



ISSN 2175-6295 Rio de Janeiro- Brasil, 12 e 13 de agosto de 2010

UM MODELO ESTOCÁSTICO PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM JANELA DE TEMPO APLICADO AO PROBLEMA DE ENTREGA DE REFEIÇÕES

Iara Zandonai do Nascimento

Universidade Federal do Paraná
81531-970, Campus Centro Politécnico, Curitiba, PR
E-mail: iarazana@ufpr.br

Neida Maria Patias Volpi

Universidade Federal do Paraná
81531-970, Campus Centro Politécnico, Curitiba, PR
E-mail: neida@ufpr.br

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo para o problema de roteamento de veículos com janela de tempo, no caso de entrega de produtos. O modelo proposto permite que o cliente seja atendido fora da janela de tempo prevista, neste caso é considerado um desvio da janela (por atraso ou antecedência) e uma penalidade é imposta. Além disso, foram incorporados elementos estocásticos no modelo, visto que na maioria dos problemas reais os elementos que formam o sistema são bastante variáveis. Os dados para resolução do modelo foram obtidos na Associação dos Servidores Municipais de Colombo, Paraná, e este foi resolvido através do pacote computacional Lingo 8.0.

Palavras-chave:

Roteamento de veículos com janela de tempo; Desvio de janela; Modelo estocástico.

Abstract

This paper presents a model to the vehicle routing problem with time windows, in the case of products delivery. The proposed model allows that the customer be serviced outside fixed time windows, in this case a window deviation is considered (by delay or antecedence) and a penalty is imposed. Moreover, stochastic elements have been incorporated to the model, since in most real problems the system elements are variable. The data used to solve the model were obtained from Colombo Municipal Servers Association, in Paraná, and this was solved by Lingo 8.0 software package.

Key-words:

Vehicle routing problem with time windows; Window Deviation; Stochastic Model.

1. INTRODUÇÃO

A eficiência nos processos logísticos e na distribuição de mercadorias e serviços é um fator de grande influência na competitividade de uma empresa. Dessa forma, a melhoria dos serviços logísticos tem ganhado atenção especial nas últimas décadas. Tanto as instituições privadas quanto as públicas visam alcançar um bom nível de satisfação do cliente a um baixo custo operacional. Os custos de transporte têm peso significativo na formação desse custo operacional e por isso problemas na área de distribuição têm sido amplamente estudados.

Um problema importante na área de distribuição é o problema de roteamento de veículos (PRV). Esse tipo de problema incorpora um roteiro de coleta ou entrega de custo mínimo onde os veículos partem de um ou mais depósitos e visitam certo número de clientes. Devido a sua enorme dinamicidade o PRV apresenta várias extensões, dentre elas está o problema de roteamento de veículos com janela de tempo (PRVJT). Esse problema tem como objetivo determinar as rotas de custo mínimo para uma frota de veículos de mesma capacidade, atendendo à demanda de um conjunto de clientes, para os quais o atendimento somente é possível dentro de intervalo de tempo determinado, chamado janela de tempo.

Em termos de complexidade computacional, os problemas de roteamento pertencem à categoria conhecida como “*NP-hard*”, ou seja, não se conhecem algoritmos para sua solução que possam ser resolvidos em tempo polinomial. Por essa razão para resolver esses modelos por métodos exatos o número de variáveis e restrições deve ser pequeno.

No PRV padrão os elementos que constituem o sistema são determinísticos, ou seja, as demandas, os tempos, os custos e os locais são conhecidos antecipadamente. Entretanto, na maioria dos problemas reais, os elementos do sistema são bastante variáveis e por isso o problema deve ser considerado estocástico.

Apesar do problema de roteamento de veículos com janela de tempo ser um dos mais estudados na área de otimização combinatória, esse tipo de problema é muito variado e nem sempre os pacotes de solução disponíveis no mercado resolvem satisfatoriamente os problemas das empresas.

Sendo assim, a finalidade desse trabalho é elaborar uma ferramenta eficiente que venha auxiliar no processo de elaboração de roteiros de entrega de refeições feitas pela ASSEMCO – Associação dos Servidores Municipais de Colombo, localizada na região metropolitana de Curitiba, Paraná.

Dentre as inúmeras atividades realizadas pela ASSEMCO, a atividade de entrega de refeições constitui um grande desafio. Como a demanda de pedidos é bastante variável, bem como a quantidade de locais de entrega, torna-se difícil atender em tempo hábil a todos os clientes.

