

MODELAGEM E ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM MÚLTIPLOS ENTREGADORES

Vanessa de Oliveira Ferreira

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos
Via Washington Luiz, km 235 – São Carlos, SP – CEP: 13565-905

vanoferr@gmail.com

Vitória Pureza

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos
Via Washington Luiz, km 235 – São Carlos, SP – CEP: 13565-905

vpureza@dep.ufscar.br

Resumo

Neste trabalho consideramos uma variante do problema de roteamento de veículos clássico em que é permitida a utilização de entregadores extras nas rotas. Uma motivação prática decorre, por exemplo, da distribuição de bebidas em áreas urbanas populosas, caracterizada pela dificuldade no atendimento aos pedidos diários dentro da jornada de trabalho com um único entregador em cada veículo de entrega. Com a finalidade de reduzir violações do tempo máximo de rota, é proposta uma adaptação da heurística de economias de Clarke e Wright. O desempenho da heurística é inferido utilizando-se um conjunto de exemplos gerados com base em instâncias clássicas da literatura.

Palavras-chave: Logística e Distribuição, Roteamento de veículos, Múltiplos entregadores, Métodos heurísticos.

Abstract

We consider a variant of the classic vehicle routing problem that allows the assignment of multiple deliverymen to the routes. A practical motivation arises in the distribution of beverages in highly dense urban areas, characterized by the difficulty in serving the daily requests within regular working day hours with a single deliveryman per vehicle. We present a mathematical model and a savings algorithm to generate low cost routes that maximize the number of requests served within some maximum route time. The impact of the extra deliverymen is assessed by means of sets of generated examples based on classical instances of literature.

Key-words: Logistics and Distribution, Vehicle routing, Multiple deliverymen, Heuristics.

1. Introdução

O gerenciamento da distribuição de bens e serviços apresenta uma variedade de decisões em níveis tanto estratégico, como tático e operacional. Decisões relacionadas à localização das facilidades, como plantas, depósitos e armazéns, podem ser definidas como estratégicas, enquanto a definição de tamanho e *mix* de frotas é vista como tática. No nível operacional, decisões sobre roteamento e programação de veículos e equipes responsáveis pela execução da distribuição são tomadas dia-a-dia.

Em problemas de roteamento de veículos busca-se gerar rotas de atendimento de pontos de demanda. Um dos principais desafios de gerentes e pesquisadores é o de aplicar ou desenvolver metodologias para elaboração destas rotas de forma que um ou mais objetivos sejam otimizados. A grande maioria dos problemas de roteamento de veículos tem natureza combinatória, e é considerada de difícil resolução (Lenstra e Rinnooy-Kan, 1981), o que explica os contínuos esforços de pesquisa e de desenvolvimento de métodos para o seu tratamento.

Problemas de roteamento encontram aplicações em diversos campos, incluindo a entrega de mercadorias a clientes, o abastecimento de postos de combustíveis, o recolhimento e transporte de lixo até os depósitos apropriados, a instalação de um equipamento em diferentes residências, dentre outros. Revisões sobre problemas de roteamento de veículos, métodos e aplicações associados, podem ser encontrados em Bodin *et al.* (1983), Assad (1988), Ronen (1988), Hall e Partyka (2008), Cunha (2000), Laporte *et al.* (2000), Heinen (2005), Yeun *et al.* (2008), Laporte (2009) e Baldacci *et al.* (2010).

Com o avanço dos métodos de roteamento de veículos e da tecnologia em computadores, sistemas de roteamento foram desenvolvidos. Estes sistemas armazenam e disponibilizam, além dos dados e localização dos clientes, informações da malha viária, com sentido, direções possíveis, velocidades permitidas e restrições de tráfego. A partir destes dados, algoritmos fornecem para cada veículo, a sequência de visitas e a programação dos horários de suas atividades. A utilização destes sistemas permite que as empresas realizem a distribuição de forma a obter resultados satisfatórios no mercado.

Apesar desses avanços e devido à intensa competitividade entre as empresas, novas situações práticas surgem e definem variações do problema para as quais os métodos existentes podem não ser os mais adequados, como por exemplo, quando os tempos de serviço em cada ponto de demanda são altos a ponto de impedir o atendimento de todas as demandas dentro da jornada de trabalho estabelecida. Esta situação é enfrentada, por exemplo, por empresas de distribuição de bebidas em centros urbanos. Devido às dificuldades de estacionamento dos caminhões, pontos de demanda próximos entre si possuem um ponto de parada associado ao veículo que os atenderá. A entrega das cargas de cada ponto de demanda associado a um dado ponto de parada é então realizada pelo motorista e, em alguns casos, um entregador que visita(m) os clientes a pé, muitas vezes efetuando mais de uma viagem entre o veículo e os clientes do *cluster*. Como este segmento do mercado é altamente competitivo, a política usual é a de servir todos os pedidos diários no mesmo dia, ainda que isso resulte em custos de horas extras e multas de órgãos fiscalizadores.

