MODELOS DE VOLATILIDADE MULTIVARIADOS E HEDGE DINÂMICO PARA O MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

Roberto Cavalcante Barcellos
Depto. de Engenharia Industrial – Escola Politécnica
Universidade Federal do Rio de Janeiro
e-mail: robertobarcellos@gmail.com

André Assis de Salles
Depto. de Engenharia Industrial – Escola Politécnica
Universidade Federal do Rio de Janeiro
e-mail: as@ufrj.br

RESUMO

Uma estratégia de *hedge* permite ao investidor que tem uma posição de compra ou venda de um ativo em determinado mercado proteção contra a flutuação dos preços desse ativo. Este artigo examina o desempenho de modelos de volatilidade no *hedge* de variância mínima no mercado de índice de ações. Este trabalho utiliza a volatilidade das séries temporais de retornos dos mercados de índice de ações à vista e futuro para implementar uma estratégia de *hedge*. Para examinar a performance do modelo de volatilidade na estratégia foi calculada a efetividade do *hedge*. O objetivo deste trabalho é investigar através da eficiência do hedge o modelo de volatilidade, dentre os disponíveis na literatura de finanças, que proporciona o melhor estimativa para a razão de *hedge* de mínima variância em estratégias realizadas com índice de ações negociado no mercado brasileiro.

PALAVARAS CHAVE: Mercado de Ações, Mercado Futuro, Volatilidade, Hedge.

ABSTRACT

The hedge strategies allow negotiators that have short and long positions of an asset in the market protection against this asset price fluctuation. This paper examines the performance of volatility models for minimum variance hedge in the stock index market. This work used the volatility of spot and future stock index time series returns to implement the hedge strategy. To examine the performance of the volatility model used in this strategy the hedge effectiveness was calculated. The objective of this work is to investigate through hedge efficiency the volatility model among the ones available in finance literature which provides the best estimate for minimum variance hedge ratio in strategies carried out with future contracts of stock index negotiated in the Brazilian market.

KEYWORDS: Stock Market, Future Market, Volatility Models, Hedge.

1. Introdução

Os índices de lucratividade do mercado de ações, ou simplesmente índices de ações, são indicadores utilizados em todas as principais bolsas de valores no mundo para indicar o desempenho de uma carteira composta pelas principais ações negociadas nessas bolsas. Esses índices podem ser definidos também como instrumentos, construídos a partir de uma carteira teórica composta dos títulos ou contratos mais negociados, que tem como objetivo mensurar o comportamento geral de mercados, ou setores, organizados, seja de títulos ou de commodities. Assim se constituindo em indicadores avançados da economia. No mercado brasileiro de ações, o índice mais empregado para representar o mercado de ações é o Índice da Bolsa de Valores de São Paulo – o Ibovespa, índice que representa o comportamento médio das principais ações mais negociadas do mercado brasileiro e tem sua composição modificada a cada 4 meses. Como forma de reduzir a volatilidade, ou exposição ao risco, de carteiras de ações, ou de investimentos em ações de uma maneira geral, foram criados instrumentos derivativos desses índices. Dada sua importância para a economia e, em especial, para o mercado de capitais, os derivativos desses índices são negociados em mercados organizados: de opções e de futuros. Esses mercados têm apresentado desde a sua criação um crescente aumento no volume financeiro negociado e uma alta volatilidade.

Este trabalho tem como motivação a relevância dos mercados de derivativos para gerenciar ou minimizar o risco, em particular, o de futuros de índices de ações. Os participantes de mercados de derivativos são especuladores, ou tomadores de risco, e *hedgers*, que buscam proteção para risco de suas posições no mercado à vista. Em mercados eficientes informacionalmente os preços futuros e à vista, ou *spot*, devem estar relacionados e se constituem em variáveis fundamentais para estudo de formação de preços e de *hedge*. Fazer *hedge* significa uma proteção contra variações adversas nos preços de ativos financeiros ou de *commodities*. Os instrumentos negociados em mercados de derivativos são muito utilizados para se realizar *hedg*e, dentre esses instrumentos estão os contratos negociados em mercados futuros. Para se verificar o desempenho da operação de *hedge* realizada faz-se necessário mensurar a efetividade do *hedge*, ou seja, a proporção do risco que pode ser eliminada por meio de uma estratégia de *hedge*. Dentre as várias estratégias utilizadas para operações de hedge tem-se a do *hedge* de variância mínima, que procura minimizar a variabilidade da posição, *long* ou *short*, em um ativo.

