras cargas. Mais especificamente, o problema de carregamento de contêineres em terminais portuários (PCCTP) consiste em determinar como carregar um conjunto de contêineres de diferentes tipos em um navio porta-contêiner (*containership*), respeitando restrições operacionais relacionadas aos contêineres, navio e pátio do terminal portuário.

Neste artigo será apresentado um *beam search* para a solução do PCCTP 3D, ou seja, para a minimização do tempo de carregamento e posterior descarregamento dos contêineres em terminais portuários, bem como a minimização da instabilidade medida como a distância entre o centro de massa e o centro geométrico. Avriel et al. (AVRIEL *et al.*, 2000) apresentaram uma formulação 2D do problema e mostraram que o problema 2D é NP-Completo. Na seção 2 é apresentado o problema 3D a ser resolvido bem como sua formulação matemática binária e por regras. Na seção 3 é apresentada a representação matricial utilizada na implementação do *beam search* e sua combinação com a representação por regras. Na seção 4 são apresentados os resultados computacionais obtidos e na seção 5 as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

## 2. Apresentação do Problema

Um navio porta contêiner tem sua capacidade medida em TEU (*Twenty-foot Equivalent Units*) ou Unidade Equivalente de Vinte pés. Por exemplo um navio com capacidade de 8000 TEUs pode carregar 8000 contêineres de vinte pés. Nos navios tem uma estrutura celular (vide Figura1) onde são alojados os contêineres. Essas células são agrupadas por seções ou baias (em inglês *bays*) e os contêineres são empilhados nessas seções formando pilhas verticais. Então uma baia é um agrupamento de células, com capacidade de se empilhar um certo número de contêineres. A baia tem então linhas horizontais numeradas  $r= 1, 2, \dots, R$ , (a linha 1 é a linha que está em baixo, e a linha R é a linha do topo da pilha) e colunas numeradas  $c= 1, 2, \dots, C$  (coluna 1 é a primeira coluna da esquerda).

O problema PCCTP 3D que será resolvido aqui consiste em reduzir ao máximo possível dois objetivos: o número de realocações dos contêineres para um certo número de portos N e a instabilidade do arranjo dos contêineres. Para o primeiro objetivo, minimiza-se a realocação decorrente do descarregamento temporário de contêineres, da pilha de contêineres, com a finalidade de descarregar, num terminal portuário  $p$ , um contêiner que está na parte inferior da pilha. Isto é necessário porque os contêineres que estão numa pilha só podem ser acessados pelo topo. Então um contêiner que está no meio da pilha só pode ser descarregado num determinado porto  $p$  se os contêineres que estão acima dele forem removidos. Para o segundo objetivo define-se a distância do centro de massa ao centro geométrico como medida da instabilidade do navio em cada porto (AVRIEL *et al.*, 2000). A seguir será apresentada a formulação deste problema como sendo um problema de programação linear inteira com variáveis binárias 0-1. Esta formulação respeita as restrições operacionais relacionadas aos contêineres ao navio 3D tal como detalhado para o modelo 2D em (AVRIEL *et al.*, 1998).

### 2.1 Modelo Matemático

Considere um navio de transporte de contêineres que possui D baias numeradas  $d = 1, \dots, D$ . Cada baia tem R linhas horizontais numeradas  $r = 1, 2, \dots, R$ , (a linha 1 é a linha que está em baixo, e a linha R é a linha do topo da pilha) e C colunas verticais numeradas  $c = 1, 2, \dots, C$  (coluna 1 é a primeira coluna da esquerda). Apesar da baia ter um formato tridimensional com baias de diferentes tamanhos, a mesma pode ser representada, sem perda de generalidade, por um formato tridimensional com baias de mesma capacidade, em particular um vetor de matrizes. Então, uma baia pode alocar no máximo  $R \times C$  contêineres. É assumido também que todos os contêineres têm o mesmo tamanho e peso. O navio chega no porto 1 completamente vazio e sequencialmente ele visita os portos 2, 3, ..., N. Em cada porto  $i=1, \dots, N-1$ , o navio recebe o carregamento de contêineres com destino aos portos  $i+1, \dots, N$ . No último porto ele descarrega os contêineres e fica totalmente vazio. Seja  $T=[T_{ij}]$  a matriz de transporte de dimensão  $(N-1) \times (N-1)$ , onde  $T_{ij}$  é o número de contêineres com origem em  $i$  e destino em  $j$ . A matriz é triangular superior porque  $T_{ij}=0$  para todo  $i \geq j$ .

