

# UMA HEURÍSTICA PARA A INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ROTEAMENTO E CARREGAMENTO DE VEÍCULOS BASEADO EM LIMITES DE OCUPAÇÃO VOLUMÉTRICA DO VEÍCULO

**Thiago André Guimarães**

Centro Universitário Franciscano do Paraná – UNIFAE  
Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – PPGMNE - UFPR  
thiandgui@gmail.com

**Cassius Tadeu Scarpin**

Departamento de Engenharia de Produção – UFPR  
Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – PPGMNE - UFPR  
cassiusts@gmail.com

**Maria Teresinha Arns Steiner**

Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas - PUCPR  
Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – PPGMNE - UFPR  
tere@ufpr.br

## RESUMO

Apesar de sua manifesta relevância prática na distribuição de mercadorias, o problema do roteamento de veículos capacitados com restrições de tridimensionais de empacotamento ainda possui literatura escassa, dado que generaliza dois problemas clássicos em otimização combinatória: o problema do roteamento de veículos capacitados e o problema do *bin packing* tridimensional. A solução do problema enseja a determinação de um conjunto de rotas de menor custo para uma frota homogênea de veículos, que atenda a uma demanda de clientes dispersos geograficamente. Tal demanda consiste em caixas que precisam ser carregadas dentro do veículo. Neste trabalho é proposto um método que resolve de forma heurística o problema do roteamento em dois estágios: o primeiro consiste em agrupar os clientes conforme sua demanda volumétrica enquanto o segundo estágio constrói uma rota inicial refinando-a sequencialmente. O problema do carregamento é resolvido por um software comercial com licença *trial*. Desenvolveu-se uma nova estratégia para a integração entre os dois problemas baseada em limites de ocupação volumétrica do veículo. Os testes computacionais apresentam bons resultados em comparação com outros trabalhos existentes.

**Palavras chave:** Roteamento de Veículos; Carregamento de Contêineres; Heurística

## ABSTRACT

Despite its obvious practical relevance in the distribution of goods, the capacitated vehicle routing problem with tridimensional loading constraints has a literature still very scarce due to its high combinatorial complexity, given that generalizes two classical problems: the vehicle routing and tridimensional bin packing problem. Solving the problem entails the determination of a set of lower-cost routes to a homogeneous fleet of vehicles, that meets the demands of a geographically dispersed customers. This demand consists of boxes that need to be loaded into the vehicle. This paper proposes a method that solves the routing problem in two stages: the first is to group customers according to their volume demand while the second stage constructs an initial route to refine it sequentially. The loading problem is solved by commercial software with a trial license. Was developed a new strategy for the integration between the two problems based on occupancy limits of the vehicle volume. The computational experiments show good results in comparison with other existing approaches.

**Keywords:** Vehicle Routing; Container Loading; Heuristics

## 1. Introdução

A integração dos problemas de roteamento e carregamento de veículo é um recente avanço da pesquisa operacional para a resolução de problemas logísticos de alta complexidade. O interesse prático reside em uma representação mais aderida às condições reais de transporte de cargas, na medida em que considera restrições espaciais para o carregamento de caixas dentro do veículo. A abordagem também apresenta um grande desafio teórico na medida em que generaliza dois conhecidos problemas de otimização combinatória: O Problema do Roteamento de Veículos Capacitados e o Problema do *Bin Packing* Tridimensional. A solução do problema requer a determinação de rotas de menor custo para uma frota de veículos de mesma capacidade, de forma que se atenda a demanda de clientes dispersos em uma região. Tal demanda consiste em caixas retangulares que precisam ser carregadas atendendo a restrições operacionais. A resolução integrada implica na evocação iterativa de um método que resolve o problema do carregamento na medida em que o problema do roteamento vai sendo resolvido.

Este trabalho apresenta uma nova estratégia para a integração e resolução do problema do roteamento de veículos com restrições tridimensionais de carregamento. O método ensina a resolução de forma simultânea do CLP (*Container Loading Problem*) e do VRP (*Vehicle Routing Problem*). A abordagem emprega técnicas heurísticas em conjunto com um *software* comercial, incluindo características que comumente são consideradas em situações práticas, aproximando o modelo proposto às necessidades reais do transporte de cargas de baixa densidade.

O artigo está estruturado como segue: a descrição do problema e uma revisão de literatura são apresentadas na seção 2. Já a seção 3 discute a estratégia para a resolução do problema roteamento de veículos capacitados integrado ao problema do carregamento de caixas dentro de contêineres (também denominado de problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento). Os resultados obtidos são apresentados na seção 4, enquanto a seção 5 tece as conclusões do estudo.

## 2. Descrição do Problema

De acordo com Fuellerer *et al.* (2010), o problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento, introduzido por Gendreau *et al.* (2006) e doravante denominado 3L – CVRP (*Three Dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem*) pode ser descrito como: dado um grafo completo e não orientado  $G=(N,E)$ , onde  $N=\{0,1,\dots,n\}$  é um conjunto de  $n+1$  vértices e  $E$  o conjunto de arestas que conecta cada par. O vértice “0” corresponde ao depósito e os demais vértices  $\{1,\dots,n\}$  correspondem ao conjunto de  $n$  clientes que devem ser visitados. Cada arco é denotado por  $(i, j)$  e possui um custo de deslocamento  $c_{ij}$  com  $(i, j=0,\dots,n)$ . Também é dada uma frota de  $v$  veículos idênticos, com a mesma capacidade de carregamento sendo  $D$  a capacidade de peso e  $V=W.H.L$  a capacidade espacial definida por um paralelepípedo de largura  $W$ , altura  $H$  e comprimento  $L$ . Cada veículo possui uma abertura na parte traseira para as operações de carga e descarga. Assume-se que essa abertura possui a mesma dimensão do retângulo formado pela largura e altura do compartimento de carga  $W \times H$  (figura 1).