Além do objetivo do trabalho descrito na próxima seção: a seguir a seção 3 mostra um breve levantamento bibliográfico sobre a teoria de *hedge* e modelos de volatilidade, univariados e multivariados, apresentando os principais modelos utilizados para a realização de *hedge* com contratos futuros. A seção 4 trata da metodologia utilizada neste trabalho. Na seção 5 estão descritos os dados, ou a amostra utilizada. Enquanto a análise dos resultados obtidos e os comentários finais estão sexta e sétima seção, respectivamente.

2. Objetivos

O objetivo deste trabalho é verificar, através da efetividade do *hedge*, o desempenho de modelos clássicos multivariados de volatilidade, dentre os disponíveis na literatura de finanças, que proporciona a melhor estimação da razão de *hedge* de variância mínima, em estratégias realizadas com contratos futuros de índices de ações negociados no mercado brasileiro.

3. Modelos de Volatilidade

Para se estimar a razão de *hedge* de variância mínima devemos estimar os valores para as variâncias dos retornos à vista e futuro e também para a covariância entre eles. Assim na determinação da taxa ótima de *hedge* é fundamental além das estimativas das volatilidades, ou das variâncias, as estimativas da associação, ou das covariâcias, das séries temporais dos retornos dos ativos envolvidos no cálculo. A estimação da taxa ótima de *hedge* pode ser realizada através de vários métodos.

Assim como a taxa de hedge a estimativa da volatilidade pode ser feita através de diversas abordagens metodológicas. Um método muito utilizado é a estimação baseada em valores históricos, designada por volatilidade histórica, que leva em consideração apenas os valores da amostra. Outro método é a aplicação do modelo *Exponencial Weighted Moving Average* (EWMA). O modelo EWMA apresenta vantagens em relação a estimação da volatilidade histórica, pois a volatilidade reage rapidamente aos choques nos mercados dado que as informações recentes tem pesos maiores do que as informações mais distantes do passado e, como observado no relatório *Risk Metrics* do J.P. do Morgan Bank (ver Morgan (1996)), após uma grande alta, ou baixa, a volatilidade decai exponencialmente a medida que a variabilidade das observações de alta, ou de baixa, diminuem. Para se estimar a variância e a covariância através de modelos EWMA é necessário arbitrar valores iniciais, o que não constitui um problema pois a influência desses valores sobre os valores seguintes tendem a desaparecer com o aumento da amostra. Para estimar volatilidades de forma mais realista Engle (1982) desenvolveu o *Autoregressive Conditional Heterocedasticity Model*, ou simplesmente o modelo ARCH, com o intuito de estudar o comportamento da inflação no Reino Unido. O modelo ARCH consiste em estimar a variância condicionada a informações passadas, levando em consideração a heteroscedasticidade dos dados. Esse modelo de variância condicional deu origem é uma série de modelos formando uma família de modelos. Bollerslev (1986) apresentou uma generalização do modelo ARCH acrescentando mais um termo, além das variâncias passadas, os quadrados dos erros. Assim tem-se o *Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity Model*, ou simplesmente modelo GARCH. Posteriormente outra adaptação do modelo GARCH foi proposto por Engle e Bollerslev (1986) o modelo *Integrated* GARCH (IGARCH), semelhante ao modelo EWMA citado anteriormente. Outro modelo bastante utilizado é o ARCH-M, ou ARCH *in mean*, proposto por Engle *et al.* (1987), vem a ser um desenvolvimento do modelo ARCH para um modelo no qual a variância condicional influencia a média. Existem muitas outras variações do modelo proposto por Engle (1982) e Bollerslev (1986), dentre outros pode-se destacar: *Exponential* GARCH - EGARCH, *Threshold* GARCH - TGARCH, *Fractionally Integrated* GARCH – FIGARCH. Apesar de a variância condicional poder ser estimada pelos modelos ARCH e GARCH gerando boas estimativas, uma questão ainda continua em aberto, a estimação das covariâncias condicionais. Bollerslev *et al.* (1988) generalizaram o modelo GARCH-M para o caso multivariado. Esta generalização, designada por VECH, ao invés de usar escalares usa vetores e matrizes, e no lugar da variância utiliza-se uma matriz de variância-covariância. No artigo os autores adotaram uma simplificação na qual as matrizes dos coeficientes são diagonais e com isso reduz-se o número de parâmetros a serem estimados. Uma dificuldade encontrada no modelo VECH é a restrição para a matriz de variância-covariância que deve ser positiva definida. Assim Engle e Kroner (1995) propuseram uma nova parametrização designada por BEKK, as iniciais do nome de cada um dos seus autores Baba, Engle, Kraft e Kroner. O modelo BEKK não impõe a restrição do VECH e a matriz dos coeficientes é triangular superior, o que reduz o número de parâmetros a serem estimados pelo modelo. Ainda no modelo BEKK pode-se impor que as matrizes que multiplicam as matrizes dos resíduos e a matriz de variância-covariância sejam diagonais e a matriz de variância-covariância seja positiva definida transformando o modelo em BEKK diagonal. Esse modelo tem a vantagem de poder ser estimado mais facilmente do que o modelo completo, uma vez que as matrizes diagonais apresentam menos parâmetros do que as originais. Bollerslev (1990) propôs, também, um modelo multivariado no qual as variâncias e covariâncias variam no tempo, mas o coeficiente de correlação se mantém constantes. E uma extensão desse modelo proposto por Bollerslev é o modelo designado como *Dynamic Conditional Correlation* (DCC). Esse modelo, segundo Engle (2002), consiste em estimar os parâmetros em dois passos: as séries GARCH univariadas e depois a estimação das correlações. A seguir são apresentados a metodologia e os dados utilizados neste trabalho.

4. Abordagem Metodológica

A razão de *hedge* pode ser definida como o número de contratos futuros que se deve usar para proteger uma exposição ao risco no mercado à vista. Esta razão pode ser mensurada através do número de contratos futuros necessários para minimizar a variância do lucro "hedgeado". Através dos trabalhos de Johnson (1960) e Stein (1961), citados em Chance (1998), define-se o lucro como:

$$\Pi = \Delta S - h\Delta F \,, \qquad [\ 1]$$

onde Π é o lucro de uma operação de hedge, ΔS é a variação do preço spot, ΔF é a variação do preço futuro e h é o número de contratos futuros. A partir desta equação tem-se a variância do lucro dada pela equação 2, abaixo
:

$$\hat{\sigma}_{\Pi}^2 = \hat{\sigma}_{\Delta S}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta F}^2 h^2 + 2\hat{\sigma}_{\Delta S \Delta F} h \ . \qquad [\ 2]$$

Da derivada da equação da variância obtem-se o número ótimo de contratos futuros que miniminizam a variância do lucro com *hedge*, ou o parâmetro *h*, que é dado por:

$$h = -\frac{\hat{\sigma}_{\Delta S \Delta F}}{\hat{\sigma}_{\Delta F}^2} \qquad [\ 3]$$

Caso o *hedge* fosse de venda a variação no preço à vista teria sinal negativo na equação do lucro e a expressão acima teria valor positivo. A razão de *hedge* de variância mínima é a relação entre o risco assumido e a posição no mercado futuro, como observado na seção anterior, a razão de *hedge* minimiza a variância da posição do *hedger*. Esta razão pode ser estimada pela formula 4, a seguir:

$$h = \hat{\rho}\frac{\hat{\sigma}_S}{\hat{\sigma}_F} \qquad [\ 4]$$

onde: σ_S é a variância do retorno no mercado spot; σ_F é a variância do retorno no mercado futuro; ρ é o coeficiente de correlação entre os retornos spot e os retornos futuros. Sendo a variável x o retorno spot e y o retorno futuro, a estimativa do coeficiente de correlação pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\hat{\rho} = r_{xy} = \frac{COV(x;y)}{\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y} \qquad [\ 5]$$

A efetividade do *hedge* é definida como a proporção da variância eliminada através do *hedge* e pode ser calculada, como observado em Hull (2005) da seguinte forma:

$$\hat{\rho}^2 = h^2 \frac{\hat{\sigma}_F^2}{\hat{\sigma}_S^2} \qquad [\ 6]$$

Para tomada de decisão dos investidores é necessário o cálculo do número de contratos necessários para se realizar o *hedge*. O número ideal de contratos pode ser calculado pela fórmula:

$$N^* = h \frac{Cotação.Spot}{Cotação.Futura} \qquad [\,7]$$

Na estimativa dos parâmetros, das expressões apresentadas anteriormente, foram utilizados modelos de volatilidade. Esses modelos escolhidos para este trabalho foram modelos ARCH e GARCH multivariados, citados anteriormente. E para o cálculo da estimativa da média dos retornos *spot* e futuro, designados por *r*, foi utilizado um modelo autoregressivo de ordem p, ou AR(p). O modelo utilizado neste trabalho foi o AR(1) para duas séries retornos do mercado *spot* e do mercado futuro. Assim, para o caso bivariado pode ser expresso da seguinte forma, onde o operador “ • “ representa o produto de Hadamard para vetores e matrizes:

$$\begin{bmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1,1} \\ b_{1,2} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} r_{1,t-1} \\ r_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix} \qquad [\,8]$$

A variação do modelo autoregressivo utilizado neste trabalho foi feita retirando-se o intercepto, ou o parâmetro *a*, do modelo. Além desses modelos para média foi estimado um modelo somente com o parâmetro *a*, que pode ser expresso pela equação 9 a seguir.

$$\begin{bmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix} \qquad [\,9]$$

No que se aos modelos para variância e covariância foram utilizados os modelos VECH e BEKK, nas variações ARCH e GARCH, e o DCC. O modelo VECH-diagonal apresentado por Bollerslev *et al.(*1988) consiste em estimar a equação 10 proposta por Ding e Engle (2001):

$$H_t = C + D \bullet e_{t-1}e'_{t-1} + G \bullet H_{t-1} \qquad [10]$$

Neste trabalho foram estimados os modelos bivariados para o modelo ARCH(1) e o modelo GARCH(1,1) que podem ser representados, respectivamente, pelas fórmulas a seguir:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e^2_{1,t-1} \\ e_{2,t-1}e_{1,t-1} \\ e^2_{2,t-1} \end{bmatrix} \qquad [11]$$

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e^2_{1,t-1} \\ e_{2,t-1}e_{1,t-1} \\ e^2_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \qquad [12]$$

Estas matrizes de coeficientes podem ser parametrizadas de diferentes maneiras: sem restrições, matrizes indefinidas; com restrições, matrizes de posto completo, para garantir que a matriz de variância-covariância seja positiva semi-definida; e com restrições de matrizes diagonais. Para um maior aprofundamento dessas restrições pode-se ver Ding e Engle (2001). O modelo BEKK empregado neste trabalho pode ser representado pelas equações 13 e 14, respectivamente, na sua forma geral e na sua variação ARCH.

$$H_t = C'C + \sum_{i=1}^{q} D_i^{'} e_{t-i} e_{t-i}^{'} D_i + \sum_{j=1}^{p} G_j^{'} H_{t-j} G_j \qquad [13]$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} e_{1,t-1}^2 & e_{1,t-1}e_{2,t-1} \\ e_{2,t-1}e_{1,t-1} & e_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix} \quad [14]$$

O outro modelo multivariado utilizado foi o DCC que pode ser representado pelas equações 15 e 16 descritas adiante, onde H representa a variância condicional e D é uma matriz estocástica diagonal:

$$H_t = D_t \Gamma D_t \ . \quad [15]$$

Bollerslev (1990) observa que H_t será positiva definida para todo t, se e somente se cada uma as variâncias condicionais forem bem definidas e Γ for positiva definida. Para o caso bivariado o modelo assume a forma da equação 16, a seguir:

$$H_t = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix}. \quad [16]$$

Os modelos escolhidos foram estimados através do *software Econometric Views*. Dentre todos os modelos estimados foram selecionados, com base nos critérios de seleção de modelos, 18 modelos, sendo 9 para o modelo ARCH(1) e 9 para o modelo GARCH(1,1). Dentre estes 9 modelos, 3 foram estimados para cada modelo de média condicional. Para cada modelo de média condicional foram estimados: um modelo VECH, um modelo BEKK e um modelo DCC. Além disso foram estimados modelos com erros normalmente distribuídos e com erros seguindo uma distribuição t de Student com número de graus de liberdade estimados em um intervalo de 2 a 10. Foi escolhido um modelo ARCH(1) e um modelo GARCH(1,1) dentre todos os estimados. Os critérios de seleção de modelos aplicados foram: o critério de informação de Akaike (AIC) sugerido por Akaike (1974), o critério de informação de Schwartz (BIC) proposto por Schwarz (1978) e o critério de informação de Hannan-Quinn (HQ) proposto por Hannan *et al.*(1979). Com os resultados dos modelos foram calculadas razão de *hedge* e de eficiência do *hedge* de forma a identificar aquele que apresentou o melhor desempenho.

5. Dados Utilizados

Para o estudo do *hedge* com mercados futuros foram utilizadas cotações de fechamento diário do índice de lucratividade de ações da BM&FBOVESPA, o Ibovespa no mercado à vista e futuro. Foi selecionado o contrato de fevereiro de 2009. A periodicidade dos dados foi do início da negociação do contrato selecionado até o seu vencimento, de janeiro de 2005 até fevereiro de 2009. Os dados foram obtidos nos *web-sites*: www.cmcapitalmarkets.com.br e www.bmfbovespa.com.br. O gráfico da Figura 1, a seguir, mostra a evolução das cotações do Ibovespa nos mercados à vista e do mercado futuro. A linha mais escura corresponde as cotações do mercado à vista. De acordo com o gráfico as cotações do Ibovespa apresentaram desde 2005 uma tendência crescente atingindo seu ápice próximo de 17/04/2008, o mesmo acontecendo com a série de cotações futuras para o contrato fevereiro 2009. Após este período, as cotações apresentaram uma tendência decrescente até o final deste ano tornando a retomar a tendência de crescimento no início de 2009 pois estava chegando a data de vencimento deste contrato. É possível perceber o comportamento da base ao longo do período de negociação. A base ao longo do período foi diminuindo chegando à zero na data de vencimento do contrato.

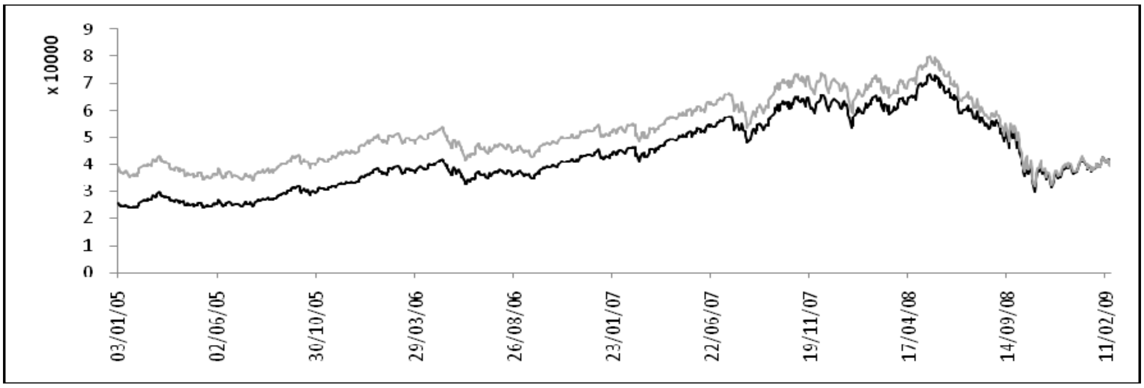

Figura 1 – Evolução das Cotações do Ibovespa no Mercado *Spot* e Futuro

Além do estudo das séries com as cotações diárias do índice, foram utilizadas neste trabalho séries de retornos das cotações dos índices, ou da variação diária. O retorno para cada dia *t* foi calculado da seguinte forma:

$$R_t = \ln\left(\frac{Ibovespa_t}{Ibovespa_{t-1}}\right) . \qquad [17]$$

A seguir dois gráficos da Figura 2 apresentam a evolução dos retornos do mercado *spot*, no gráfico da esquerda, e do mercado futuro, no gráfico da direita. As séries dos retornos spot e futuro do contrato fevereiro de 2009 não apresentam tendência. Os únicos efeitos significativos são os de variabilidade. Pode-se perceber também a similaridade das séries, pois a volatilidade apresenta pouca variação durante grande parte do período de negociação e a partir de 15/09/2008 ocorre um grande aumento e concentração, este período antecede a crise financeira global de 2008.

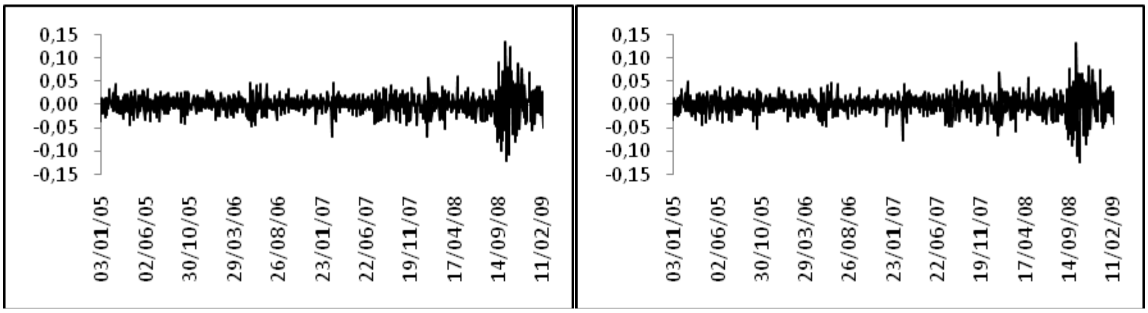

Figura 2 – Evolução dos Retornos do Ibovespa no Mercado *Spot* e Futuro, á direita.

Estatística	Spot	Futuro
Média	0,0004	0,0000
Mediana	0,0015	0,0014
Quartil 1	-0,0097	-0,0113
Quartil 3	0,0122	0,0122
Mínimo	-0,1210	-0,1236
Máximo	0,1368	0,1325
Desvio Padrão	0,0219	0,0218
Assimetria	-0,0474	-0,2454
Curtose	8,3717	6,9913
Jarque-Bera	1229,11	688,63
Teste ADF	-1,1547	-1,3325
	(0,0555)	(0,0931)
Nº de Observações	1022	1022

Tabela 1 – Resumo Estatístico dos Retornos

A Tabela 1 mostra um resumo estatístico com retornos do Ibovespa à vista e futuro. Os dados mostram que a distribuição dos retornos apresenta uma pequena assimetria, o que pode ser comprovado pelos coeficientes de assimetria muito próximos de zero. Os coeficientes de curtose das duas séries são muito altos. Comparando-se com a distribuição normal, pode-se dizer que são menos achatadas, leptocúrticas. Deve-se observar que a série *spot* são mais leptocúrticas que a série de retornos futuros. Percebe-se também que a séries de retornos futuros têm maior assimetria e maiores coeficientes de variação. As séries apresentam excesso de curtose nas séries de retornos pelo decaimento muito rápido para as caudas. Dessa forma deve se suspeitar que as séries de retornos não se aproximam de uma distribuição normal. O teste de Jarque-Bera confirma essa suspeita pois seus valores são muito altos para duas séries o que leva a não aceitação da hipótese de normalidade. Analisando as séries de retornos *spot* e futuro, percebe-se que as série de retornos têm comportamento de séries estacionárias. Para verificar essa hipótese foram realizados testes de Dickey-Fuller aumentado – ADF, e os resultados das estimativas do parâmetro de interesse com o respectivo erro padrão estão entre parênteses, confirmando a estacionariedade das duas séries de retornos. Implementados no *software* Eviews, o teste ADF para os retornos do mercado à vista foi realizado com duas defasagens, ou com um número de *lags* igual a 2, enquanto o teste para futuro o número de defasagens foi de 6. Na seção seguinte estão os resultados obtidos com os dados aqui apresentados e os comentários finais do trabalho.

6. Análise dos Resultados Obtidos

Os modelos ARCH e GARCH multivariados selecionados foram os modelos VECH diagonal com matrizes indefinidas e distribuição de erros t de Student. Através da Tabela 2, adiante com as medidas estatísticas resumo observa-se que a maior média ocorreu para o modelo ARCH. Enquanto a menor variabilidade ocorreu para o modelo GARCH.

Modelos	Média	Mediana	Desvio Padrão	Coef. de Variação
ARCH	0,9790	0,9817	0,0114	1,1653
GARCH	0,9767	0,9786	0,0093	0,9509

Tabela 2 – Medidas Estatísticas Resumo para Efetividade do *Hedge*

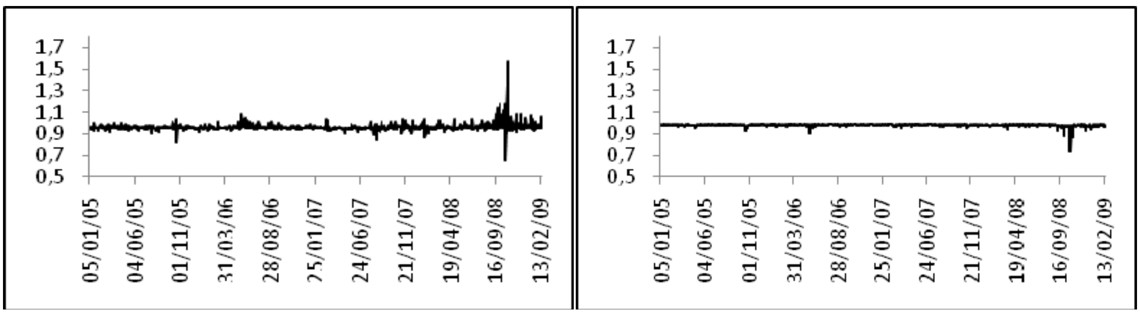

Figura 3 – Série da Razão de Hedge e da Efetividade de Hedge obtidas com o modelo ARCH

O resultado do cálculo da razão de *hedge* de variância mínima e da efetividade do *hedge* pode ser observado através dos gráficos mostrados: acima na Figura 3, com resultados obtidos do modelo ARCH; e a seguir na Figura 4, com resultados obtidos do modelo GARCH. Os gráficos mostram a variação no tempo das séries estimadas de razão de *hedge* de variância mínima e efetividade do *hedge* para cada modelo de volatilidade: ARCH e GARCH. A observação desses gráficos confirma os resultados mostrados na Tabela 2.

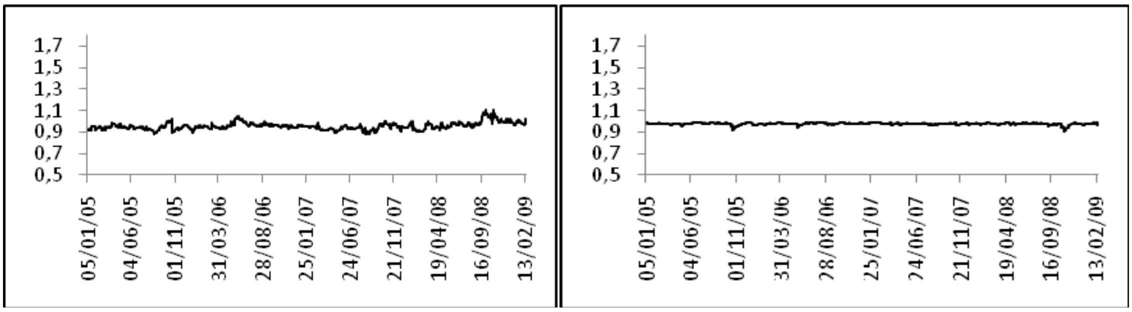

Figura 4 – Série da Razão de Hedge e da Efetividade de Hedge obtidas com o modelo GARCH

O modelo que apresentou o melhor desempenho quanto a efetividade do hedge para o contrato fevereiro 2009 foi o modelo ARCH, VECH Diagonal com restrições de matrizes indefinidas e distribuição dos erros t de Student, quando observa-se a média das efetividades obtidas com as séries de volatilidades. No entanto no que se refere a variabilidade o modelos GARCH, VECH diagonal com matrizes indefinidas e distribuição dos erros t de Student apresenta uma melhor performance.

7. Comentários Finais

Este trabalho buscou verificar qual o melhor método, dentre os aqui selecionados, para se estimar a razão de hedge de mínima variância para um contrato futuro de Índice Bovespa. Pode-se inferir que o melhor método para estimar esta razão para todos os contratos foi o modelo de média condicional seguindo modelo Autoregressivo de ordem 1 com intercepto e modelo para covariâncias seguindo modelo AR(1)-ARCH(1) - Vech Diagonal. Para este modelo as restrições foram: matriz dos coeficientes indefinida, matriz para o processo ARCH indefinida e distribuição dos erros seguindo distribuição t de Student. Este modelo se ajustou melhor aos dados como pode-se observar através da efetividade do hedge. Dessa forma, pode-se dizer que os objetivos foram atingidos. Em trabalhos futuros outros modelos de volatilidade devem ser testados, assim como outras estratégias de hedge, além da utilizada neste artigo.

O método aqui utilizado pode ser estendido para outros ativos financeiros ou *commodities*. Cabe destacar que as conclusões aqui obtidas podem servir de subsídio para investidores institucionais, administradores de carteiras e de fundos de ações e os investidores do mercado acionário, em geral, que procuram se proteger contra o risco futuro de suas posições no mercado de ações brasileiro.

Referências

Akaike, H. (1974), A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19, n.6, pp. 716-723.

Bollerslev, T. (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Journal of Econometrics, v.31, n.3, pp. 307-327.

Bollerslev, T., Engle E, R. F., Wooldridge, J. M. (1988), A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances, The Journal of Political Economy, v.96, n. 1, pp. 116-131.

Bollerslev, T. (1990), Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model, The Review of Economics and Statistics, v.72, n.3, pp. 498-505.

Chance, D. (1998), An Introduction to Derivatives. Orlando, FL: Dryden Press.

Ding, Z., Engle, R., Large Scale Conditional Covariance Matrix Modeling, Estimation and Testing, 2001. Disponível em: http://ssrn.com/abstract=1296437. Acesso em: 29 jul 2010.

Engle, R. (1982), Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of The United Kingdom Inflation, Econometrica, v.50, n.4, pp. 987-1007.

Engle, R. (2002), Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate GARCH models, Journal of Business and Economic Statistics, v.20, n.3, pp. 339-350.

Engle, R., Bollerslev, T. (1986), Modeling the Persistence of Conditional Variances, Econometric Reviews, v.5, n.1, pp.1-50.
Engle, R., Lilien, D., Robins, R. (1987), Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model, Econometrica, v.55,n.2, pp.391-407.
Engle, R., Kroner, K. (1995), Multivariate Simultaneous Generalized Arch, Econometric Theory, v.11,n.1, pp.122-150.
Hannan, E., Quinn, B. (1979), The Determination of the Order of an Autoregression, Journal of the Royal Statistical Society. Series B , v.41, n.2, pp. 190-195.
Hull, J. (2005), Fundamentos dos mercados futuros e de opções. Tradução de Marco Aurélio Teixeira: 4 ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros.
Johnson, L. L. (1960), The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures, The Review of Economic Studies, v.27, n.3, pp. 139-151.
Morgan, J. P., Reuters, RiskMetrics™ Technical Document., 4 ed. New York, J. P. Morgan Bank 284 p., 1996 Disponível em: <http://www.riskmetrics.com/system/files/private/td4e.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2010.
Stein, J. L. (1961), The Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices, The American Economic Review, v.51, n.5, pp. 1012-1025.
Schwarz, G. (1978), Estimating the Dimension of a Model, The Annals of Statistics, v.6, n.2, pp. 461-464.