A formulação de programação linear inteira do PCCTP 3D é dada pelas Eqs. (7)-(12).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(x) = \alpha\phi_1(x) + \beta\phi_2(y) \\ & i = 1, \Lambda, N-1, j = i+1, \Lambda, N; \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{v=i+1}^j \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D x_{ijv}(r, c, d) - \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D x_{kji}(r, c, d) = T_{ij} \quad i = 1, \Lambda, N-1, j = i+1, \Lambda, N; \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^i \sum_{j=i+1}^N \sum_{v=i+1}^j x_{kji}(r, c, d) = y_i(r, c, d) \quad \begin{aligned} & i = 1, \Lambda, N-1, r = 1, \Lambda, R; \\ & c = 1, \Lambda, C; d = 1, \Lambda, D \end{aligned} \quad (3)$$

$$y_i(r, c, d) - y_i(r+1, c, d) \geq 0 \quad \begin{aligned} & i = 1, \Lambda, N-1, r = 1, \Lambda, R-1; \\ & c = 1, \Lambda, C; d = 1, \Lambda, D \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{j-1} \sum_{p=j}^N x_{ipj}(r, c, d) + \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{p=j+1}^N \sum_{v=j+1}^p x_{ipv}(r+1, c, d) \leq 1 \quad \begin{array}{l} i = 2, \Lambda, N, r = 1, \Lambda, R-1; \\ c = 1, \Lambda, C; d = 1, \Lambda, D \end{array} \quad (5)$$

$$x_{ijv}(r, c, d) = 0 \text{ ou } 1; y_i(r, c, d) = 0 \text{ ou } 1 \quad (6)$$

onde: a variável binária  $x_{ijv}(r, c, d)$  é definida de forma que assume o valor 1 se existir um contêiner no compartimento  $(r, c, d)$  que foi ocupado no porto  $i$  e tem como destino final o porto  $j$  e movido no porto  $v$ ; caso contrário assume valor zero. Por compartimento  $(r, c, d)$  entende-se a linha  $r$ , a coluna  $c$  e a baía  $d$  no compartimento de carga do navio. É necessário salientar que a numeração das linhas é feita de baixo para cima, assim a linha de número 5 está acima da linha de número 4, a numeração das colunas é feita da esquerda para a direita e a profundidade é iniciada da popa até a proa. Similarmente, a variável  $y_i(r, c, d)$  possui valor 1 se saindo do porto  $i$  o compartimento  $(r, c, d)$  for ocupado por um contêiner; caso contrário assume valor 0.

A restrição (2) é a restrição de conservação de fluxo, onde  $T_{ij}$  é o elemento da matriz de transporte que representa o número de contêineres que embarcam no porto  $i$  com destino ao porto  $j$ . A restrição (3) garante que cada segmento de rota tem pelo menos um único contêiner. A restrição (4) é necessária para garantir que existem contêineres embaixo do contêiner que ocupa o compartimento  $(r, c)$ . A restrição (5) é responsável por definir a movimentação dos contêineres: se um contêiner que ocupa a posição  $(r, c, d)$  é descarregado no porto  $j$ , então, ou não existem contêineres acima dele, ou o índice  $v$  do contêiner que ocupa o compartimento  $(r+1, c, d)$  não é maior que  $j$ .

A função objetivo da Eq. (1) possui é uma composição de dois diferentes critérios: o primeiro depende da movimentação dos contêineres,  $\phi_1(x)$ , e o segundo depende posição ocupada pelos contêineres em cada porto,  $\phi_2(y)$ . Os dois critérios podem ser combinados através de valores escalares fornecidos para os pesos  $\alpha$  e  $\beta$  dentro de um modelo de otimização bi-objetivo.