Nota-se, porém, que se a quantidade de entregadores em cada rota for aumentada, os tempos de serviço em cada cliente serão possivelmente reduzidos e, assim, afetarão o tempo total de serviço no *cluster*. A redução dos tempos de serviço impactam, portanto, no número de clientes que podem ser atendidos em uma determinada jornada de trabalho. Esta nova realidade incentiva o estudo de um problema pouco ou ainda não explorado na literatura (Pureza e Morabito, 2010), e aqui denominado *problema de roteamento de veículos com múltiplos entregadores* (PRVME).

Neste sentido, este trabalho busca analisar a influência da designação de entregadores, com o objetivo de gerar rotas de baixo custo em que o número de pontos de demanda não

atendidos em uma dada jornada de trabalho seja minimizado. Para tal, é proposta uma adaptação da heurística de economias de Clarke e Wright (1964). Escolhemos adaptar esse algoritmo clássico uma vez que sua efetividade e simplicidade permitem que problemas grandes sejam satisfatoriamente resolvidos, tornando-o a base da maioria dos sistemas de roteamento comerciais (Laporte e Semet, 2002). A adaptação proposta é aplicada a conjuntos de exemplos gerados com base nas instâncias clássicas de Solomon (1987), e os resultados comparados aos fornecidos pelo algoritmo original segundo um conjunto de critérios de desempenho.

O restante deste artigo é organizado como se segue. A Seção 2 discute uma situação prática representativa do problema tratado neste trabalho, por sua vez, formalizado e modelado matematicamente na Seção 3. Na Seção 4 é apresentada a adaptação da heurística proposta. A Seção 5 descreve os experimentos computacionais e os resultados obtidos para conjuntos de instâncias geradas, seguido por conclusões e perspectivas de pesquisa futura na Seção 6.

2. Estudo de caso

A Companhia de Bebidas Ipiranga é uma empresa que opera há mais de 70 anos na região de Ribeirão Preto e no sul do estado de Minas Gerais, atendendo mais de 300 cidades e abastecendo aproximadamente 30.000 postos de venda. Desde a sua fundação, produz e engarrafa produtos de *The Coca Cola Company*, tendo sido uma das primeiras franquias da multinacional no Brasil. A empresa oferece um *mix* de mais de 100 produtos entre águas, refrigerantes, cervejas, chás, energéticos e sucos.

O sistema de distribuição da empresa pode ser considerado representativo dos segmentos que operam na comercialização e distribuição de bebidas. A demanda total diária é elevada (aproximadamente 400 cubagens), acarretando em muitas horas de trabalho para o atendimento das necessidades de áreas com maiores densidades demográficas. Os custos logísticos da empresa correspondem a cerca de 10% dos custos de produção finais dos produtos da empresa.

As rotas são elaboradas por um sistema de roteamento comercial. Os pedidos de vendas são gerados no dia anterior à entrega dos produtos (até as 18:00 h). Os pedidos são, então, processados e validados pelo setor de faturamento. Com a validação, uma consulta no estoque é realizada para verificar se é possível atender todos os produtos solicitados pelos clientes. Com estes dados, os responsáveis pela geração das rotas especificam os clientes e a demanda de cada um deles. Os territórios atendidos são pré-estabelecidos, ou seja, as áreas de atendimento são definidas na malha viária de cada cidade, e a cada dia um grupo de territórios é atendido pelos entregadores. Em áreas urbanas de maior densidade, a cada grupo de clientes próximos entre si (*cluster*) é selecionado um *ponto de parada* para o veículo, e a distribuição é feita a pé pelo motorista acompanhado, em alguns casos, de um ajudante.

As principais restrições presentes na elaboração das rotas são a disponibilidade de veículos da frota para cada período de entrega, a capacidade de carga dos veículos disponíveis, a disponibilidade no estoque dos produtos solicitados pelos clientes (quantidade e *mix* de produtos) e a disponibilidade de tempo para o entregador realizar as entregas dos produtos. Os dados dos veículos utilizados na distribuição também são conhecidos e cadastrados no sistema, incluindo características como capacidade de carga, entre outras.

Na elaboração das rotas, são considerados: o tempo para estacionamento no ponto de parada, os tempos de deslocamento do ponto de parada até cada cliente atendido, o tempo de contato inicial com o cliente, tempo para recebimento da nota fiscal referente à venda efetuada no dia anterior e o tempo de saída do cliente. Esses valores de tempo são somados ao tempo total da rota, incluindo o tempo de atendimento ao cliente que é variável e dependente

do volume demandado.

Após o processo de roteamento, uma ordem de carregamento é emitida e inicia-se a separação das cargas com o *mix* dos produtos e o carregamento da frota. No dia seguinte, a distribuição dos produtos é realizada, ressaltando-se que o pedido de cliente é atendido por um único veículo.