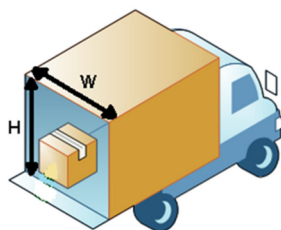


Figura 1- Abertura para operações de carga e descarga

A demanda de cada cliente  $i$  é formada por um conjunto de  $m_i$  itens, cujo peso total é  $d_i$ , com  $(i=1, \dots, n)$ . Cada um dos  $k$  itens demandados por um cliente  $i$ , denotado por  $I_{ik}$ , consiste em um paralelepípedo, com largura  $w_{ik}$ , altura  $h_{ik}$  e comprimento  $l_{ik}$  (figura 2)  $(i=1, \dots, n; k=1, \dots, m_i)$ . O volume total demandado pelo cliente  $i$  é denotado por  $vol_i = \sum_{k=1}^{m_i} w_{ik} h_{ik} l_{ik}$ .

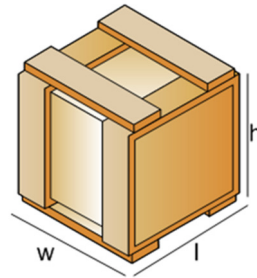


Figura 2 - Caixa ou item a ser carregado

O 3L-CVRP objetiva encontrar um conjunto de no máximo  $v$  subrotas, uma para cada veículo, tal que cada subrota inicie e termine no depósito e cada cliente seja visitado uma única vez e por apenas um veículo (entregas fracionadas não são permitidas). O carregamento de cada veículo deve ser tridimensionalmente factível e o somatório das distâncias de todas as subrotas deve ser minimizado. A factibilidade do carregamento tridimensional é garantida se as caixas carregadas não excederem a capacidade de peso  $D$  e se existir um arranjo de caixas que satisfaça as restrições do problema do *Bin Packing* tridimensional clássico, além de restrições adicionais de cunho operacional, listadas a seguir:

- Os itens devem ser carregados com suas faces paralelas às faces do veículo (carregamento ortogonal). Rotações no plano  $w-l$  são permitidas, mas a orientação da altura deve ser fixa quando indicado.
- Um parâmetro  $f_{ik}$  é utilizado para indicar a fragilidade dos itens. Se  $f_{ik} = 1$  indica que o item  $k$  é frágil e  $f_{ik} = 0$ , caso contrário. Itens não frágeis não podem receber outros itens sobre eles. Demais combinações são permitidas.
- Quando um item  $I_{ik}$  é carregado, sua base deve ter uma parcela mínima suportada  $\bar{A} \geq \alpha w_{ik} l_{ik}$  (pelo topo de outro item ou pelo piso do contêiner), onde  $0 < \alpha \leq 1$  é um parâmetro que representa a mínima fração da área da base de que deve ser suportada. Claramente, quando um item é carregado diretamente sobre o piso do veículo, a estabilidade do carregamento é sempre satisfeita.
- Quando um cliente  $i$  é visitado, o descarregamento de todos os itens  $I_{ik}$ , demandados por esse cliente deve atender a movimentos retos e paralelos à face  $L$  (comprimento) do veículo e nenhum outro item pertencente à outro cliente deverá ser movimentado, isto é, deve-se aplicar a regra *LIFO* (*Last In-First Out*)

A figura 3 apresenta uma instância exemplo para o 3L – CVRP, com oito clientes. A quantidade de itens demandados por cada cliente é representado pelo número de caixas e o peso total demandado pelo cliente  $i$  é indicado por  $d_i$ . A capacidade de carregamento dos veículos é  $D=100$  e esta não pode ser violada. Os itens frágeis são acinzentados.

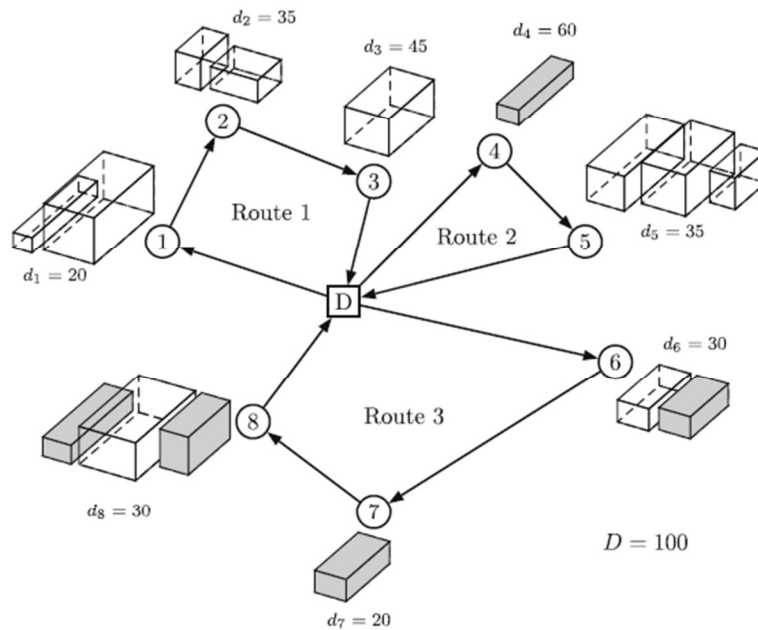


Figura 3 - Instância exemplo para o 3L - CVRP. Fuellerer *et al.* (2010)

Uma solução factível para a rota 3 da instância acima é ilustrada pela figura 4, onde as direções espaciais do compartimento de carga são representadas. Nota-se que os itens frágeis estão carregados sobre itens não frágeis e não há nenhum outro item carregado sobre eles. A estabilidade do carregamento é garantida pelo fato de que todas as caixas possuem ao menos 55% de sua base suportada por outra caixa ou pelo piso do contêiner (veículo).