O termo  $\phi_1(x)$  relativo ao custo total de movimentação dos contêineres (assumindo que a movimentação de um contêiner possui um custo unitário e igual para todos os portos) em todos os portos é dado pela Eq. (7).

$$\phi_1(x) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \sum_{v=i+1}^{j-1} \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D x_{ijv}(r, c, d) \quad (7)$$

O termo  $\phi_2(y)$  é relativo à estabilidade do navio de acordo com a posição dos contêineres (assumindo que cada contêiner possui um peso unitário e igual para todos os portos) em todos os portos é dado pela Eq. (8).

$$\begin{aligned} \phi_2(x) = & \left( \left( \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D (y_i(r, c, d) \cdot (2 \cdot r - 1) / 2) \right) - R / 2 \right)^2 + \\ & \left( \left( \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D (y_i(r, c, d) \cdot (2 \cdot c - 1) / 2) \right) - C / 2 \right)^2 + \\ & \left( \left( \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D (y_i(r, c, d) \cdot (2 \cdot d - 1) / 2) \right) - D / 2 \right)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Infelizmente, o tamanho que o problema assume com a formulação dada pelas Eqs. (1)-(6) é proibitivo para problemas reais e só pode ser resolvido para problemas pequenos. Além disso, em (AVRIEL e PENN, 1993) é demonstrado que o PCCTP é um problema NP-Completo, justificando o emprego de heurísticas para encontrar boas soluções. Em particular, serão empregados *beam search*.

Outro problema é relacionado com a questão da representação da solução por meio de variáveis binárias. A formulação (1)-(6) é tal que para se representar uma solução de uma instância com  $D = 5, R=6, C = 50, P = 30$  serão necessárias  $D \cdot R \cdot C \cdot P^3$  variáveis  $x_{ijv}(r,c)$ , ou seja, 4050000 variáveis  $x$ , e  $D \cdot R \cdot C \cdot P$  variáveis  $y_i(r,c)$ , ou seja, 45000 variáveis  $y$ . Ou seja, um total de 40545000 variáveis para representar uma única solução.

### 3. Representação por Regras

Aqui será apresentada a representação matricial desenvolvida para a resolução PCCTP 3D. Esta representação tem a vantagem de ser compacta e de assegurar que todas as soluções geradas pelo método sejam factíveis.

Na Figura 1 viu-se que os navios possuem uma estrutura celular de modo que os locais onde os contêineres serão alocados são pré-determinados fazendo com que os contêineres sejam empilhados verticalmente. Este empilhamento sugere uma representação por meio de um vetor de matrizes dos contêineres no navio. Deste modo pode-se definir um vetor de matrizes de ocupação  $B$  que fornece a quantidade de espaços disponíveis e a localização dos contêineres no navio em cada porto. Para tanto, cada elemento do vetor de matrizes é uma matriz  $B_{drc}$  que representa o estado de uma célula  $(d,r,c)$ , isto é se  $B_{drc}=0$  significa que a célula que ocupa a baía  $d$ , a linha  $r$  e a coluna  $c$  está vazia e se  $B_{rc}=j$  significa que a célula contém um contêiner cujo destino é o porto  $j$ . Assim, no Exemplo da Figura 2, o elemento  $(1,2,2)$  pertencente a baía 1 ( $B_{1,r,c}$ ), linha 2 e coluna 2 é igual a 2 significando que neste local existe um contêiner que será descarregado no porto 2. De modo análogo, o elemento  $(3,1,1)=5$  significa que esta célula da terceira baía ( $B_{3,r,c}$ ), primeira linha e primeira coluna contém um contêiner cujo destino é o porto 5. Observando que a linha 1 representa o topo da pilha de carregamento e a linha 2 representa a parte inferior da pilha.

Cada vetor de matrizes  $B_{d,r,c}$  pode representa uma ocupação do navio de acordo com um desenho tridimensional. Assim, o vetor de matrizes  $B_{d,r,c}$  mostrado na Figura 2 será associado ao desenho tridimensional da Figura 3.

É importante observar que a matriz de carregamento  $B$  é modificada em cada porto devido a entrada e saída de novos contêineres em cada porto, pois quando o navio chega num porto  $j$  é necessário realizar dois movimentos obrigatórios, a saber: descarregar os contêineres cujo destino é o porto  $j$  em questão e carregar os contêineres com destinos aos portos  $j+1, j+2, \dots, N$ . Então, para cada porto  $j$  foram estabelecidas regras para se fazer o carregamento e descarregamento dos contêineres.