Um dos maiores problemas da empresa em relação à comercialização dos produtos em áreas urbanas são os tempos de serviço relativamente longos nos pontos de venda. Na maioria das vezes, o tempo total de execução da rota excede o tempo máximo estabelecido devido à política da empresa pelo atendimento de todas as ordens emitidas. Essa violação muitas vezes fere o horário comercial e a jornada de trabalho das equipes que realizam a distribuição, podendo causar inconveniências aos clientes e implicando no pagamento de horas extras.

3. O problema de roteamento com múltiplos entregadores

O PRVME tratado neste trabalho pode ser definido da seguinte forma: dado um conjunto de nós (*clusters* de clientes), cada qual com uma demanda por produtos, uma frota de veículos homogênea, e um conjunto de entregadores, defina um conjunto de rotas a ser realizada pelos veículos. As rotas devem minimizar custos de operação e satisfazer as seguintes restrições: (a) cada rota deve iniciar e finalizar em um depósito central; (b) todos os nós visitados devem ser servidos uma única vez por um único veículo; (c) as demandas de cada nó visitado devem ser completamente atendidas; (d) a carga do veículo, em qualquer momento, não pode superar a capacidade do veículo, (e) a tripulação em cada veículo não deve exceder a capacidade da cabine do veículo, e (f) o tempo total dispendido em cada rota (consistindo de tempos de viagem e tempos de serviço em cada nó) não devem exceder um limite pré-determinado associado ao fim da jornada de trabalho. O tempo de serviço em cada nó de demanda inclui também o tempo de deslocamento dos entregadores a partir do veículo.

Para a aplicação aqui considerada, assumimos que o tamanho da frota é limitado a F veículos e que o número de entregadores é grande o suficiente para permitir que cada veículo opere com o tamanho máximo de tripulação. É fácil concluir que devido às restrições (d) e (f), não é possível garantir serviço a todos os nós de demanda. Os custos a serem minimizados consistem do número de nós não servidos, seguido do número de veículos utilizados, o número de entregadores, e a distância/tempo total da operação. Prioriza-se, assim, a otimização do nível do serviço ao cliente.

Note que para o exemplo de distribuição de bebidas descrito na Seção 2, os nós a serem roteados correspondem aos pontos de parada, e a demanda de cada nó é a soma da demanda total do *cluster* de clientes que demandam produtos. Os tempos de serviço em cada nó dependem do tamanho da tripulação do veículo, a estratégia de entrega (mais de um entregador serve um ponto de demanda por vez/pontos de demanda são servidos simultaneamente), e características do *cluster*, tais como volume de demanda e a dispersão geográfica.

Apesar de suas potenciais aplicações práticas em áreas urbanas (outros exemplos incluem a distribuição de tabaco e salgadinhos), tanto quanto sabemos, o uso de entregadores extra foi só recentemente formalizado para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (Pureza *et al.*, 2010). Naquele trabalho, os autores propõem duas abordagens heurísticas: um algoritmo tabu multifásico e um algoritmo de colônia de formigas. Os procedimentos foram projetados para endereçar a situação em que existem limitações no número de entregadores disponíveis (ao invés do tamanho da frota), o que significa que todos os pontos de demanda devem ser visitados.

2.1 Modelagem matemática

O PRVME descrito na seção 2 pode ser formulado com base no modelo de Pureza *et al.* (2010) para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores e no modelo de Tang e Wang (2006) para o problema de roteamento de veículos com coleta de prêmios. Por conveniência, considera-se que a rede contém n pontos indexados por $i = 1, \dots, n$; o ponto $i = 1$ representa o depósito e $i = 2, \dots, n$ referencia os pontos de parada. A seguinte notação é utilizada para a descrição do modelo:

Parâmetros de Entrada

n número de nós da rede; o depósito é representado pelos nó $i = 1$ e os nós de demanda (*clusters* de clientes) pelos pontos $i = 2, \dots, n$.

L número máximo de tripulantes (i.e., o motorista mais os entregadores extras) que pode ser designado a um veículo ($l = 1, \dots, L$)

F tamanho da frota

p “prêmio” obtido ao se servir um dado nó de demanda

c_1 custo fixo de um veículo utilizado

c_2 custo da designação de um tripulante

c_3 custo unitário da distância percorrida pelos veículos

Q capacidade (em peso ou volume) dos veículos

T tempo máximo de cada rota

V velocidade média dos veículos

d_{ij} distância entre os nós i e j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$)

tv_{ij} tempo de viagem entre os nós i e j ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$) (e.g., $tv_{ij} = d_{ij}/V$)

ts_{il} tempo de serviço no nó $i = 1, \dots, n$ com $l = 1, \dots, L$ tripulantes; assume-se que $ts_{1l} = 0$

q_i demanda (na mesma unidade da capacidade Q) do nó $i = 1, \dots, n$; se $i = 2, \dots, n$, q_i é igual às quantidades a serem coletadas de todos os clientes associados ao ponto de parada i , se $i = 1$ assume-se que $q_i = 0$

a_i instante inicial da janela de tempo do nó $i = 1, \dots, n$

b_i instante final da janela de tempo do nó $i = 1, \dots, n$

Variáveis de decisão

$x_{ijl} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo se desloca do nó } i \text{ para o nó } j \text{ com } l \text{ tripulantes} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (i, j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L)$

$w_{il} = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } i \text{ é servido por um veículo com } l \text{ tripulantes} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n; l = 1, \dots, L)$

t_{il} instante em que o veículo com $l = 1, \dots, L$ tripulantes inicia o serviço no nó $i = 1, \dots, n$; t_{1l} corresponde ao instante em que o veículo com $l = 1, \dots, L$ tripulantes retorna ao depósito

y_{il} carga no veículo com $l = 1, \dots, L$ tripulantes logo após servir o nó $i = 1, \dots, n$.