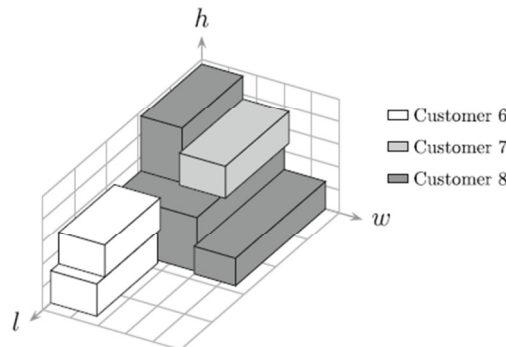


Figura 4 - Possível solução para a instância exemplo. Fuellerer *et al.* (2010)

## 2.1 Abordagens para a Resolução do 3L - CVRP

Embora a aplicabilidade da abordagem integrada para problemas de roteamento de veículos e carregamento de contêineres seja extensa, o tratamento do problema é escasso e recente. Para a resolução do 3L-CVRP, Gendreu *et al.* (2006) propõem uma busca tabu para a resolução do problema de roteamento que invoca iterativamente uma outra busca tabu para a solução do subproblema do carregamento. Os autores utilizaram o trabalho de Iori *et al.* (2006) para a geração das primeiras instâncias do 3L-CVRP e assim avaliar a busca tabu proposta. O trabalho também utilizou instâncias reais, advindas de uma empresa italiana de distribuição de móveis.

Araújo (2006) resolve o 3L-CVRP com foco principal no problema do carregamento. O autor propõe um algoritmo de múltiplos inícios com memória adaptativa e padrões de carregamento baseado em cubóides para a resolução do CLP, enquanto que ao roteamento foi resolvida com base na heurística construtiva paralela de Clarke e Wright (1964), refinada por um mecanismo de busca em duas vizinhanças. Os resultados comparados com o de Gendreu *et al.* (2006), melhorando as soluções obtidas em 4,52% em média.

Tarantilis *et al.* (2009) apresentam uma metaheurística híbrida baseada em busca

tabu e busca local guiada (*Guided Local Search – GLS*). O carregamento é resolvido com o emprego de uma coleção de heurísticas de empacotamento. Os testes foram comparados com Gendreu *et al.* (2006), produzindo resultados 3,54% melhores em média. Cabe destacar que o tempo computacional também foi significativamente menor para a maioria das instâncias testadas. Os autores também propuseram novas instâncias para o problema.

Fuellerer *et al.* (2010) empregam a metaheurística colônia de formigas (*Ant Colony Optimization – ACO*) para a resolução do problema. O método utiliza procedimentos heurísticos simplificados e rápidos para a resolução do subproblema do carregamento, enquanto que o problema principal do roteamento é baseado em um procedimento de *savings-based ACO*. Os resultados obtidos a partir das instâncias de Gendreau *et al.* (2006) foram em média 6,98 % melhores, com significativa redução do tempo de processamento para a maioria das instâncias.

### 3. Estratégia de Resolução

Os trabalhos encontrados na literatura prevêm a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento em dois estágios, onde a resolução do problema do roteamento evoca de forma iterativa uma rotina recursiva para resolver o subproblema do roteamento (WANG *et al.*, 2009). Este estudo propõe uma nova estratégia para a integração do problema do roteamento e do carregamento, baseado em limites de ocupação volumétrica do veículo, que resolve primeiramente o problema do roteamento e realiza um pré-processamento antes de se resolver o problema do carregamento.

#### 3.3 Integração do CVRP com o CLP para a Resolução do 3L – CVRP

A proposta para a resolução do 3L – CVRP baseia-se em Guimarães *et al.* (2010), e a resolução do CLP fica a cargo de um *software* comercial. Desenvolveu-se nesse trabalho dois parâmetros de controle de ociosidade (explicados a seguir), um mínimo e outro máximo, para viabilizar o carregamento conforme os clientes vão sendo agrupados.

Primeiramente, define-se para cada cliente uma demanda volumétrica, a partir do somatório das dimensões individuais de cada item demandado. Formalmente tem-se: Dado um cliente  $i$ , demandado um conjunto de  $m_i$  itens, onde cada item  $k$  ( $k = 1, \dots, m_i$ ) consiste em caixas retangulares com largura  $w_{ik}$ , altura  $h_{ik}$  e comprimento  $l_{ik}$ , define-se como volume total demandado pelo cliente  $i$  por  $vol_i = \sum_{k=1}^{m_i} w_{ik} * l_{ik} * h_{ik}$ . O agrupamento dos clientes é feito a partir dessa demanda volumétrica e da quantidade de veículos disponíveis (definida *a priori*) utilizando o algoritmo de Teitz e Bart (1968).

Após a formação de todos os agrupamentos, define-se o conceito de ociosidade e calculam-se, então, os respectivos limites de ociosidade permitidos (inferior e superior), que objetivam impedir que um veículo seja carregado com uma grande demanda volumétrica. Este procedimento minimiza a probabilidade de se obter um carregamento infactível durante a resolução do CLP, e ao mesmo tempo que esse mesmo veículo trafegue com grande ociosidade, o que acarreta em custos operacionais desnecessários.

Dado a capacidade volumétrica de carregamento do veículo, denotada por  $C$  (frota homogênea), para cada agrupamento  $p$ , formado por  $n$  clientes, onde  $p = 1, \dots, v$ ,  $i = 1, \dots, n$  e  $v$  é a quantidade de veículos disponível, a ociosidade é definida como: Ociosidade =  $C - \sum_{i=1}^n vol_i$ . Define-se ainda a Ocupação Média do conjunto  $v$  de agrupamentos como sendo: Ocupação Média =  $\frac{\sum_{p=1}^v vol_p}{v}$ , onde para cada  $p$  agrupamento formado por  $n$  pontos, sua respectiva ocupação é definida por:  $vol_p = \sum_{i=1}^n vol_i$  e sua ociosidade é dada por  $Oci_p = C_p - vol_p$ . Finalmente, os limites de ociosidade são definidos da seguinte forma:

- Limite Inferior de Ociosidade:  $LI = (Ocupação Média)$
- Limite Superior de Ociosidade:  $LS = \frac{\sum_{p=1}^v (C_p - vol_p)}{v}$

A definição do parâmetro  $LI$ , é obtida a partir da capacidade de carregamento de um veículo padrão, deduzido de uma ociosidade média calculada a partir dos agrupamentos formados. Já o  $LS$  é obtido a partir da ociosidade média de todos os agrupamentos. Estes limites atuam diretamente nos agrupamentos formados pela heurística de Teitz e Bart (1968) pois promovem a troca de pontos entre agrupamentos para adequação à ocupação volumétrica mínima e máxima que os veículos devem atender com o intuito de viabilizar o carregamento. Caso os limites de ociosidade não produzam carregamentos viáveis *a priori*, ajustes *a posteriori* são introduzidos para que se alcance a viabilidade com rotas de menor custo.

Convém elucidar que uma redução no Limite Inferior de Ociosidade implica em uma ocupação volumétrica maior, enquanto que um acréscimo nesse limite enseja uma ocupação volumétrica menor. Quando o roteamento obtido não produz um carregamento factível, é necessário que se eleve o Limite Inferior de Ociosidade. Isso implica na remoção de um ponto originário de um agrupamento com ociosidade abaixo do  $LI$  e inserção desse mesmo ponto em outro agrupamento mais ocioso, escolhido pela proximidade. Por fim, uma matriz de controle, é introduzida para que uma mesma troca de pontos entre rotas não seja repetida. Para uma instância com um conjunto de  $n$  pontos, define-se uma matriz  $M_{(n \times n)}$ . Sempre que ocorrer uma troca entre um ponto  $i$  com um ponto  $j$ , a entrada  $a_{(i,j)}$  de  $M_{(n \times n)}$  assume o valor 1. Novas trocas são permitidas somente entre pontos ainda não trocados, ou seja,  $a_{i,j}=0$ . A descrição completa da heurística para a resolução do 3L-CVRP é apresentada na figura 5.

<p><b>Início do Método:</b></p> <p><b>Passo 1</b> – Entrada de dados: <math>n</math> (número de clientes), <math>v</math> (quantidade de veículos), <math>d_i = \{i=1, \dots, n\}</math> (demanda volumétrica de cada cliente); <math>dg_j = \{j=1, \dots, v\}</math> (demanda de cada agrupamento <math>j</math>); <math>C</math> (capacidade volumétrica de carregamento de cada veículo).</p> <p><b>Passo 2</b> – Agrupar pontos pela heurística de Teitz e Bart (1968), (<math>v</math> define a quantidade de medianas)</p> <p><b>Passo 3</b> – Calcular ociosidade de cada agrupamento <math>g_j</math> com (<math>j=1, \dots, v</math>)</p> <p><b>3.1</b> – Ordenar ociosidade de cada agrupamento <math>g_j</math> com (<math>j=1, \dots, v</math>) em ordem decrescente</p> <p><b>3.2</b> – Calcular Limites Inferior de Ociosidade (<math>LI</math>) e Limite Superior de Ociosidade (<math>LS</math>)</p> <p><b>3.3</b> – Definir troca de pontos: <math>M</math> (<math>n \times n</math>), com <math>a(i, j) = 0 \forall (i, j) \in M</math></p> <p><b>Passo 4</b> – Ajuste dos agrupamentos <i>a priori</i>: Enquanto <math>\exists</math> algum <math>dg_j \geq LS</math> ou <math>dg_j \leq LI</math>, (<math>j=1, \dots, v</math>) faça.</p> <p><b>4.1</b> – Para cada <math>g_j \in v</math>, se <math>g_j \geq LS</math> ou</p> <p><b>4.1.1</b> Encontre um ponto <math>i \in j</math> a um ponto <math>k \in m</math> (<math>m \neq j</math>) tal que distância <math>(i, k)</math> seja mínima e <math>a(i, k) = 0</math>.</p> <p><b>4.1.1.1</b> Se <math>dg_j \leq LI</math>, Então:</p> <p style="padding-left: 20px;">Retire o ponto <math>i</math> do agrupamento <math>j</math> e o insira no agrupamento <math>m</math>  Ociosidade do agrupamento <math>j =</math> Ociosidade do agrupamento <math>j + d_i</math>  Ociosidade do agrupamento <math>m =</math> Ociosidade do agrupamento <math>m - d_i</math>  <math>a(i, k) = 1, a(i, k) \in M_{(n \times n)}</math></p> <p><b>4.1.1.2</b> Se <math>dg_j \geq LS</math>, Então:</p> <p style="padding-left: 20px;">Retire o ponto <math>k</math> do agrupamento <math>m</math> e o insira no agrupamento <math>j</math>  Ociosidade do agrupamento <math>j =</math> Ociosidade do agrupamento <math>j - d_k</math>  Ociosidade do agrupamento <math>m =</math> Ociosidade do agrupamento <math>m + d_k</math>  <math>a(i, k) = 1, a(i, k) \in M_{(n \times n)}</math></p> <p><b>Passo 5</b> – Construção das rotas para cada agrupamento: Para <math>j=1</math> até <math>v</math></p> <p><b>5.1</b> – Aplica-se a heurística construtiva de inserção mais econômica em <math>g_j</math></p> <p><b>5.2</b> – Aplica-se a heurística de melhoria 2-opt em <math>g_j</math></p> <p><b>5.3</b> – Aplica-se a heurística de melhoria 3-opt em <math>g_j</math></p> <p><b>Passo 6</b> – Resolução do CLP</p> <p><b>6.1</b> Se Carregamento Infactível Então:</p> <p><b>6.1.1</b> Ajuste o Limite Inferior de Ociosidade</p> <p><b>6.1.2</b> Ajuste o Limite Superior de Ociosidade</p> <p><b>6.1.3</b> Retorne ao <b>Passo 4</b></p> <p><b>6.2</b> Senão</p> <p><b>6.2.1</b> Solução Encontrada</p> <p><b>Fim do Método</b></p>
--

Figura 5 – Heurística proposta para a resolução do 3L-CVRP

A primeira verificação da ociosidade dos agrupamentos e consequente troca de pontos entre eles constituem o primeiro ajuste na heurística de Teitz e Bart (1968), enquanto que os ajustes dos limites de ociosidade, efetuados no passo 6 após a construção das rotas, podem ser considerados como um segundo ajuste no mesmo algoritmo. Neste sentido o elemento balizador continua sendo o agrupamento dos pontos de acordo com a demanda de cada um deles e o posterior roteamento entre os pontos dos grupos formados.

#### 4. Resultados e Discussões

A heurística proposta foi implementada em linguagem Visual Basic, versão 6.0 e testada em um AMD Athlon™ 64 Dual Core, 2.10 Ghz com 896 MB de memória, sistema operacional Windows Seven. A validação foi obtida para o mesmo conjunto de instâncias proposta por Gendreau *et al.* (2006) (exceto a instância E045-04f), dividida igualmente em três grupos conforme a quantidade de clientes (nós) por instância, sendo  $n \leq 25$ ,  $25 < n < 50$  e  $n > 50$ .

As instâncias contêm a coordenada cartesiana de cada ponto, com respectivo peso demandado. O espaço para carregamento do veículo possui as dimensões de comprimento, altura e largura com 65 x 25 x 30 unidades de medida, além da quantidade de veículos disponíveis para a realização do carregamento. As demandas de cada cliente são caixas variando de no mínimo uma até no máximo três, podendo ser frágeis ou não frágeis, devendo ter ao menos 75% da área da base suportada. As caixas podem ser carregadas nas seis orientações possíveis, salvo quando alguma restrição é imposta. Os resultados obtidos foram comparados com os quatro trabalhos conhecidos disponíveis na literatura, sendo eles:

- GEN – Busca Tabu com único início proposta por Gendreau *et al.* (2006)
- FUE – Colônia de Formigas proposta por Fuellerer *et al.* (2010)
- ARA – Busca Tabu e carregamento por heurística com memória adaptativa e padrão de carregamento baseado em cubóides, proposto por Araújo (2006)
- TAR – *Guided Local Search* proposta por Tarantilis *et al.* (2009)

A tabela 2 apresenta os resultados obtidos para o conjunto de instâncias testadas considerando todas as restrições. Da esquerda para a direita têm-se: nome da instância, número de pontos, número de caixas, solução obtida para a instância (distância euclidiana), ocupação máxima e mínima (decorrente dos limites de ociosidades permitidos), número de veículos necessários e os tempos computacionais segmentados pelos problemas abordados (roteamento e carregamento) em segundos.

Tabela 2 – Resultados obtidos para o conjunto de instâncias testadas

Instância	N. Clientes	N. Caixas	Solução Obtida	Ocupação Máxima	Ocupação Mínima	N. Veículos	Tempo Rot. (s)	Tempo Carg. (s)	Tempo Total (s)
E016-03m	15	32	325,1	77,1%	31,4%	5	0,0	31,0	31,0
E016-05m	15	26	338,2	66,6%	33,2%	5	0,0	33,5	33,5
E021-04m	20	37	424,7	74,9%	12,3%	6	0,0	43,2	43,2
E021-06m	20	36	424,4	84,6%	7,5%	6	0,0	42,6	42,6
E022-04g	21	45	457,0	89,0%	56,1%	6	0,0	49,8	49,8
E022-06m	21	40	493,8	74,9%	43,5%	6	0,1	35,4	35,5
E023-03g	22	46	916,9	79,0%	42,5%	6	0,1	37,2	37,3
E023-05s	22	43	842,4	86,8%	20,8%	6	0,1	38,4	38,5
E026-08m	25	50	615,9	52,0%	24,2%	8	0,1	52,0	52,1
E030-03g	29	62	864,0	72,3%	5,9%	9	0,2	63,9	64,1
E030-04s	29	58	853,6	71,7%	12,4%	8	0,2	58,4	58,6
E031-09h	30	63	610,2	52,5%	5,0%	9	0,2	66,6	66,8
E033-03n	32	61	3103,1	70,8%	20,5%	8	0,2	60,0	60,2
E033-04g	32	72	1615,0	72,7%	25,5%	9	0,3	71,1	71,4
E033-05s	32	68	1633,3	79,3%	43,2%	9	0,3	59,4	59,7
E036-11h	35	63	697,7	55,3%	43,2%	11	0,3	73,7	74,0
E041-14h	40	79	801,4	51,8%	15,0%	11	0,5	74,8	75,3
E051-05e	50	99	883,0	68,0%	26,2%	12	0,9	75,6	76,5
E072-04f	71	147	641,6	70,5%	29,1%	16	5,8	102,4	108,2
E076-07s	75	155	1258,7	65,4%	40,0%	17	4,4	110,5	114,9
E076-08s	75	146	1245,6	68,5%	45,3%	17	4,3	115,6	119,9
E076-10e	75	150	1361,2	61,0%	42,1%	17	4,6	117,3	121,9
E076-14s	75	143	1273,0	60,4%	36,7%	16	5,0	100,8	105,8
E101-08e	100	193	1542,1	67,9%	35,8%	22	16,7	140,8	157,5
E101-10c	100	199	1816,3	74,7%	30,9%	25	32,7	182,5	215,3
E101-14s	100	198	1639,1	72,6%	36,7%	23	18,1	165,6	183,7
<b>Total</b>	<b>1161</b>	<b>2311</b>				<b>293</b>			
<b>Média</b>			<b>1026,0</b>	<b>70,0%</b>	<b>29,4%</b>		<b>3,7</b>	<b>77,0</b>	<b>80,7</b>

Cabe destacar que o tempo de processamento do carregamento apresenta pouca variabilidade, sendo proporcional à quantidade de veículos (ou subrotas) a serem carregadas. Pelo fato da heurística gerar todas as subrotas antes de ser executado o carregamento, o tempo de processamento requerido pelo software de carregamento depende apenas da quantidade de veículos a serem carregados. Destaca-se também o baixo tempo computacional para a resolução do problema do roteamento, ficando abaixo de um segundo para todas as instâncias da primeira e segunda classe (até 50 clientes) e ultrapassando a casa dos 6 segundos apenas para as instâncias com mais de 75 pontos. Devido a isso, o tempo total para a resolução de todas as instâncias ficou abaixo de 2100 segundos.

Outro fato importante a ser avaliado são as ocupações mínimas e máximas permitidas. Esse parâmetro introduzido na heurística para viabilizar o CLP aponta que um veículo com 70% de seu espaço carregado em média possui um carregamento viável. Cabe ressaltar que, embora os limites permitam uma grande faixa de ocupação (de 72,33% até 5,93% para a instância E030-03g), as subrotas podem ser mantidas distantes desses limites, especialmente no caso da ocupação mínima exigida. Os ajustes desses limites *a priori* justificam o baixo custo computacional para a resolução das instâncias. Finalmente tem-se a análise comparativa



do desempenho deste trabalho em relação às outras abordagens existentes na literatura, apresentada nas tabelas 2 (valores absolutos) e 3 (valores relativos).

TABELA 2 – Resultados comparados para as instâncias do 3L – CVRP (valores absolutos)

Instância	N. Cl.	N.Cx.	GEN		FUE		ARA		TAR		PROPOSTO	
			Sol	T(s)	Sol	T(s)	Sol	T(s)	Sol	T(s)	Sol	T(s)
E016-03m	15	32	316,3	129,5	304,1	11,2	304,1	73,5	321,5	7,8	325,1	31,0
E016-05m	15	26	350,6	5,3	335,0	0,1	335,0	224,9	335,0	7,2	338,2	33,5
E021-04m	20	37	447,7	461,1	399,7	88,5	391,7	180,9	431,0	352,6	424,7	43,2
E021-06m	20	36	448,5	181,1	440,7	3,9	448,0	112,0	458,0	204,0	424,4	42,6
E022-04g	21	45	464,2	75,8	450,9	22,7	454,1	12,9	465,8	61,3	457,0	49,8
E022-06m	21	40	504,5	1167,9	498,3	17,5	499,1	707,2	508,0	768,8	493,8	35,5
E023-03g	22	46	831,7	181,1	792,1	51,4	865,8	27,5	796,6	241,5	916,9	37,3
E023-05s	22	43	871,8	156,1	820,7	56,2	823,2	13,1	880,9	140,0	842,4	38,5
E026-08m	25	50	666,1	1468,5	635,5	15,3	645,1	332,0	642,2	604,7	615,9	52,1
E030-03g	29	62	911,2	714,0	840,8	241,2	849,3	275,4	884,7	803,1	864,0	64,1
E030-04s	29	58	819,4	396,4	818,9	172,4	822,2	353,2	873,4	308,5	853,6	58,6
E031-09h	30	63	651,6	268,1	626,4	46,2	625,9	474,6	624,2	180,8	610,2	66,8
E033-03n	32	61	2928,3	1639,1	2739,8	235,4	2807,6	155,0	2799,7	1309,5	3103,1	60,2
E033-04g	32	72	1559,6	3451,6	1466,8	623,8	1494,7	589,4	1504,4	2678,1	1615,0	71,4
E033-05s	32	68	1452,3	2327,4	1367,6	621,0	1467,7	1914,8	1415,4	1466,3	1633,2	59,7
E036-11h	35	63	707,9	2550,3	698,9	12,8	702,7	88,3	698,6	2803,2	697,7	74,0
E041-14h	40	79	920,87	2142,5	868,59	11,8	879,57	2114,3	872,79	1208,6	801,4	75,3
E051-05e	50	99	871,3	1822,3	777,2	614,3	823,5	2921,1	818,7	1438,4	883,0	76,5
E072-04f	71	147	732,1	790,0	604,3	3762,3	623,4	7153,5	641,6	1284,8	641,6	108,2
E076-07s	75	155	1275,2	2370,3	1110,1	5140,0	1168,8	2408,5	1159,7	1704,8	1258,7	114,9
E076-08s	75	146	1277,9	1611,3	1194,2	2233,6	1252,6	1218,9	1245,4	1663,5	1245,6	119,9
E076-10e	75	150	1258,2	6725,6	1158,5	3693,4	1216,2	5566,6	1231,9	3048,2	1361,2	121,9
E076-14s	75	143	1307,1	6619,3	1136,8	1762,8	1193,1	7188,7	1202,0	2876,8	1273,0	105,8
E101-08e	100	193	1570,7	5630,9	1429,6	8619,7	1499,0	6976,3	1457,5	3432,0	1542,1	157,5
E101-10c	100	199	1848,0	4123,7	1611,8	6651,2	1782,8	7157,8	1711,9	3974,8	1816,3	215,2
E101-14s	100	198	1747,5	7127,2	1560,7	10325,8	1675,3	2304,7	1646,4	5864,2	1639,1	183,7
<b>Média</b>			<b>1046,9</b>	<b>2055,6</b>	<b>964,4</b>	<b>1813,3</b>	<b>1003,3</b>	<b>1948,4</b>	<b>1002,0</b>	<b>1481,8</b>	<b>1026,0</b>	<b>80,7</b>

As colunas quatro e cinco apresentam os resultados obtidos por Gendreau *et al.* (2006), sendo solução obtida e o tempo de processamento requerido, respectivamente. Já as colunas seguintes apresentam os resultados para os trabalhos de Fuellerer *et al.* (2010), Araújo (2006) e Tarantilis *et al.* (2009). As colunas 12 e 13 referem-se aos resultados obtidos pela abordagem proposta neste trabalho.

Conforme já citado, merece destaque o reduzido tempo de processamento requerido pelo método proposto. Tais valores dependem diretamente dos limites de ociosidade configurados antes da execução do algoritmo, podendo ser elevados significativamente caso os limites iniciais não apresentem carregamentos factíveis. Com relação às soluções encontradas, a tabela 3 apresenta o desvio entre os resultados obtidos por este trabalho e as demais abordagens comparadas. Pela diferença de hardware utilizado, não é pertinente comparar os tempos de processamento.

TABELA 3 – Desvio com relação aos demais trabalhos para instâncias do 3L – CVRP (valores relativos)

Instância	N. Cl.	N.Cx.	GEN	FUE	ARA	TAR
			Sol	Sol	Sol	Sol
E016-03m	15	32	1,03	1,07	1,07	1,01
E016-05m	15	26	0,96	1,01	1,01	1,01
E021-04m	20	37	0,95	1,06	1,08	0,99
E021-06m	20	36	0,95	0,96	0,95	0,93
E022-04g	21	45	0,98	1,01	1,01	0,98
E022-06m	21	40	0,98	0,99	0,99	0,97
E023-03g	22	46	1,10	1,16	1,06	1,15
E023-05s	22	43	0,97	1,03	1,02	0,96
E026-08m	25	50	0,92	0,97	0,95	0,96
E030-03g	29	62	0,95	1,03	1,02	0,98
E030-04s	29	58	1,04	1,04	1,04	0,98
E031-09h	30	63	0,94	0,97	0,97	0,98
E033-03n	32	61	1,06	1,13	1,11	1,11
E033-04g	32	72	1,04	1,10	1,08	1,07
E033-05s	32	68	1,12	1,19	1,11	1,15
E036-11h	35	63	0,99	1,00	0,99	1,00
E041-14h	40	79	0,87	0,92	0,91	0,92
E051-05e	50	99	1,01	1,14	1,07	1,08
E072-04f	71	147	0,88	1,06	1,03	1,00
E076-07s	75	155	0,99	1,13	1,08	1,09
E076-08s	75	146	0,97	1,04	0,99	1,00
E076-10e	75	150	1,08	1,17	1,12	1,10
E076-14s	75	143	0,97	1,12	1,07	1,06
E101-08e	100	193	0,98	1,08	1,03	1,06
E101-10c	100	199	0,98	1,13	1,02	1,06
E101-14s	100	198	0,94	1,05	0,98	1,00
<b>Média</b>			<b>0,99</b>	<b>1,06</b>	<b>1,03</b>	<b>1,02</b>

Valores abaixo de 1,00 apontam uma rota com distância menor do método proposto em relação às demais abordagens comparadas. Na média, houve uma melhoria de 1% em relação ao às soluções obtidas por Gendreau *et al.* (2006). Com relação ao trabalho de Fuellerer *et al.* (2010), o desempenho foi 6,4% inferior em média, entretanto com soluções ligeiramente melhores para algumas instâncias. A análise comparativa para os trabalhos de Araújo (2006) e Tarantilis (2009) mostra que os resultados estão bastante próximos, com valores médios ligeiramente inferiores (2,3%).

Pela própria característica do 3L-CVRP, existe a possibilidade de representação gráfica do resultado. Os dados abaixo referem-se à instância E016-03m. Da esquerda para a direita, a tabela 4 apresenta as coordenadas dos clientes e do depósito, demanda em peso, quantidade de caixas para cada cliente e de acordo com estas, as colunas seguintes apresentam as dimensões espaciais e a sinalização de fragilidade.

TABELA 4 – Resumo da instância E016-03-m

Nó	X	Y	Peso	# Caixas	H1	W1	L1	Frágil	H2	W2	L2	Frágil	H3	W3	L3	Frágil
0	30	40	0	0												
1	37	52	7	1	7	5	30	SIM				NÃO				NÃO
2	49	49	30	1	15	8	29	SIM				NÃO				NÃO
3	52	64	16	2	16	15	33	NÃO	6	5	36	NÃO				NÃO
4	20	26	9	1	17	15	15	NÃO				NÃO				NÃO
5	40	30	21	2	15	7	13	NÃO	8	10	15	NÃO				NÃO
6	21	47	15	3	12	14	12	NÃO	6	11	27	NÃO	16	9	20	SIM
7	17	63	19	2	10	7	23	NÃO	10	7	21	SIM				NÃO
8	31	62	23	3	12	14	15	NÃO	7	8	27	NÃO	9	6	31	SIM
9	52	33	11	1	10	7	24	SIM				NÃO				NÃO
10	51	21	5	1	14	12	25	NÃO				NÃO				NÃO
11	42	41	19	3	15	15	31	NÃO	14	13	19	NÃO	10	13	16	NÃO
12	31	32	29	3	9	8	31	NÃO	14	7	21	NÃO	7	7	29	NÃO
13	5	25	23	3	16	11	34	NÃO	17	13	26	NÃO	11	10	28	NÃO
14	12	42	21	3	14	13	27	NÃO	12	11	33	NÃO	8	10	17	NÃO
15	36	16	10	3	18	12	33	NÃO	9	12	23	SIM	9	6	34	SIM

A figura 5 apresenta a solução gráfica da instância. Foram utilizados 5 veículos percorrendo uma rota final (distância euclidiana) de 325,08.

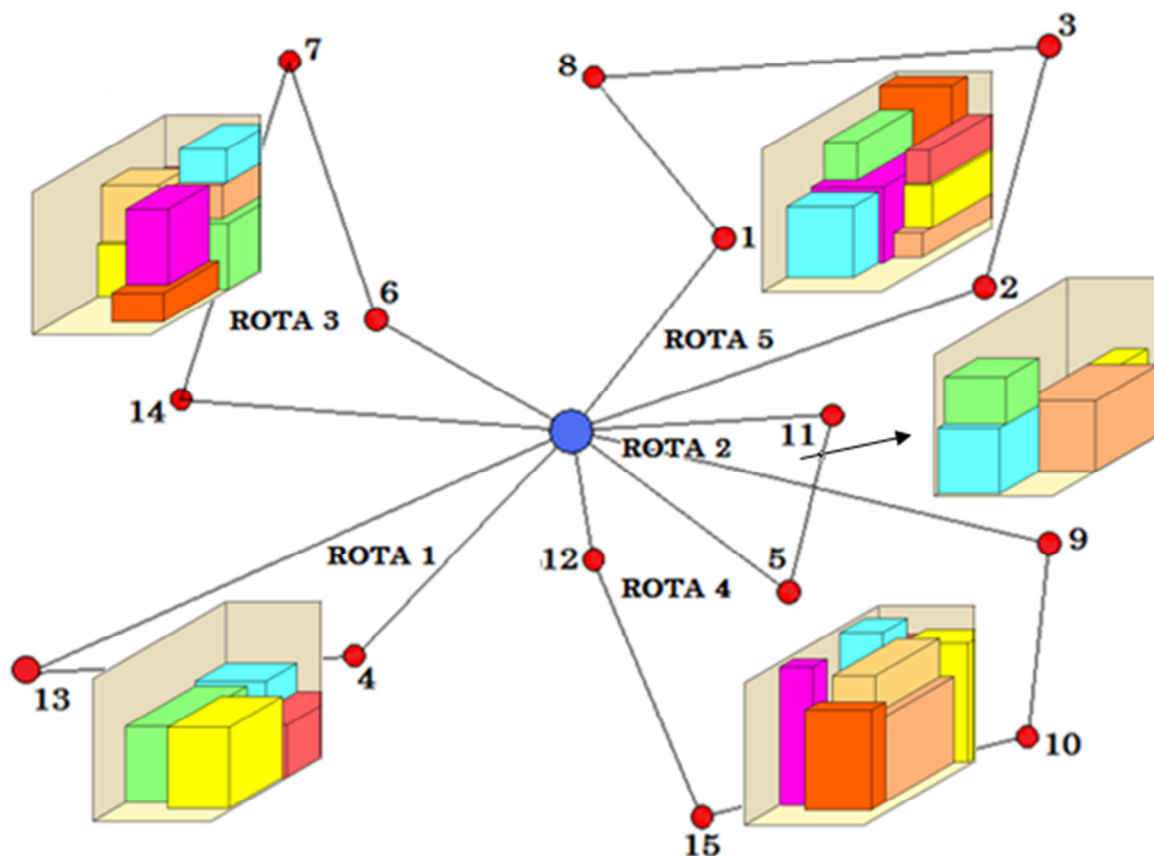


Figura 5 – Solução gráfica para a instância E016-03-m

## 5. Considerações Finais

Este trabalho apresenta uma proposta para a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento. Inicialmente desenvolveu-se uma heurística para a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados, empregando uma estratégia dividida em dois estágios que consiste primeiramente em agrupar os clientes conforme suas demandas para depois definir as rotas para os agrupamentos formados. Para o primeiro estágio utilizou-se o algoritmo de Teitz e Bart

(1968) com dois tipos de ajustes: o primeiro realizado *a priori* que define a quantidade de agrupamento em função da quantidade de veículos disponíveis. O segundo ajuste que realiza troca de pontos entre rotas para que a demanda volumétrica dos clientes não excedam limites de ociosidades estabelecidos. Este segundo ajuste atua como um pré-processamento dos dados aumentando as possibilidades de se obter um carregamento factível para o agrupamento dos pontos, em relação às restrições usuais do problema do *bin packing* tridimensional.

O segundo estágio roteiriza os agrupamentos formados, obtendo uma solução inicial através da heurística de inserção mais econômica com melhoramentos através das trocas *2-opt* e *3-opt*. Posteriormente a abordagem proposta para a resolução do CVRP foi estendida para considerar restrições de empacotamento tridimensionais. Para tanto, empregou-se um *software* comercial de carregamento de contêineres e foi desenvolvido um mecanismo de interface baseado em limites de ocupação que vão sendo ajustados iterativamente de forma a se obter um carregamento factível.

Os testes computacionais realizados para as instâncias do 3L-CVRP apresentaram bons resultados em comparação com outras abordagens existentes. O tempo requerido para o processamento das instâncias foi bastante reduzido, ainda que não tenha sido possível analisá-lo comparativamente com outras abordagens em decorrência da diferença de hardware. Destaca-se ainda a redução na quantidade de veículos para resolução das instâncias.

A estratégia de integração do problema do roteamento de veículos com o problema do carregamento de caixas dentro de contêineres baseado em limites de ociosidade demonstrou-se eficiente, pois impossibilitou o tráfego de veículos com pouca ocupação ao passo que não permitiu que o volume carregado gerasse carregamentos infactíveis. O correto ajuste desses limites justifica a significativa o reduzido tempo de processamento para as instâncias testadas.

## Referências

- Araujo, O. B.** *Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2006.
- Campos, D. S.** *Integração de problemas de carregamento e roteamento de veículos com janela de tempo e frota heterogênea*. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.
- Clarke, G.; Wright, J. V.** Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery point. *Operations Research*, 12, 1964. 568-581.
- Fuellerer, G.; Doerner, K.; Hartl, R.; Iori, M.** Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, Vol. 201, 2010. 751-759.
- Gendreau, M.; Iori, M.; Laporte, G.; Martello, S.** A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem. *Transportation Science*, Vol. 40, n. 3, 2006. p.342-350.
- Guimarães, T. A.; Scarpin, C. T. ; Loch, G. V. ; Steiner, M. T. A.** Proposta de uma Heurística Híbrida para a Resolução do Problema do Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC). *SPOLM 2010 - XIII SIMPÓSIO DE PESQUISA OPERACIONAL E LOGÍSTICA DA MARINHA: Anais, 2010*.
- Iori, M.; Salazar-González, J. J.; Vigo, D.** An exact approach for the vehicle routing problem with two dimensional loading constraints. *Transportation Science*, Vol. 40, 2006. p. 342-350.
- Tarantilis, C. D.; Zachariadis, E. E.; Kiranoudis, C. T.** A Hybrid Metaheuristic Algorithm for the Integrated Vehicle Routing and Three-Dimensional Container-Loading Problem. *IEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol.10, 2009. p.255-271.
- Teitz, M. B.; Bart, P.** Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted. *Operations Research*, Vol. 16, p. 955-961, 1968.
- Wang, F.; Tao, Y.; Shi, N.** A survey on vehicle routing problem with loading constraints. *INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON COMPUTATIONAL SCIENCES AND OPTIMIZATION*. Washington DC: IEEE Computer Society. 2009. p. 602-606.