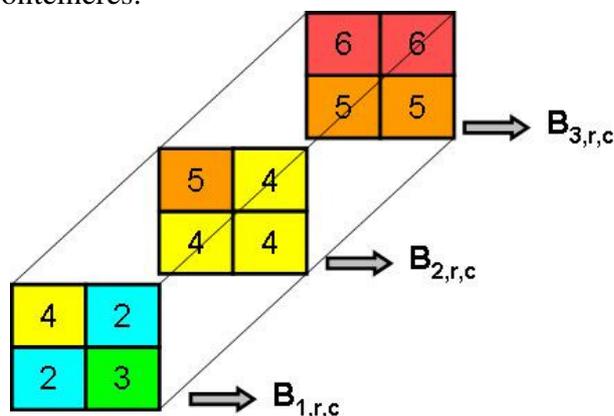
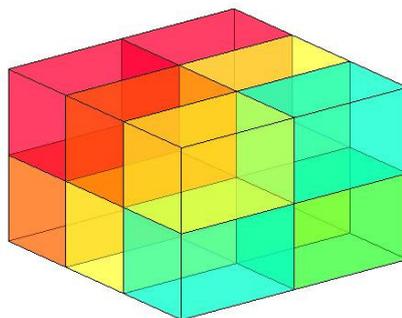


Figura 2: Matriz de Ocupação para navio com capacidade de 16 contêineres e transporte para 6 portos.



**Figura 3:** Representação tridimensional da Matriz de Ocupação mostrada na Figura 2.

Muitas vezes, para se fazer o descarregamento no porto  $j$ , de um contêiner cujo destino é o porto  $j$ , é necessário fazer operações de remanejamento dos contêineres cujo destino são os portos de  $j+1$  até  $N$ , porque a posição que eles ocupam na pilha está acima da posição do contêiner do porto  $j$ . Veja por exemplo que na matriz  $B$  da Figura 3, para se descarregar os contêineres do porto 2, serão necessário descarregar os contêineres contidos nas células  $(1,1,1)$ ,  $(1,2,1)$  e  $(1,2,2)$ . Assim, com intuito de reduzir o número de remanejamentos, ao se fazer o carregamento de contêineres num dado porto  $j$  deve-se levar em conta os contêineres que já estão no navio, porque foram embarcados nos portos anteriores (portos de 1 até  $j-1$ ) com destino aos portos  $j+1$  até  $N$ . Observe então que existe uma relação íntima entre as operações de carregamento e descarregamento, tendo em vista que, a forma como é realizado o carregamento num porto  $j$  vai influenciar no descarregamento a ser efetuado nos demais portos (portos de  $j+1$  até  $N$ ). Portanto, para reduzir as operações de remanejamento é necessário estabelecer regras para o carregamento e descarregamento de contêineres em cada porto que leve em conta esta relação. Para tanto foram criadas doze regras, sendo seis para o carregamento (Rc1, Rc2, Rc3, Rc4, Rc5, Rc6) e duas para o descarregamento (Rd1, Rd2). A combinação de uma regra de carregamento com uma de descarregamento fornece a regra  $k$  para o porto  $j$ .

**Tabela 1:** Regras  $k$  a serem utilizadas em cada porto  $j$ .

Regra de carregamento	Regra de descarregamento	Regra $k$ usada no porto $j$
Rc1	Rd1	<b>1</b>
	Rd2	<b>2</b>
Rc2	Rd1	<b>3</b>
	Rd2	<b>4</b>
Rc3	Rd1	<b>5</b>
	Rd2	<b>6</b>
Rc4	Rd1	<b>7</b>
	Rd2	<b>8</b>
Rc5	Rd1	<b>9</b>
	Rd2	<b>10</b>
Rc6	Rd1	<b>11</b>
	Rd2	<b>12</b>

Observe na Tabela 1 que a regra 2 foi obtida utilizando a regra Rc1 para o carregamento dos contêineres e a regra Rd2 para o descarregamento. Isto foi feito com objetivo de se obter uma representação compacta da solução.

A aplicação destas regras em cada porto  $j$  vai atualizar a Matriz de Ocupação  $B_{rc}$  no porto  $j$ . Vale lembrar que inicialmente a matriz  $B$  está com todos seus elementos iguais a zero e ela começa a ser preenchida no porto 1. Para melhor ilustrar a utilização das regras, será utilizada a matriz de transporte  $T$ , que fornece a quantidade de contêineres que devem ser embarcados em cada porto  $i$  com destino a cada porto  $j$ , tal como dado na Figura 4. A capacidade e as dimensões adotadas para o navio são as mesmas apresentadas na Figura 2.