O PRVME é formulado de acordo com o segundo modelo linear 0-1:

$$\text{Min } z = -p \sum_{i=2}^n \sum_{l=1}^L w_{il} + c_1 \sum_{i=2}^n \sum_{l=1}^L x_{1il} + c_2 \sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^L l x_{1jl} + c_3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^L d_{ij} x_{ijl} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{l=1}^L x_{ijl} \leq 1, \quad j = 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{l=1}^L x_{ijl} \leq 1, \quad i = 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijl} = w_{il}, \quad i = 2, \dots, n; l = 1, \dots, L \quad (4)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{jil} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijl}, \quad i = 1, \dots, n; l = 1, \dots, L \quad (5)$$

$$t_{jl} \geq t_{il} + (ts_{il} + tv_{ij})x_{ijl} - M_{ijl}(1 - x_{ijl}), \quad i = 2, \dots, n; j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (6)$$

$$y_{jl} \geq y_{il} + q_j x_{ijl} - Q(1 - x_{ijl}), \quad i = 1, \dots, n; j = 2, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (7)$$

$$\sum_{j=2}^n \sum_{l=1}^L x_{1jl} \leq F \quad (8)$$

$$w_{il}, x_{ijl} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (9)$$

$$a \leq t_{1l} \leq b, \quad l = 1, \dots, L \quad (10)$$

$$qi \leq y_{il} \leq Q; \quad i, j = 1, \dots, n; i \neq j; l = 1, \dots, L \quad (11)$$

onde M_{ijl} é um número suficientemente grande. A função objetivo (1) minimiza o número de nós não servidos, os custos fixos e variáveis dos veículos utilizados, assim como o custo dos entregadores designados. A restrição (2) assegura que um único veículo com um único número de entregadores entra em cada nó j ($j \neq 1$), enquanto a restrição (3) garante que um único veículo com um único número de entregadores sai de cada nó i ($i \neq 1$). A restrição (4) prescreve que o percorrimento de um arco i - j por um veículo com l entregadores ($i=2, \dots, n; j=1, \dots, n$), ou seja, $x_{ijl} = 1$, implica que o nó i é servido com l entregadores ($w_{il} = 1$). Se $x_{ijl} = 0$ ($j = 1, \dots, n; l = 1, \dots, L$) então o nó i não é servido. A restrição (5) é a equação de conservação de fluxo que assegura que o mesmo veículo que entra em um nó com l entregadores deixa este nó com o mesmo número de entregadores. Note que esta restrição é também válida se o nó i não é visitado (juntamente com a restrição (4), ela implica que $w_{il} = x_{ijl} = 0, j = 1, \dots, n; l = 1, \dots, L$).

A restrição (6) define a relação entre as variáveis de fluxo x_{ijl} e as variáveis de tempo de início do serviço t_{il} , além de prevenir a formação de subrotas que não contenham o depósito. A formação de subrotas também é assegurada pela restrição (7) a qual prescreve a relação entre as variáveis x_{ijl} e y_{il} . A restrição (8) assegura que o tamanho da frota F não é excedido. A restrição (9) define o domínio das variáveis, enquanto as restrições (10) e (11)

asseguram respectivamente que a janela de tempo do depósito não é violada, e que a capacidade máxima Q de cada veículo não é excedida.

O modelo (1)-(11) possui $O(n^2L)$ variáveis e restrições, e o PRVME por ele descrito é NP-hard uma vez que o PRV pode ser visto como um caso particular para o qual há um único tamanho de tripulação (i.e., $L = 1$), $p \gg c_1 \gg c_3$, $c_2 = 0$, e F é suficientemente grande. Conforme discutido em Bräysy e Gendreau (2005a, 2005b), o PRV é NP-hard.

É possível antever que a resolução do modelo por meio de métodos do tipo *branch-and-bound* apresentaria dificuldades, mesmo em casos de instâncias de pequeno porte. Conforme apontado por diversos autores (Cordeau *et al.*, 2002), isso é esperado uma vez que limitantes inferiores apertados do valor da função objetivo de problemas de roteamento de veículos são difíceis de serem derivados, o que implica que métodos de enumeração parcial possuem uma taxa de convergência lenta. De fato, a resolução do modelo proposto em Pureza *et al.* (2010) para o PRVJTME com o GAMS/CPLEX 11 (4 *threads*) foi capaz de obter certificados de otimalidade após 10 horas de execução para um número bastante reduzido das instâncias tratadas, inclusive quando estas possuíam apenas 25 nós de demanda. No caso de instâncias de 100 nós de demanda, os melhores limitantes inferiores produzidos se apresentaram muito distantes das melhores soluções factíveis fornecidas pelos métodos heurísticos propostos, com *gaps* tipicamente maiores que 30%.

4. Abordagem de resolução

Esta seção discute como o algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964) pode ser adaptado para resolver o modelo (1)-(11). Este algoritmo computa a economia em distância resultante da união de duas rotas existentes, e iterativamente seleciona a opção com a maior economia que não viola restrições temporais e de capacidade. Além da redução da distância total percorrida, cada união decrementa o número de veículos em uma unidade.

Note que o algoritmo de economias original (SAV) foi projetado para problemas em que o número de veículos utilizados (r) é uma variável de decisão (frota ilimitada). Desta forma, caso o tamanho da frota esteja limitado a F veículos e $r < F$, as $r - F$ rotas resultantes da aplicação de SAV contêm nós não visitados. Por outro lado, se múltiplos entregadores pudessem ser designados para uma ou mais rotas, os tempos de serviço seriam reduzidos, favorecendo o aumento no número de uniões factíveis. Como resultado, o número de veículos seria reduzido, e o número de nós visitados aumentado.

A principal característica do algoritmo SAV com múltiplos entregadores (SAV_{md}) consiste na geração de soluções candidatas nas quais o número de entregadores na solução corrente é iterativamente incrementado até que o tamanho máximo da tripulação em cada veículo seja testado ou se produza uma solução em que todos os nós sejam servidos. Para uma dada iteração, a solução candidata que produz o maior número de nós servidos é selecionada para substituir S . A descrição de SAV_{md} (versão sequencial) é apresentada na Figura 1 e discutida com maiores detalhes nos parágrafos seguintes.

1. Seja F o tamanho da frota, n o número de nós a serem roteados ($F < n$), e L o tamanho máximo da tripulação que pode ser designada a um veículo. Aplique o algoritmo SAV, e obtenha uma solução com um entregador por rota. Para cada rota k ($k = 1..r$), faça $server_k$ e $tserver_k$ respectivamente o número de entregadores designados para a rota k (na solução S corrente), e o último número de tripulantes testado na rota k ($server_k = tserver_k = 1$).
2. Enquanto ($r > F$) e ($server_k < L$ para algum $k = 1..r$) e ($tserver_k < L$ para algum $k = 1..r$):
 - 2.1. Faça $server_{s_k} = server_k$ para $k = 1..r$ (armazene o número de entregadores de cada rota em S).
 - 2.2. Para cada rota k ($k = 1..r$) tal que ($server_k < L$) e ($tserver_k < L$):
 - 2.2.1. Faça $server_k = server_k + 1$ (designe um entregador extra à rota k).
 - 2.2.2. Reprograme a rota k .
 - 2.2.3. Aplique o algoritmo SAV a partir do passo 2, e obtenha a solução candidata St_k com r_k rotas.
 - 2.2.4. Faça $tserver_k = server_k$ e $server_k = server_{s_k}$ (restaure o tamanho da tripulação original de k).
 - 2.3. Se pelo menos uma união factível de rotas foi obtida no passo 2.2, selecione St_k (com o o tamanho da tripulação incrementado) que serve o maior número de nós e faça $S = St_k$.
3. Se $r > F$, selecione as F rotas com o maior número de nós para compor a solução final S .

Figura 1: Algoritmo de economias com múltiplos entregadores (SAV_{md}).

No passo 1 da Figura 1, uma solução inicial S com $r = n$ rotas é produzida, cada uma das quais servindo um único nó de demanda. Caso todos os nós sejam servidos ($r \leq F$) a construção das rotas é finalizada. Caso contrário, é empregado um procedimento iterativo que calcula o impacto de um entregador adicional à solução (passos 2.1-2.2).

Um entregador extra é temporariamente designado a cada rota k , uma rota por vez, enquanto o tamanho máximo de tripulação (L) de k não for excedido e o número temporário de entregadores ($tserver_k$) não tenha sido testado. Cada designação requer que a rota associada seja reprogramada (passo 2.2.2), na esperança de aumentar sua folga temporal. A aplicação do algoritmo SAV é então retomada no passo 2.2.3, resultando na solução candidata St_k . Note que uma união de rotas factível é obtida se $St_k \neq S$ para algum k . A solução candidata com o maior número de nós servidos é selecionada para substituir a solução S , e o entregador adicional é permanentemente designado à rota associada (passo 2.3). Nenhuma designação é realizada caso não impliquem em melhorias.

Os passos 2.1-2.3 são repetidos enquanto $r > F$ e houver pelo menos uma rota para a qual tanto o número real de entregadores e o último número testado sejam menores ou iguais ao tamanho máximo da tripulação em um veículo. Se na solução resultante $r > F$, as F rotas com o maior número de nós são selecionadas para compor a solução S .

5. Experimentos computacionais

Os algoritmos SAV e SAV_{md} foram implementados em Borland Delphi 7, e os experimentos foram realizados em um microcomputador Intel Core2 2.4 GHz com 2 GB de memória RAM e sistema operacional Windows XP. A fim de verificar o desempenho dos métodos, conjuntos de instâncias com 100 nós de demanda foram gerados a partir de exemplos clássicos propostos em Solomon (1987) para o PRV com janelas de tempo. Apenas uma das instâncias de cada conjunto (C1, C2, R1, R2, RC1 e RC2) foi utilizada como semente na geração, uma vez que as janelas de tempo (não abordadas neste trabalho) são o único fator que as diferencia em um mesmo conjunto. Para todos os exemplos gerados, as coordenadas x

e y de cada nó na instância semente foram mantidos e o tamanho máximo da tripulação foi fixado em 3.

Seis cenários foram considerados para geração das instâncias. No primeiro cenário são utilizados os mesmos dados da instância semente, com exceção do tamanho de frota o qual foi fixado em 18 veículos. Este valor corresponde ao maior limitante inferior trivial no número de veículos (o limitante inferior trivial de uma dada instância é dado por $\frac{\sum_{i=1}^n q_i}{Q}$) calculado para todas as instâncias sementes. A velocidade de deslocamento dos veículos é considerada constante e igual a 60 km/h.

Os seguintes quatro cenários são similares ao cenário 1 exceto por um fator. No segundo cenário, a demanda original de cada nó é duplicada. No terceiro cenário, os tempos de serviço em cada nó de demanda i ($i=2, \dots, n$) são calculados pela função

$$ts_i = \min\{\varphi \times q_i, T - 2 \times tv_{1i}\} \quad (12)$$

onde φ é o número de produtos entregues por unidade de tempo (nos experimentos foi utilizado $\varphi = 2$). Note que, a princípio, o tempo de serviço calculado é proporcional à demanda (q_i) do nó i . Em outras palavras, quanto maior a demanda, maior o tempo de serviço. Entretanto, o tempo de serviço é também limitado pelo tempo de deslocamento do veículo do depósito ao nó de demanda e de seu retorno, de forma a garantir que qualquer nó possa ser servido com um veículo exclusivo sem violar a restrição de tempo máximo de rota T . O valor de ts_i em (12) corresponde aos tempos de serviço em nós servidos em rotas com um único entregador. Se o número de entregadores em uma rota for maior que um, o valor de ts_i é simplesmente dividido pelo número de entregadores.

No quarto cenário, o tamanho da frota é reduzido a um terço de seu valor original (ou seja, 6 veículos). No quinto cenário, a capacidade da frota é reduzida em 15%. Finalmente, o sexto cenário combina as alterações prescritas dos quatro cenários anteriores. O Quadro 1 sumariza as características dos ambientes de testes.

Quadro 1. Características dos cenários de teste.

Cenário	ts_i	q_i	F	Q
1	○	○	●	○
2	○	○ × 2	●	○
3	(12)	○	●	○
4	○	○	● × 1/3	○
5	○	○	●	○ × 0,85
6	(12)	○ × 2	● × 1/3	○ × 0,85

○ Conforme prescrito pela instância semente

● 18 veículos

O ultimo dado necessário para geração dos exemplos consiste no tempo máximo de rota T . Foram utilizados três diferentes valores (150, 230 e 480 u.t.) para cada cenário, totalizando 108 (6 instâncias sementes × 6 cenários × 3 tempos máximos de rota).

5.1. Resultados

A Tabela 1 apresenta os resultados médios obtidos por SAV_{md} para as seis instâncias em cada cenário e tempo máximo de rota T . Colunas SERV, VEH, DLVM e DIST mostram, respectivamente, o número de nós servidos, o número requerido de veículos, o número requerido de entregadores, e a distância média percorrida pelos veículos como o desvio percentual relativo a SAV. Além disso, as colunas SERV e VEH apresentam, em parêntesis, a porcentagem dos nós servidos e dos veículos utilizados obtidos com SAV_{md} em relação ao número *total* de nós e do tamanho da frota (porcentagens pequenas de nós servidos e

porcentagens grandes de veículos utilizados caracterizam instâncias difíceis). Tempos médios de execução em segundos são também apresentados (coluna CPU), podendo ser considerados pequenos no que diz respeito a aplicações práticas. Como esperado, SAV_{md} produz melhores soluções para todos os exemplos, considerando a ordem lexicográfica < número de nós servidos, número de veículos utilizados, número de entregadores, distância total > empregada no modelo (1-11).

Tabela 1 – Resultados computacionais.

Cenário	T (u.t.)	SERV (%)	VEH (%)	DLVM (%)	DIST (%)	TIME (%)	CPU (s)
1	150	9,9 (77,7)	-1,8 (96,3)	35,9	0,1	-0,8	57,3
	230	13,8 (89,5)	0,0 (67,6)	75,3	32,2	0,4	54,5
	480	10,3 (100,0)	-18,0 (46,3)	26,2	0,7	-18,4	7,8
2	150	9,3 (76,7)	-1,9 (97,2)	34,6	-1,1	-1,2	59,8
	230	13,4 (89,2)	0,0 (80,6)	64,4	28,3	0,3	57,3
	480	7,5 (97,5)	-6,5 (66,7)	15,6	2,7	-8,0	7,8
3	150	18,7 (64,5)	0,0 (100,0)	35,2	7,1	2,4	34,2
	230	11,0 (90,7)	0,0 (100,0)	16,7	6,4	2,1	13,3
	480	0,0 (100,0)	-5,8 (50,9)	0,0	-0,7	-2,9	5,2
4	150	21,0 (35,5)	0,0 (100,0)	77,8	-2,2	-2,4	57,3
	230	12,3 (56,5)	0,0 (100,0)	66,7	13,8	0,2	57,3
	480	19,8 (79,8)	0,0 (88,9)	65,6	9,5	1,9	13,0
5	150	9,9 (77,7)	-0,94 (97,2)	35,9	0,3	-0,4	54,8
	230	13,8 (89,5)	0,0 (69,4)	73,3	31,3	0,4	57,2
	480	10,2 (100,0)	-15,6 (50,0)	25,0	2,1	-16,2	7,8
6	150	19,0 (32,3)	0,0 (100,0)	72,2	-5,3	-3,3	62,5
	230	13,8 (46,7)	0,0 (100,0)	63,9	15,7	0,4	67,7
	480	14,4 (62,3)	0,0 (91,7)	39,4	5,9	0,3	13,0

O cenário 1 é o ambiente de teste em que T é o principal fator limitante para construção de rotas. Isso pode ser verificado pelo aumento na porcentagem de nós servidos (atingindo 100% do total) com a diminuição do número de veículos requeridos (de 96% para 46%) conforme T aumenta. O desvio médio do número de nós servidos com a aplicação de SAV_{md} relativamente a SAV atinge 14% com $T = 230$ utilizando-se o mesmo número médio de veículos, porém implicando em um aumento de 32% em distância e 75% em número de entregadores (2,1 entregadores por veículo).

Quando a demanda dos nós é duplicada (cenário 2), o nível de serviço é apenas um pouco inferior ao observado no cenário 1, uma vez que o aumento na demanda é satisfeito pelos veículos anteriormente ociosos. Uma pequena porcentagem de nós não servidos é ainda verificada para $T=480$, pois a demanda duplicada acaba por impedir uniões de rota adicionais.

No cenário 3 os tempos de serviço são função da demanda e isso parece provocar um efeito diferente na performance dos algoritmos. O aumento na porcentagem de nós servidos é menor que o observado para os cenários anteriores quando $T = 150$ (64,5% para SAV_{md}) porém atinge 100% com $T = 480$ para ambos os algoritmos. Estes resultados juntamente com o fato de todos os veículos serem utilizados quando $T = 150$ e 230, e metade deles se tornar ociosa quando $T = 480$ indicam que os tempos de serviço consomem fortemente o tempo de rota disponível, e tornam particularmente vantajoso o uso de entregadores extras. Note que com $T = 480$, o mesmo número de entregadores é utilizado por ambos os algoritmos, porém

SAV_{md} requer 5,8% menos veículos. Ou seja, o número de entregadores extras é igual ao número de motoristas que se tornaram desnecessários com a redução do número de veículos.

A redução de $\frac{1}{3}$ do tamanho da frota (cenário 4) faz deste parâmetro um fator muito limitante para a construção das rotas. O aumento na porcentagem de nós servidos é consideravelmente menor que o dos cenários anteriores para todo T , atingindo um máximo de 80% para SAV_{md} com $T = 480$. Todos os veículos são utilizados até $T=150$, e apenas 11% deles se torna ociosa quando $T = 480$. O desvio médio no número de nós servidos com a aplicação de SAV_{md} relativamente a SAV atinge 21% com $T = 150$, ou seja, quando o tempo de rota menor torna o uso de entregadores extras bastante necessário. Apesar de apenas 35,5% dos nós serem servidos, SAV_{md} usa 78% mais entregadores (1,8 entregadores por veículo) que SAV, e estes números se mantêm altos para $T = 230$ e 480.

Cenário 6 é o mais restritivo de todos os ambientes de teste uma vez que combina todas as modificações dos quatro cenários anteriores. Isso é refletido na menor porcentagem de nós servidos e maior porcentagem de veículos utilizados para todo T . Pode-se notar que a combinação das modificações não contribui aditivamente aos ganhos de SAV_{md} em relação a SAV, e para os custos extras em número de entregadores e distância. Ainda assim, o uso de entregadores extras melhora substancialmente o nível de serviço, especialmente quando $T = 150$.

6. Conclusões e perspectivas de pesquisa futura

Este trabalho abordou uma variação do problema de roteamento de veículos que apesar de representar vários sistemas reais de distribuição, ainda não vem recebendo suficiente atenção na literatura acadêmica e em *softwares* comerciais. Nesta variação, admite-se a possibilidade de utilizar múltiplos entregadores em cada rota como forma de reduzir tempos de serviço e viabilizar o atendimento de um maior número de nós de demanda em uma dada jornada de trabalho. Neste sentido, foi proposta uma adaptação da heurística construtiva de economias de Clarke e Wright em que são testados incrementos no número de entregadores em cada rota, e selecionada a opção com maior ganho em número de nós incorporados.

Resultados obtidos a partir das instâncias geradas com base nas instâncias de Solomon (1987) mostraram que a adaptação proposta pode oferecer ganhos relativos relevantes em relação às soluções com um único entregador. Aumentos médios no número de nós servidos atingiram 95%, com reduções do número de veículos utilizados entre 0,9% e 18%. Estas melhorias geralmente implicam em maiores tempos de rota e distância percorrida pelos veículos, e para alguns cenários restritos, um aumento substancial (acima de 70%) no número de entregadores.

Conclui-se assim que a designação de entregadores extras é capaz de prover melhorias significativas e beneficiar empresas para as quais o atendimento aos clientes é um objetivo prioritário. Como perspectivas de pesquisa futura, a metodologia proposta pode ser modificada para incluir restrições janelas de tempo e frota heterogênea. Métodos de busca local ou meta-heurísticas são também opções que certamente trariam ganhos importantes. Seria interessante utilizar dados de empresas que apresentam modelos de distribuição semelhantes aos apresentados neste trabalho para verificar o comportamento da adaptação proposta em um cenário real, e onde custos e limitações no número de entregadores disponíveis sejam considerados. Finalmente, dada sua simplicidade e tempos de execução pequenos, SAV_{md} pode prover a base para algoritmos em sistemas de roteamento comerciais.

Agradecimentos

As autoras agradecem à Companhia de Bebidas Ipiranga pela colaboração. Esta pesquisa teve o apoio do CNPq (processo 303001/2009-7) e CAPES (DS).

Referências

- Assad, A.A. (1988). Modeling and implementation issues in vehicle routing. *Vehicle Routing: Methods and Studies*, 7-46.
- Baldacci, R.; Toth, P. & Vigo, D. (2010). Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints. *Annals of Operations Research*, 175, 213-245.
- Bodin, L.D.; Golden, B.L.; Assad, A.A. & Ball, M. (1983). Routing and scheduling of vehicle and crews, the state of the art. *Computers and Operational Research*, 10, 69-211.
- Bräysy, O. & Gendreau, M. (2005a). Vehicle routing problem with time windows, part I: Route construction and local search algorithms, *Transportation Science*, 39(1), 104-118.
- Bräysy, O. & Gendreau, M. (2005b). Vehicle routing problem with time windows, part II: Metaheuristics, *Transportation Science*, 39(1), 119-139.
- Clarke, G. & Wright, W.J. (1964). Scheduling of vehicle from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12, 568-581.
- Cunha, C. B. (2000). Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, 8(2), 51-74.
- Hall, R.W. & Partyka, J. (2008). Software Survey: On The Road to Mobility. *OR/MS Today*, 35 (1), 2008. Disponível em: <http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-2-08/frvrss.html>.
- Heinen, M.R. (2005). Análise e Implementação de Algoritmos para o Roteamento de Veículos. *Anais do IV Simpósio de Informática da Região Centro do RS (SIRC/RS)*.
- Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43 (4), 408–416.
- Laporte, G. & Semet, F. (2002). Classical heuristics for the capacitated VRP. In: *The Vehicle Routing Problem. SIAM. Monographs on Discrete Mathematics and Applications* [edited by P. Toth and D. Vigo], Philadelphia, 109–128.
- Laporte, G., Gendreau, M.; Potvin, J. Y.; Semet, F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 7 (4-5), 285-300, 2000.
- Lenstra, J. & Rinnooy-Kan, A. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11, 221-227.
- Pureza, V.; Morabito, R. & Reimann, M. (2010). Vehicle routing with multiple deliverymen: modeling and heuristic approaches. Submetido a *Journal of Operations Research Society*.
- Ronen, D. (1988). Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling. *European Journal of Operational Research*, 35 (2), 137-145.
- Solomon, M.M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, 35(2), 254-265.
- Tang, L. & Wang, X. (2006). Iterated local search algorithm based on very large-scale neighborhood for prize-collecting vehicle routing problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 29 (11-12), 1246-1258.
- Yeun, L.C.; Ismail, W.R.; Omar, K. & Zirour, M. (2008). Vehicle routing problem: Models and solutions. *Journal of Quality Measurement and Analysis – JQMA*, 4 (1), 205-218.