Dessa forma, o objetivo principal deste trabalho é apresentar um modelo matemático para o problema de roteamento de veículos com janela de tempo, no caso específico de entrega de produtos, com elementos estocásticos incorporados na modelagem.

No PRVJT padrão as janelas de tempo devem ser respeitadas, no modelo proposto é permitido que o cliente seja atendido fora da janela de tempo prevista, neste caso é considerado um desvio da janela (por atraso ou antecedência) e uma penalidade é imposta. O objetivo do modelo é minimizar os desvios das janelas de tempo, além da distância percorrida pelos veículos e o número de veículos utilizados.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Abordagens exatas e heurísticas têm sido amplamente estudadas para obter soluções para o PRVJT. As primeiras técnicas de solução podem ser encontradas em Kolen, Rinnooy Kan e Trienekens (1987), Desrochers et al. (1988), e Solomon e Desrosiers (1988). Kolen, Rinnooy Kan e Trienekens (1987) introduziram o primeiro método para encontrar a solução exata para

o PRVJT, através da extensão do algoritmo de caminho mínimo de Christofides, Mingozzi e Toth (1981b).

Os principais métodos exatos utilizados na solução do PRVJT se baseiam em técnicas de relaxação, planos de corte e geração de colunas. Desrochers, Desrosiers e Solomon (1992) usaram o método de geração de colunas em uma decomposição de Dantzig-Wolfe. Kohl e Madsen (1997) desenvolveram algoritmo baseado em relaxação Lagrangeana e Cook e Rich (1999) utilizaram algoritmos baseados em planos de cortes. Ainda em abordagens exatas existem os trabalhos recentes de Feillet et. al (2004) e Rousseau, Gendreau e Pesant (2004).

Devido à complexidade computacional do PRVJT muitos autores têm se dedicado ao estudo de heurísticas e metaheurísticas como técnicas de solução, já que essas, ao contrário dos métodos exatos, exploram apenas uma parte do espaço de soluções, mas fornecem soluções de boa qualidade a um baixo custo computacional.

Solomon (1987) adaptou a heurística de varredura desenvolvida por Gillet e Miller (1974) para o problema de roteamento com janela de tempo. Potvin e Rosseau (1993) introduziram uma versão paralela a heurística proposto por Solomon (1987). Ioannou et al. (2001) basearam-se em Solomon (1987) e criaram novos critérios de seleção e inserção de nós. Bramel e Simchi-Levi (1993) introduziram um algoritmo de duas fases para a solução do PRVJT. Muitas heurísticas têm sido aplicadas como uma pós-otimização a fim de melhorar a solução encontrada. Exemplos dessas aplicações no PRVJT podem ser encontrados em Russell (1995) e Bräysy (2003).

Muitas abordagens metaheurísticas como Busca Tabu (Garcia et al. (1994), Bräysy e Gendreau (2002)), Simulated Annealing (Chiang and Russell (1996), Czech and Czarnas (2002) e Li e Lim (2003)), Colônia de formigas (Gambardella, Taillard e Agazzi(1999)), Algoritmos evolucionários (Homberger e Gehring (1999), Berger et al. (2003) e Ting e Huang (2004)) e GRASP -Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (Kontoravdis e Bard (1995)) têm sido aplicadas ao problema de roteamento com janela de tempo.

3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA REAL

A ASSEMCO possui um restaurante a partir do qual são preparadas e distribuídas as refeições. Os locais de destinos são escolas, postos de saúde, entre outros estabelecimentos da Prefeitura Municipal de Colombo.

Alguns pedidos são agendados, mas em sua maioria os pedidos são feitos diariamente e em virtude disso a demanda torna-se bastante variável, bem como os locais de entrega a serem atendidos. Além disso, o intervalo de tempo em que os clientes devem ser atendidos é pequeno e determinados lugares preferem receber as refeições em horários fixos, como escolas por exemplo.

O atual roteiro de distribuição possui 54 locais e a entrega de refeições se baseia na experiência do funcionário encarregado do processo. O funcionário se apóia em sua prática e conhecimento das condições viárias e de tráfego da região atendida para definir os roteiros. Entretanto essa prática nem sempre é a mais eficaz porque nem todos os 54 locais precisam ser atendidos diariamente. Isso muitas vezes acarreta na perda da qualidade da refeição que permanece muito tempo dentro do veículo e na insatisfação dos clientes que não recebem o produto no horário determinado.

A figura 1 a seguir apresenta os pontos de demanda e também a localização do restaurante (depósito) de onde partem os veículos.