	D2	D3	D4	D5
O1	2	5	0	0
O2	0	2	3	1
O3	0	0	2	2
O4	0	0	0	1

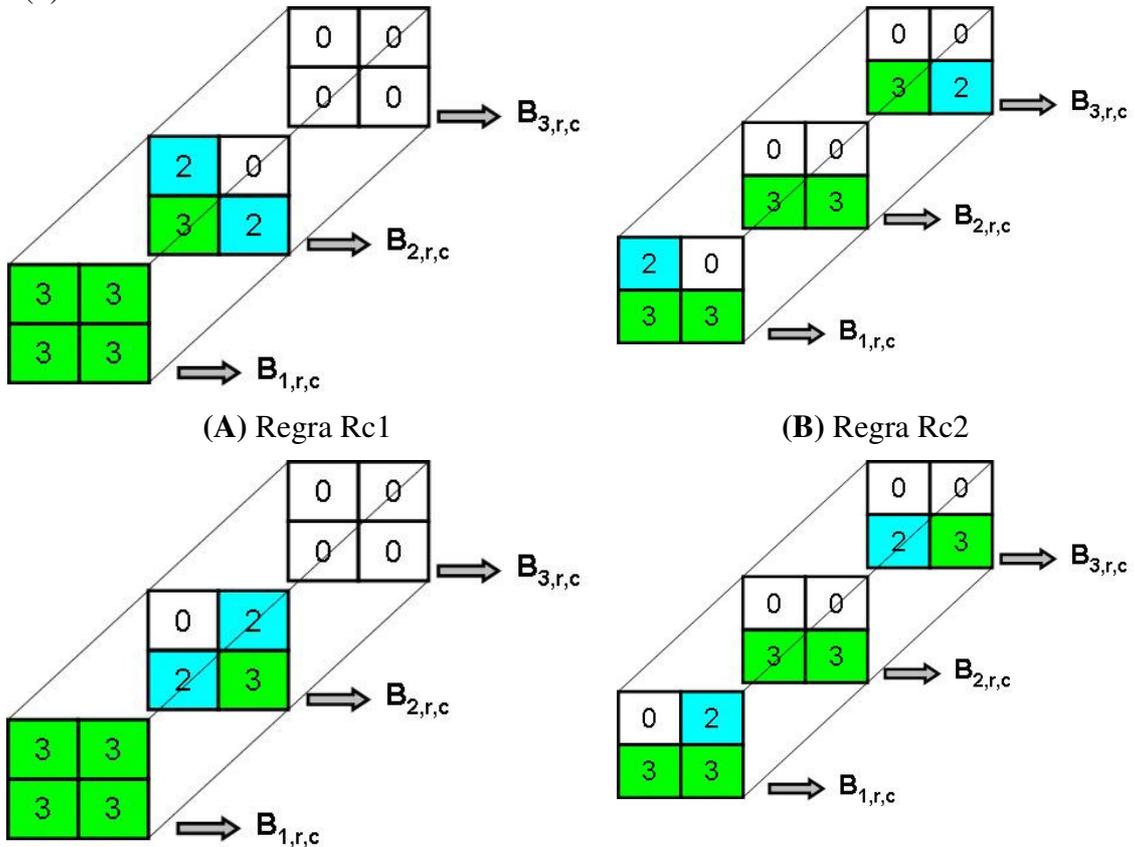
Figura 3: Matriz de transporte T.

Para fins de clareza na descrição do funcionamento das regras será suposto que o navio está no porto 1 para as regras de carregamento e porto 2 para as regras de descarregamento.

### Regras de Carregamento

**Regra Rc1:** Esta regra preenche a matriz de ocupação B (no porto  $p$ ) por baía, começando da primeira até a última linha, da esquerda para a direita, colocando na parte inferior da pilha de cada baía as cargas cujo destino é mais distante. A Aplicação desta regra considerando a matriz T da Figura 3 e que o navio se encontra no porto 1, resultará na matriz B da Figura 4(a).

**Regra Rc2:** Esta regra preenche a matriz de ocupação B (no porto  $p$ ) por linha começando da primeira até a última baía, da esquerda para a direita, colocando na parte inferior da pilha de cada linha as cargas cujo destino é mais distante. A Aplicação desta regra considerando a matriz T da Figura 3 e que o navio se encontra no porto 2, resultará na matriz B da Figura 4(b).



ERROR: stackunderflow  
OFFENDING COMMAND: ~

STACK: