

MODELOS DE TRANSPORTE DE CARGAS: UMA ABORDAGEM EXPLORATÓRIA DOS PRINCIPAIS MODELOS DESENVOLVIDOS NAS DÉCADAS DE 70, 80 E 90

David Leite Carrilho (M.Sc)

carrilholeite@gmail.com

José Eugênio Leal (D.Sc)

jel@puc-rio.br

Departamento de Engenharia Industrial - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea – Rio de Janeiro, RJ – Brasil – 22451-900

RESUMO

Os modelos de transporte de cargas foram pouco estudados devido às dificuldades inerentes a cada caso. Contudo, com o aumento da necessidade de ferramentas que possibilitam planejar o transporte de cargas de forma mais eficiente, surgiu um forte interesse por parte dos pesquisadores em formular modelos para atender tal demanda. Várias abordagens foram dadas aos diferentes tipos de fenômenos de transporte, tendo como consequência uma grande variedade de modelos. Neste contexto, o presente artigo tem como objetivo fazer uma breve revisão dos principais modelos de transportes de cargas desenvolvidos nas últimas décadas, por meio de uma pesquisa da literatura existente, buscando identificar e descrever os mesmos.

Palavras-chave: Fluxo em rede, Modelos de alocação, Transporte de cargas.

ABSTRACT

The models of cargo transportation have received few attentions due to difficulties found in each case. However, with the increasing need for tools that enable planning cargo transportation more efficiently, researchers have started to formulate models to meet this demand. Different approaches were given to the several kinds of transport phenomena, which resulted in a wide variety of models. In this context, the present work aims to make a brief review of the main cargo transport models developed in these last decades, through a research literature survey, seeking to identify and describe such models.

Key-word: Flow Network, Allocation Network Model, Freight Transportation.

1. Introdução

Os modelos de redes de transporte foram extensivamente estudados com ênfase na previsão de fluxos de passageiros, entretanto os modelos de transporte de carga foram pouco abordados em decorrência da complexidade inerente a cada caso (GUÉLAT *et. al.*, 1990). A necessidade de planejar o transporte de carga de forma mais eficiente, tanto no âmbito do setor privado quanto na esfera governamental, levou a uma acentuada demanda por tais modelos de rede. Desse modo, observa-se um sensível interesse por modelos de redes de transporte de cargas, os quais pudessem ser utilizados como ferramentas de apoio na tomada de decisão. Houve um aumento na oferta desses modelos por parte dos pesquisadores, os quais passaram a dar ênfase no estudo de transporte de cargas. Tais modelos buscam representar e explicar, a partir do comportamento dos agentes individuais, a escolha de rotas e também prognosticar e conceituar o comportamento de diferentes agentes correlacionados na movimentação de carga.

Neste contexto, o objetivo desse artigo foi fazer uma breve revisão bibliográfica dos principais modelos de transportes de cargas, tendo como período de estudo as últimas três décadas do século XX, devido à grande variedade de modelos e aos avanços

ocorridos nessa época. O artigo pretende também servir como guia referencial para modelos de transporte de cargas para os pesquisadores que tenham interesse nessa área. Para tanto, foi utilizado como base os trabalhos realizados pelos seguintes autores: Fernández (1997), Jacques Guélat *et. al.* (1990), Pompermayer (1997) e Florian & Hearn (1995). Os modelos são apresentados dos mais simples aos mais robustos como o modelo de equilíbrio espacial de preço e o modelo de planejamento estratégico multimodal-multiproduto; sendo abordadas de forma sucinta suas fundamentações, objetivos e a formulação matemática. Por fim, um quadro com a síntese dos modelos é apresentado.

2. PRIMEIROS MODELOS DE REDE DE TRANSPORTES DE CARGA

2.1. *Harvard-Brookings model* (1966)

O modelo é simples, no qual os “*links* diretos” representam a rede física; não levando em consideração os efeitos de congestionamento nos arcos. Para tanto, utilizou-se uma rede multimodal composta pelos transportes rodoviário, ferroviário, aeroviário e aquaviário, distinguindo diferentes transportadoras e produtos. Na simulação é considerado apenas o comportamento dos embarcadores (*shippers*), os quais são os únicos representados no modelo (M. FLORIAN *et. al.*, 1995).

Os custos de operação dos modos de transportes são considerados constantes. A seleção dos modos e as rotas são obtidas através do cálculo do menor caminho sobre a rede multimodal, para cada tipo de produto separadamente. O cálculo é feito de acordo com o tipo do produto e os custos de transportes são utilizados em dois submodelos de distribuição: i) Koppmans-Hitchkok (KH), que calcula os fluxos de origem e destino para produtos homogêneos de baixo valor agregado; ii) modelo gravitacional padrão (Isard, 1975) para produtos especiais de alto valor agregado (FERNÁNDEZ & CEA, 1995). Para geração de viagens de O/D (origem/destino) é usado o modelo macroeconômico separado e a sua distribuição é feita utilizando-se o modelo gravitacional.

2.2. Modelo Peterson (1975)

O modelo tem como referência a abordagem da otimização sistêmica para desenvolver o modelo ferroviário, utilizando de forma alternativa os princípios do comportamento de *Wadrop*, com o objetivo de modelar as decisões dos operadores de transporte. A sua formulação se fundamenta em um problema de programação matemática, visando minimizar as funções não lineares do tempo de viagem sobre os arcos da rede. As funções de fluxo são agregadas e as restrições seguem a típica conservação de não negatividade dos fluxos (FERNÁNDEZ & CEA, 1995); a solução é dada utilizando o algoritmo de *Frank-Wolf* proposto por Leblanc *et al.* (1975). Nesse modelo é relevante destacar que a demanda por transporte é constante e determinada de forma exógena, considerando apenas um tipo de produto e operador.

2.3. *Transportation Network Model* – TNM (1980)

O modelo TNM passou por três fases de refinamentos em sua formulação. Na primeira fase foram estudados os efeitos de cargas do usuário sobre o sistema de navegação interior. A rede de transportes é constituída de nós e arcos de ligações, os quais são utilizados como parâmetros para análise das variáveis, tais como: capacidade, tempo de trânsito e custo. O modelo ainda inclui ligações de acesso para conectar a rede até os locais de origem, como também as ligações de transferências entre os modos ferrovia e rodovia. A formulação do modelo parte das seguintes suposições: i) o transporte de cargas é roteirizado pelas decisões dos embarcadores (*Shippers*); ii) o

custo é uma combinação linear entre custo e tempo dado em dólares. A alocação do fluxo na rede é realizada utilizando o algoritmo “tudo-ou-nada” (OLIVEIRA, 2007). A segunda fase de aperfeiçoamento do modelo foi realizada pelo Centro de Sistemas de Transportes dos Estados Unidos. Nesse Centro se destacam os sensíveis melhoramentos na estruturação do modelo, que permitiram a especificação da função do custo de energia (a função custo de energia é considerada uma *commodity*) (OLIVEIRA, 2007). Já na terceira fase, ocorreu a substituição do algoritmo de alocação “tudo-ou-nada” por um algoritmo de equilíbrio, deixando o modelo mais robusto.

2.4. Modelo Friesz, Gottfried e Morlok (1986)

Consiste em um modelo sequencial expedidor-transportador que utiliza a combinação entre os dois critérios de otimização, o equilíbrio ótimo do sistema e o do usuário, que podem ser escritos da seguinte forma: a) os *shippers* (expedidores) selecionam os transportadores; b) as origens e os destinos dos produtos são baseados na percepção que eles têm sobre a rede de transporte (POMPERMAYER, 1997). O modelo é dividido em três partes, as quais são sequencialmente aplicadas: i) o submodelo dos *shippers* é um modelo simultâneo de geração, distribuição, escolha do modo de transporte e alocação de tráfego. Ele estima um padrão de fluxo, otimizado do ponto de vista do usuário, correspondente à minimização não cooperativa dos preços dos produtos distribuídos pelos expedidores. Esse padrão de fluxo define um conjunto de demandas O-D (origem-destino) de transportes e um roteamento multimodal em nível de super-arcos, o qual é utilizado como entrada para a segunda parte; ii) o algoritmo de decomposição. Este algoritmo transforma a configuração de fluxos em caminhos multimodais com demandas de transportes entre origens/destinos e modos específicos. Essas informações, por sua vez, constituem a entrada para a terceira etapa; iii) submodelo dos transportadores (*carriers*).

2.7. Modelo “Multicommodity Network Design Model” (1994)

Neste modelo a rede física é formada por nós, arcos físicos e lógicos, os quais representam pontos de coleta, distribuição e transbordo entre os modos de transportes; desses apenas três são considerados: rodoviário, ferroviário e hidroviário. A alocação do fluxo é realizada seguindo um equilíbrio estocástico do usuário, que prevê uma situação em que os usuários tenham apenas informações parciais sobre o congestionamento da rede, através do uso, em partes, do ótimo do usuário e do processo aleatório (POMPERMAYER, 1997).

No modelo são consideradas três opções de investimentos: i) adição de um novo arco físico ou de um arco lógico existente; ii) melhoramento de um arco físico ou de um arco lógico existente; iii) adição de um novo arco lógico à rede, desde que seja um novo ponto de transbordo intermodal. A minimização do custo total de transporte está sujeita às restrições de investimento total e os fluxos devem satisfazer às condições de equilíbrio estocástico do usuário.

3. 1. MODELOS SOFISTICADOS DE REDE DE TRANSPORTES DE CARGA

3.2. MODELOS DE EQUILÍBRIO DE REDE (1981)

Os modelos de equilíbrio de rede (*Network Equilibrium Models*) surgiram na década de 1980 com o objetivo de tratar de forma mais detalhada os problemas inerentes ao fluxo em rede. Isso porque os modelos anteriores são considerados menos robustos por simplificarem os problemas de alocação em rede como, por exemplo, congestionamento dos *links*. A classe bem estudada nesse tipo de modelo é o “*Spatial price equilibrium model*”, que é utilizado para prever os inter-fluxos de mercadorias.

O modelo citado aborda, simultaneamente, os fluxos de mercadorias entre regiões produtoras e consumidoras, bem como os preços de compra e venda que satisfaçam as condições de equilíbrio espacial.

Tal equilíbrio, portanto, é alcançado quando o preço de oferta da unidade da mercadoria somada com os custos de transportes for igual ao preço da demanda por unidade desta mercadoria; a soma dos preços da demanda deve ser maior que a soma dos preços de oferta para todos os pares, sem trocas (OLIVEIRA, 2007).

3.2.1 Formulação do modelo de equilíbrio de rede

A formulação do modelo de equilíbrio de rede se refere a um modelo descritivo para prever o fluxo nos *links* e do tempo de viagem resultante dos condutores de veículos, a partir das rotas escolhidas. Dessa forma, o modelo parte do pressuposto comportamental do princípio “ótimo do usuário” proposto por Wardrop (FLORIAN & HEARN, 1995). Tal princípio determina que os tempos de viagem em todas as linhas realmente usadas sejam iguais ou inferiores aos tempos de qualquer outra rota utilizada. Para satisfazer tal condição, os fluxos de tráfego são geralmente referidos como fluxo de “otimização do usuário”, onde cada usuário escolhe o melhor percurso de acordo com a sua percepção.

O modelo considera uma rede de transporte que permite fluxos de um tipo de tráfego entre os pares de O-D. Os nós i , $i \in N$, representam origens e destinos, e as interligações são dadas através dos arcos a , $a \in A$; sendo a origem e o destino da demanda dados através do fluxo nos links v_a , $a \in A$, e os custos de viagem dados pela função de custos do usuário $s_a(v)$, onde v é o vetor $(v_a)_{a \in A}$ de todos os fluxos na rede. A função de custos pode também modelar o atraso do tempo da viagem nos arcos ou demais custos como pedágio e combustível (sendo assumidas como não negativas). Já a demanda entre os pares de origem e destino p , t_p pode usar caminhos diretos k . O fluxo no caminho h_k satisfaz a não negatividade da conservação do fluxo:

$$\sum_{k \in K_p} h_k = t_p \quad \forall p \in P \quad (1.0)$$

$$h_k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (1.1)$$

Onde P é o conjunto dos pares de origem e destinos, K_p é o conjunto de pares O-D p , e K é o conjunto de todos os caminhos, isto é, $K = \bigcup_{p \in P} K_p$. Os links correspondentes aos fluxos são dados por:

$$v_a = \sum_{p \in P} \sum \delta_{ak} h_k \quad \forall a \in A \quad (1.2)$$

Onde:

$$\delta_{ak} = \begin{cases} 1 & \text{se o link } a \text{ pertence ao caminho } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Denota-se o Δ como $|A| \times |K|$ da matriz de incidência (δ_{ak}) . $v = \Delta h$, onde h é o vetor $(h_k)_{k \in K}$ do trajeto de fluxo de todos os pares de origem e destino. O custo $s_k (= s_k(h_k))$ de cada caminho K é a soma dos custos dos usuários nos arcos que pertence k .

$$s_k = \sum_{a \in A} \delta_{ak} s_a(v) = \sum_{a \in A} \delta_{ak} s_a(\Delta h) \quad \forall k \in K_p, p \in P \quad (1.3)$$

Sendo $u_p (= u_p(h))$ o custo no caminho de O-D no par p :

$$u_p = t_p(u) \quad \forall p \in P \quad (1.4)$$

Para cada $p \in P$, a demanda de viagens t_p é dada pela função $t_p(u)$ onde u é o vetor de custo mínimo do volume de viagens, $(u_p)_{p \in P}$, para todos os pares de O-D da rede:

$$t_p = t_p(u) \quad \forall p \in P \quad (1.5)$$

Seja T , $|K| \times |P|$, o caminho O-D da matriz de incidência $(\gamma_{kp})_{k \in K, p \in P}$, onde:

$$\gamma_{kp} = \begin{cases} 1 & \text{se o caminho } k \text{ liga os pares } p \text{ de } O-D \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Uma rede de equilíbrio que satisfaz o ótimo de usuário, segundo o princípio de Wardrop, para o fluxo no caminho $h^* = (h_k^*)$ e para os custos de viagens entre O-D $u^* = (u_p^*)$ é alcançado quando:

$$\text{se } h_k^* > 0 \text{ em seguida } s_k(h^*) = u_p^* \quad \forall k \in k_p, p \in P \quad (1.6)$$

$$u_p^* \leq s_k(h^*) \quad \forall k \in k_p, p \in P \quad (1.7)$$

$$h^* \geq 0, u^* \geq 0 \quad (1.8)$$

As restrições (1.0) e (1.1) são satisfeitas. As condições são reformuladas de acordo com modelo de equilíbrio de rede, desde que sejam determinadas as variáveis h^* e u^* por v^* e t^* de forma que satisfaçam as seguintes condições:

$$(s_k(h^*) - u_p^*)h_k^* = 0 \quad \forall k \in k_p, p \in P \quad (1.9)$$

$$s_k(h^*) - u_p^* \geq 0 \quad \forall k \in k_p, p \in P \quad (1.10)$$

$$\sum_{k \in K_p} h_k^* - t_p^*(u^*) = 0 \quad \forall p \in P \quad (1.11)$$

$$h^* \geq 0, u^* \geq 0 \quad (1.12)$$

A equivalência a partir da fórmula (1.9) é uma reafirmação da fórmula (1.6). Os fluxos de “otimização do sistema” são caracterizados pelo princípio normativo de Wardrop, que estipula que o tempo médio de viagem (ou equivalentemente o total do tempo de viagem) é minimizado. O fluxo otimizado do sistema é encontrado através da seguinte solução:

$$\min \sum_{a \in A} v_a s_a(v) \quad (1.3)$$

sujeito a (1.0), (1.1), e (1.2).

3.2.2 Formulação do modelo espacial de equilíbrio de preço (*Spatial price equilibrium mode*)

O modelo espacial de equilíbrio de preços parte da hipótese de dois mercados espacialmente separados, em que uma dada mercadoria é comercializada entre eles. Se tais mercados operam de forma independente, pelo fundamento da teoria econômica, o preço da mercadoria (*commodity*) em cada mercado irá chegar a um equilíbrio de acordo com a lei de oferta e procura; desse modo os preços de equilíbrio π_1^* e π_2^* são dados através da interação entre as curvas de oferta e demanda.

O fluxo de produto entre esses mercados ocorrerá se o custo de transporte das mercadorias - entre um mercado menos dispendioso para um mais custoso - não for excessivo. Dessa forma, teremos um novo sistema de equilíbrio de preço de mercado, onde os preços e as quantidades transportadas entre os mercados serão determinados. Para expressar matematicamente a formulação do modelo, deve-se assumir as seguintes variáveis: t_{12}^* para quantidades transportadas do mercado 1 para o mercado 2 por um

custo unitário c_{12}^* . As quantidades transportadas e os custos unitários do fluxo do mercado 2 para o mercado 1 são definidos da mesma forma. Os preços e quantidades obedecem às seguintes condições:

$$\pi_1^* + c_{12}^0 = \pi_2^* \text{ se } t_{12}^* > 0 \quad (2.0)$$

$$\pi_1^* + c_{12}^0 \geq \pi_2^* \text{ se } t_{12}^* = 0 \quad (2.1)$$

$$\pi_2^* + c_{21}^0 = \pi_1^* \text{ se } t_{21}^* > 0 \quad (2.2)$$

$$\pi_2^* + c_{21}^0 \geq \pi_1^* \text{ se } t_{21}^* = 0 \quad (2.3)$$

O objetivo é determinar os níveis de oferta no abastecimento dos centros de oferta e demanda, bem como, das quantidades embarcadas entre i e j , de forma que os custos de transporte e seus respectivos preços satisfaçam a condição (1.7). O modelo mais simples assume que π, ρ , e c são separadas da seguinte forma: $\pi_i = \pi_i(s_i), \rho_j(d_j)$ e $c_{ij} = c_{ij}(t_{ij})$. O preço de equilíbrio espacial pode ser formulado como uma equivalência de otimização convexa.

$$\min \sum_{i=1}^m \int_0^{s_i} \pi_i(x) dx + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_0^{t_{ij}} c_{ij}(y) dy - \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j} \rho_j(z) dz$$

Sujeito a: (2.4), (2.5), (2.6) e $t_{ij} \geq 0 \forall i, j$

Observa-se que o problema de otimização possui restrições semelhantes a uma estrutura de rede e suas derivações se aproximam do modelo de equilíbrio de tráfego, mesmo quando as funções não são separáveis. Neste sentido, o problema de equilíbrio espacial do preço pode ser convertido para um problema de equilíbrio de tráfego em redes.

É necessário definir o custo associado aos arcos (o, y_i) para ser $\pi_i(s)$ e aos arcos (x_i, y_i) para ser $c_{ij}(t)$; desse modo, uma unidade de mercadoria “viaja” de O para y_i via x_i , incidindo em um custo de “viagem” representado pela função $u_{pj} = \pi_i(s) + c_{ij}(t)$. Já para o equilíbrio do fluxo das mercadorias é utilizado o princípio de *Wardrop*.

$$\pi_i(s^*) + c_{ij}(t^*) = u_{pj}^* \text{ se } t_{ij}^* > 0 \quad (2.9)$$

$$\pi_i(s^*) + c_{ij}(t^*) \geq u_{pj}^* \text{ se } t_{ij}^* = 0 \quad (2.10)$$

Onde u_{pj} corresponde a $\rho_j(d^*)$ no problema de equilíbrio espacial. Assim, qualquer problema de equilíbrio espacial de preços é isomorfo a um problema de equilíbrio de rede. O resultado e os algoritmos que são aplicados nesse caso, em especial as condições de equilíbrio espacial de preços, são equivalentes a um problema de desigualdade variacional. Portanto, verifica-se que um $x^* = (s^*, d^*, t^*)$ satisfaz as equações (2.4 e 2.5) caso a condição de equilíbrio (2.7) satisfaça a desigualdade variacional $\emptyset(x^*) (x - x^*) \geq 0$, para todos os x onde $\emptyset(x^*) = (\pi(s), -\rho(d), c(t))$. Esse caso pode ser generalizado para o caso *multi-commodity*.

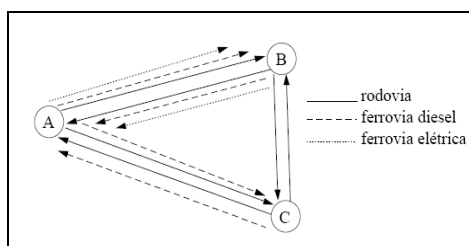
4.0. Modelo multimodal-multiproduto (1983)

Neste modelo, a rede suporta o fluxo de vários produtos em diversos modos, sendo o produto considerado como um bem particular, cujo fluxo é associado aos arcos que compõem a rede. O meio de transporte é representado por arcos, os quais possuem suas características como o tipo e capacidade do veículo e a função de custo inerente a sua operação. A rede é constituída por nós, arcos e modos, os quais representam as possibilidades de movimento na infraestrutura avaliada. Para representar tais arcos utiliza-se (i, j, m) , onde i é o nó de origem, $i \in N$, N é o conjunto de nós da rede, j é o nó de destino, $j \in N$, e m é o modo associado ao arco, $m \in M$, onde M é o conjunto

de modos disponíveis na rede. Já os arcos paralelos são utilizados na representação do caso em que mais de um modo de transporte é usado para transferir produtos entre dois nós adjacentes.

Para simplificar a representação da rede não são permitidas transferências intermodais. Uma versão menos detalhada dessa rede é a conexão de todas as cidades por arcos direcionados, considerando os modos de transporte como atributos dos arcos. Dessa forma, o arco (A,B) possui todos os meios de transportes permitidos, o arco (A,C) tem os modos ferrovia (diesel e elétrica) e rodovia, ao passo que o arco (B,C) possui disponível apenas o modo rodoviário.

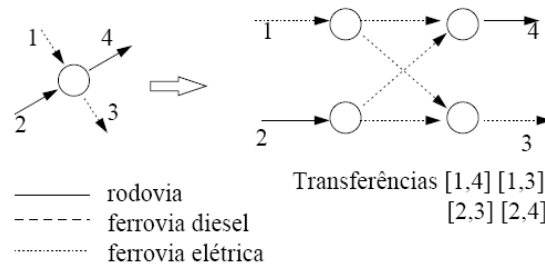
Tal representação, entretanto, possui uma grande desvantagem no atual modelo, pois se um fluxo único é associado a um determinado *link*. Este deve apenas representar o fluxo total sobre a ligação; os fluxos específicos de cada modo de transporte não são mantidos de forma explícita (GUÉLAT *et. al.* 1990). Além disso, as características físicas inerentes a cada infraestrutura modelada não são explicitadas neste tipo de apresentação. O mesmo problema ocorrerá com os fluxos de cada modo ao especificar as funções de custo e de atraso. De forma a solucionar tais desvantagens, faz-se necessário escolher uma representação de rede que permita a identificação dos fluxos de bens por modo, bem como das funções de custo e de atraso para cada modo de transporte. Para superar tal problema, utiliza-se arcos paralelos entre cada nó, sendo um para cada modo permitido, como se pode observar na figura 1.



Fonte: GUÉLAT *et. al.*, 1990.

Figura 1: Rede Física

Neste modelo (figura 1) nota-se que a rede se assemelha mais com a rede física real, uma vez que as infraestruturas ferroviárias e rodoviárias (fisicamente diferentes) são explicitadas no modelo. Entretanto, os arcos paralelos podem conduzir a dificuldades de implementação dos algoritmos de redes (GUÉLAT *et. al.*, 1990). Uma forma de solucionar tal impasse é fazer com que os arcos paralelos entre os nós adjacentes (os quais representam os modos) sejam estruturalmente diferentes. Isto é resolvido ao definir o arco como uma tríade (origem, destino e modo). Após definida a representação da rede, é necessário modelar as transferências intermodais. Para isso, deve-se determinar e associar os custos e atrasos apropriados para as transferências entre os modos, em certos nós da rede. Isto pode ser alcançado pela expansão (explosão) do nó, onde ocorrem as transferências pela adição de tantos nós quantos sejam os arcos entrando ou saindo do nó; e pela adição de arcos de transferências, entre estes nós, para constituir um grafo “bipartite” como se observa através da figura 2.



Fonte: GUÉLAT *et. al.*, 1990.

Figura 2: Rede Física

A explosão dos nós faz com que os mesmos sejam explicitados, aumentando o número de arcos na rede (figura 2). Por sua vez, os novos nós inseridos não representariam mais a rede física e os arcos de transferências tornar-se-iam multimodais ao em vez de monos-modais. Essa representação não exige a modificação explícita da rede, sendo essas transferências perfeitamente declaradas por um par de arcos, um chegando e o outro saindo. Dessa forma, os arcos de transferências não são inseridos à rede básica, sendo as transferências facilmente transmitidas em cada nó, representadas ou listadas, referentes apenas aos pares de arcos. Neste caso, diferente de outros modelos como o modelo de fluxo máximo, a capacidade do arco é um atributo, não sendo um componente explícito na apresentação. A capacidade será inserida na função custo do arco, onde o valor de fluxo ao aproximar-se da capacidade do arco elevará o custo, fazendo com que a utilização desde arco se torne proibitiva.

4.1.1 Formulação do modelo multimodal-multiproduto (ótimo do sistema)

A formulação do modelo multimodal-multiproduto tem o objetivo de minimizar os custos totais, servindo de instrumento para analisar o grau de otimização da rede e indicar alternativas de possíveis investimentos. Neste modelo, o conceito de custos é interpretado de forma generalizada, uma vez que poderá ter diversos componentes, tais como custos monetários, custos de atraso e custo de consumo de energia.

A rede consiste em um conjunto de nós N e de arcos A , onde $A \subseteq N \times N$, um conjunto de modos M e um conjunto de transferências T , onde $T \subseteq A \times A$, que são definidas como n_N , n_A , n_N , n_T , respectivamente. Para cada arco a , $a \in A$, é associada uma função $s_a(\cdot)$, que depende dos volumes de bens no arco ou do volume de bens nos outros arcos da rede. Semelhante à função de custos, $s_t(\cdot)$ é associada a cada transferência t , $t \in T$.

Já os produtos transportados na rede multimodal são denominados pelo índice p , $p \in P$, onde P é o conjunto de todos os produtos considerados com a sua cardinalidade n_p . Cada produto é enviado da origem o , $o \in N$, para os destinos d , $d \in D \subseteq N$, na rede considerada. A demanda por cada produto e para todos os pares de origem e destino (O/D) é especificada pelo conjunto de matrizes (O/D) para os subconjuntos correspondentes de modos. A escolha do modo é determinada fora do modelo. Seja $g^{m(p)}$ a matriz de demanda associada a um produto $p \in P$, onde $m(p)$ é um subconjunto de modos, que pertencem a $M(p)$ que, por sua vez, é o conjunto de todos os subconjuntos de modos, os quais são utilizados para transportar o produto p . Dessa forma, se necessário alocar uma dada matriz em alguns modos específicos, basta definir o subconjunto $m(p)$ associado a esta matriz com os modos desejados.

$$v^p = \begin{pmatrix} v_a^p, & a \in A \\ v_t^p, & t \in T \end{pmatrix} \quad (2.0)$$

O conjunto de fluxos do produto p , na rede multimodal, é denominado por v^p e consiste nos fluxos induzidos por estes produtos sobre os arcos e transferências. O fluxo de todos os produtos, na rede multimodal, é representado por $v = v^p, p \subseteq P$, que é um vetor de dimensões $n_p(n_a \times n_t)$. As funções com o custo médio $s_a^p(v)$ nos arcos e $s_t^p(v)$ nas transferências são dependentes de um dado vetor de fluxos v . Logo, esta condição de dependência de um vetor de fluxos v será relaxada, permanecendo o custo de um dado arco dependente apenas do fluxo. As funções de custo médio por produto são denotadas de forma similar àquela usada para o fluxo v^p , por $p \in P$, onde:

$$s^p = \begin{pmatrix} s_a^p, & a \in A \\ s_t^p, & t \in T \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

em que : $s = s_a^p, p \in P$, é um vetor $n_p(n_a \times n_t)$. (2.3)

O custo total do fluxo no arco $a, a \in A$, para o produto $p, p \in P$, é dado através do produto $s_a^p(v) \times v_a^p$. O custo total do fluxo de transferência dado por $t, t \in T$ é $s_t^p(v) \times v_t^p$. Já o custo total dos fluxos de todos os produtos sobre a rede multimodal é dado pela função de F , a qual deve ser minimizada.

$$F = \sum_{p \in P} \left(\sum_{a \in A} s_a^p(v) \times v_a^p + \sum_{t \in T} s_t^p(v) \times v_t^p \right) (s(v)^t v) \quad (2.4)$$

Sobre o conjunto de fluxos que satisfaz as restrições de conservação de fluxo e a não negatividade tem-se $K_{od}^{m(p)}$, sendo o conjunto de caminhos que deixam a origem $o, o \in O$ para o destino $d, d \in D$, usando somente os modos de $m(p) \in M(P), p \in P$. A seguinte notação é usada para descrever tais restrições:

$$\sum_{k \in K_{od}^{m(p)}} h_k = g_{od}^{m(p)} \quad o \in O, d \in D, m(p) \in M(P), p \in P \quad (2.5)$$

onde:

$$h_k \geq 0, k \in K_{od}^{m(p)}, o \in O, d \in D, p \in P \quad (2.6)$$

5. SÍNTESE DOS MODELOS

Observa-se na literatura uma variedade de modelos de transporte de cargas convenientemente utilizados para cada situação. Esses modelos sofrem diversos arranjos em suas formulações, de modo a obter o melhor desempenho dos mesmos e solucionar o problema a qual se propõem. Cada modelo apresenta, portanto, características próprias. A tabela a seguir sintetiza tais características:

Tabela 1: Síntese dos modelos

Modelo	Ano	Autor(s)	Característica	Observações
<i>Harvard-Brookings</i>	1966	Roberts / Kresgre	- Primeiro modelo publicado para previsão de redes de transportes de cargas interurbana. Trata-se de um modelo simples, onde os links diretos representam a rede física.	- O modelo foi aprimorado em 1971 e utilizado na Colômbia para elaboração de um plano de desenvolvimento do sistema de transporte do país.

<i>Peterson</i>	1975	Peterson e Fullerton	<ul style="list-style-type: none"> - A formulação do modelo é baseada em um problema de programação matemática, cujo objetivo é minimizar as funções não-lineares de tempo de viagem sobre os arcos da rede, como sendo uma função dos fluxos agregados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Na modelagem foram utilizados alternativamente os princípios de comportamento de Wadrop para as decisões dos operadores de transporte. - A demanda por transporte é constante e são determinadas fora do modelo. É considerado apenas um tipo de produto e operador. - Para a solução do problema é usado o algoritmo de Frank-Wolf.
<i>Transportation Network - TNM</i>	1980	CACI Inc./Bronzini	<ul style="list-style-type: none"> - O Modelo de Redes teve como ênfase estudar a eficiência energética de diferentes modos de transporte intermunicipal, representando de forma mais detalhada os custos de energia em relação aos demais modelos. 	<ul style="list-style-type: none"> - O modelo trabalha com equilíbrio de funções de custo agregado para todos os produtos, ao invés de produto diferenciado (Fernández e Cea, 1995). - O modelo inclui um submodelo de custos fixos e alocação mínima de rotas.
<i>Spatial price equilibrium mode</i>	1985	Harker e Friesz	<ul style="list-style-type: none"> - O modelo tem como objetivo determinar simultaneamente os fluxos de produtos entre regiões consumidoras e produtoras, bem como os níveis preço que satisfazem às condições de equilíbrio espacial. - Existe uma variabilidade desse modelo, como se observa nos trabalhos desenvolvidos por: Friesz et al., 1983; Harker e Friesz, 1986a, 1986b; Harker, 1987; Florian e Hearn, 1995; e Nagurney, 1993 (CRAMIC e KIM, 2007). 	<ul style="list-style-type: none"> - O modelo possui restrições com uma estrutura de rede semelhante ao modelo de equilíbrio de tráfego. - Mesmo quando as funções de custos (oferta/demanda/transporte) do modelo não são separadas, o problema de equilíbrio espacial de preço pode ser convertido em um problema de equilíbrio de tráfego de rede.
<i>Friesz, Gottfried e Morlok Model</i>	1986	Friesz, Gottfried e Morlok	<ul style="list-style-type: none"> - Consiste em um modelo sequencial expedidor-transportador, em que é utilizada a combinação entre os dois critérios de otimização: o equilíbrio ótimo do sistema e do usuário. 	<ul style="list-style-type: none"> - Devem ser feitas interações entre os dois níveis (shippers-carriers) para considerar os problemas de congestionamentos. Esses problemas foram gerados pela ausência de conhecimento dos custos reais na primeira alocação do submodelo dos carriers.
<i>Multimodal Multi-product model</i>	1989	Pesquisadores da Universidade de Montreal, PUC-Rio e GEIPOT	<ul style="list-style-type: none"> - O modelo considera os diferentes modos de transportes e produtos; - Seu objetivo é minimizar os custos totais; - Serve de instrumento para analisar o grau de otimização da rede e analisar a alternativa de investimentos, considerando o impacto nos custos totais de transporte ao nível da coletividade. 	<ul style="list-style-type: none"> - É preciso obter informações sobre a estrutura da matriz insumo-produto e dados sobre a transferência dos produtos analisados, de forma a construir o modelo de demanda de produtos com base na matriz O-D. - É necessário, também, informações a respeito do lucro econômico dos transportadores, bem como a descrição exata da infraestrutura e serviços oferecidos. - O modelo STAN inclui a restrição do fluxo de retorno dos veículos para origem.

Fonte: Elaboração própria.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A acentuada demanda por ferramentas que possibilitasse o planejamento eficiente do transporte de cargas foi um fator relevante durante o século XX, pois abriu um notável espaço tanto para o estudo quanto para a construção de modelos de redes voltados ao transporte de cargas. Essa abertura, concomitantemente à diversidade dos fenômenos de transportes, resultou em uma diversidade de modelos de transporte de cargas.

Tais modelos são concebidos em ambientes diversificados e com objetivos distintos; eles estão intensamente ligados ao fenômeno de transporte correspondente a sua origem. Deste modo, tais fenômenos são tratados de forma diferente, pois eles usam metodologias que se adaptam ao caso do objeto de estudo. A abordagem desses fenômenos através de redes físicas pode ser feita sob os seguintes pontos de vista: i) quantitativo, que tem como objetivo determinar, através de redes físicas, tais fenômenos; ii) descritivo, que tenta reproduzir os padrões de comportamentos do fluxo de mercadorias; iii) normativo, que busca encontrar a melhor forma de utilização da infraestrutura de uma dada rede.

Os fenômenos do transporte de cargas, apesar de serem tratados de forma distinta, possuem certas semelhanças em seus modelos, visto que estes tendem a aproveitar modelos já construídos. Nota-se, portanto, que os modelos de transporte de cargas readaptam modelos anteriores e os aperfeiçoam, visando adequá-los ao novo problema estudado. Tem-se como exemplo o modelo multimodal-multiproduto, que é uma combinação de vários modelos anteriores, tornando-se um modelo mais robusto e capaz de lidar com um maior número de variáveis em sua análise.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CRAINIC, TEODOR GABRIEL E KIM, HAWAN KAP. *Intermodal Transportation*. C. Barnhart and G. Laporte (Eds.), *Handbook in OR & MS*. Elsevier, v. 14, p467-537, 2007.

FERNÁNDEZ L, J. ENRIQUE E CEA CH, JOAQUÍN. Modelos de redes de carga: Estado del arte transporte interurbano. *Anais do Actas Del Séptimo Congresso Chileno de Ingeniería de Transporte*, 2005.

FONSECA, A. P.; A. L. PEREIRA E A. E. L. M. REZENDE. O Transporte na Competitividade das Exportações Agrícolas: Visão Sistêmica na Análise Logística. *Anais do IX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, ANPET, São Carlos*, v. 1, p. 340–351, 2005.

GUÉLAT, JACQUES ET. AL. A Multimode Multiproduct Network Assignment Model for Strategic Planning of Freight Flows. *Transportation Science*.v.24, nº1, 1990.

LOUREIRO, C.F.G. *Modeling Investment Options for Multimodal Transportation Networks*. University of Tennessee, Knoxville, 1990.

M. FLORIAN E HEARM DONALD. *Network Equilibrium Models and Algorithms: Intermodal Transportation*. C. Barnhart and G. Laporte (Eds.), *Handbook in OR & MS*. Elsevier, v. 08, p486-550, 1995.

M. FLORIAN E M. LOS. A new look at Static Price Equilibrium Models. *Region Sci. Urban Econ*.12, 579-597, 1982.

OLIVEIRA, ELDEMIR PEREIRA. *Modelo Conceitual de um Sistema de Apoio à Decisão, Para Gestores de Logística e Transporte em Canais de Exportação Agrícola*. Santa Catarina: UFSC, 2007. 241p. Tese (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

PETERSON, E.R. Y FULLERTON, H.V. The Railcal Network Models. Report N° 75-11, Canadian Institute of Guided Ground Transport. Queen's University, Kingston, Ontario, 1975.

POMPERMAYER, FABIANO. Sistema Para Alocação de Fluxos Multimodal Multiproduto Para Transporte de Carga. Rio de Janeiro: PUC-RIO. 56p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2007.