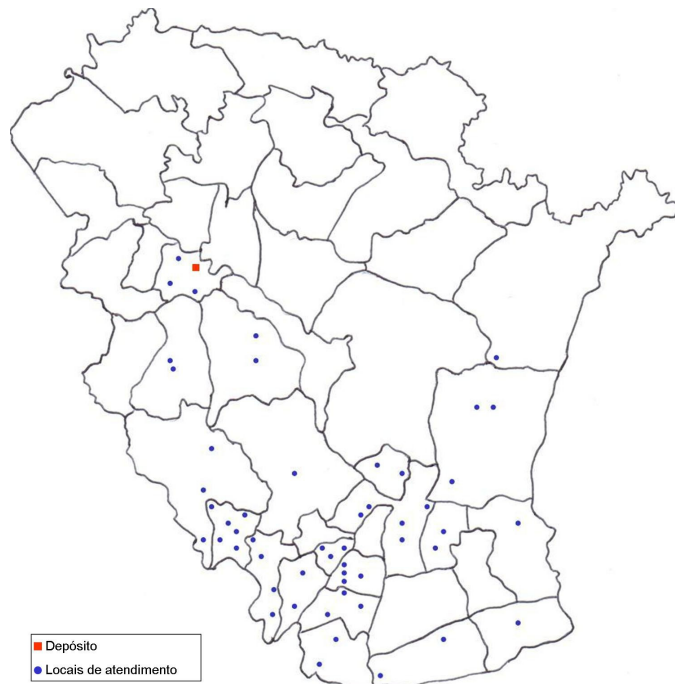


Figura 1 – Localização dos pontos de demanda e depósito

A ASSEMCO possui 2 veículos com capacidades iguais que partem do restaurante e possuem aproximadamente 2 horas para atender os locais de demanda.

Em média são entregues 130 refeições e atendidos 35 locais por dia, entretanto esses dados são bastante variáveis. Por exemplo, em alguns dias chegam a ser entregues 200 refeições em aproximadamente 50 locais. Em outros dias apenas 15 locais são atendidos e por volta de 35 refeições entregues.

Conforme mencionado o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático que forneça a ASSEMCO uma solução que minimize, além da distância percorrida pelos veículos os desvios de janela de tempo que venham a ocorrer, considerando os elementos estocásticos do problema: a demanda dos clientes, e conseqüentemente a presença destes e o tempo de viagem entre eles.

4. MODELO

Foram incorporados ao modelo a probabilidade de presença dos clientes, que neste estudo de caso significa que o cliente fez um pedido, a probabilidade de presença do arco (i,j) , foi calculada considerando-se que haja demanda nos nós i e j , mas não nos nós intermediários. O tempo de viagem entre os clientes, foi calculado baseado na probabilidade de presença destes. O objetivo do modelo é minimizar os desvios da janela, a distância percorrida pelos veículos e o número de veículos utilizados.

O modelo proposto foi baseado em Azi, Gendreau e Potvin(2007, p. 755), Bard et al.(2010, p. 05) e Mark e Guo(2006, p. 185) e pode ser definido como segue. Seja um grafo orientado $G=(N,A)$, onde $N = V \cup \{0, n+1\}$, $V = \{1, \dots, n\}$ é o conjunto de nós que representam os clientes, e 0 e $n+1$ são os nós que representam o depósito e $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ o conjunto de arcos associados às conexões entre os nós. O conjunto de veículos é denotado por K , e cada veículo $k \in K$ tem capacidade Q .

A cada arco $(i,j) \in A$ estão associados um custo(distância) c_{ij} , um tempo de viagem t_{ij} e uma probabilidade de presença \bar{p}_{ij} . Cada cliente $i \in N$ possui uma demanda d_i , uma probabilidade de presença p_i , uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ e uma penalidade λ_i caso a janela de tempo

prevista não seja respeitada. O custo de utilizar um veículo é dado por c_v e é igual para todos os veículos.

As variáveis utilizadas no modelo são definidas como:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo } k \text{ percorre o arco } (i, j), \forall k \in K \text{ e } \forall (i, j) \in A \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{se o cliente } i \text{ é atendido pelo veículo } k, \forall k \in K \text{ e } \forall i \in N \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

t_{ik} = instante em que o veículo k começa a servir o cliente i , $\forall k \in K$ e $\forall i \in N$

D_i^+ = desvio da janela de tempo relativa ao cliente i , caso o cliente i seja atendido com atraso

D_i^- = desvio da janela de tempo relativa ao cliente i , caso o cliente i seja atendido com antecedência

Considerando M uma constante qualquer grande o suficiente, tem-se:

$$\min \sum_{i \in N} \lambda_i (D_i^+ + D_i^-) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \overline{p}_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} c_v y_{ik} \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j \in N} x_{ijk} = y_{ik}, \quad i \in N, k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} y_{ik} = 1, \quad i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \quad h \in N, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} x_{0ik} = 1, \quad k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i(n+1)k} = 1, \quad k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N} d_i y_{ik} \leq Q, \quad k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} x_{ijk} \leq T, \quad k \in K \quad (8)$$

$$t_{ik} + t_{ij} - M(1 - x_{ijk}) \leq t_{jk}, \quad (i, j) \in A, k \in K \quad (9)$$

$$-D_i^- + a_i y_{ik} \leq t_{ik} \leq b_i y_{ik} + D_i^+, \quad i \in N, k \in K \quad (10)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in N, k \in K \quad (11)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i \in N, k \in K \quad (12)$$

$$t_{ik} \geq 0, \quad i \in N, k \in K \quad (13)$$

$$D_i^-, D_i^+ \geq 0, \quad i \in N \quad (14)$$

A função objetivo (1) minimiza os desvios de janela, a distância percorrida pelos veículos e o número de veículos utilizados. A distância percorrida é computada através do somatório da distância percorrida por cada veículo da solução vezes a probabilidade de

presença do trajeto percorrido. As restrições (2) e (3) asseguram que cada cliente seja visitado somente uma vez.

As restrições (4), (5) e (6) são relativa à estrutura de redes e exigem que cada veículo parta e retorne ao depósito somente uma única vez, e deixe um determinado nó somente se entrar nele. As restrições (7) e (8) impõem que cada rota não exceda a capacidade Q do veículo e o limite máximo de tempo T , respectivamente. As restrições (9) garantem que o instante de chegada de um veículo k ao cliente j não ocorra antes do instante de chegada no cliente anterior i . As restrições (10) delimitam as janelas de tempo. As restrições (11), (12), (13) e (14) indicam o tipo de variável.

A probabilidade de presença \bar{p}_{ij} do arco (i,j) é calculada segundo Mark e Guo(2006, p. 185):

$$\bar{p}_{ij} = p_i p_j \prod_{k=i+1}^{j-1} (1 - p_k), \quad i, j \in N \quad (15)$$

O tempo de viagem t_{ij} é calculado segundo Bard et al.(2010, p. 05). Bard et al.(2010, p. 05) desenvolveram um esquema de pesos que considera as m_i localizações mais próximas do cliente i , e um ranking $R_{i,[j]}$ dos j^{th} clientes mais próximos de i , onde $R_{i,[j]} = j$, para $j=1, \dots, m_i$. Sendo p_j a probabilidade do cliente j requerer a visita num determinado dia, e sendo $w_{i,[j]}$ a probabilidade do cliente $[j]$ seguir o cliente i na rota, o peso $w_{i,[j]}$ é dado por:

$$w_{i,[j]} = \frac{p_j (m_i - R_{i,[j]} + 1)}{\sum_{l=1}^{m_i} p_l (m_i - R_{i,[l]} + 1)}, \quad i, j \in N \quad (16)$$

Sendo $C(i,[j])$ a distância entre os clientes i e j , e $MPH(i,[j])$ a velocidade do veículo o tempo de viagem t_{ij} é dado por:

$$t_{ij} = \sum_{j=1}^{m_i} w_{i,[j]} \frac{c(i,[j])}{MPH(i,[j])}, \quad i, j \in N \quad (17)$$

Esse modelo foi resolvido através do pacote computacional Lingo 8.0. Este pacote utiliza a técnica “*branch-and-bound*” para resolução de problemas de programação inteira ou mista. O método “*branch-and-bound*” consiste basicamente em uma estratégia de divisão e conquista, ou seja, dividir o problema em subproblemas menores, na chamada estrutura de árvore, resolver os subproblemas e obter a solução ótima para o problema original a partir das soluções dos subproblemas.

Os dados para a resolução do modelo foram calculados com base nas refeições entregues no período de janeiro a dezembro de 2009. A probabilidade do cliente requerer a visita num determinado dia foi calculada pelo número de ocorrências de pedido sobre o total de dias em que houve entrega. A demanda de cada cliente é dada por um número aleatório obtido de uma Distribuição de Poisson com parâmetro θ igual à demanda média anual do cliente. As janelas de tempo são dadas em minutos e o número de veículos é variável em função da demanda.

5. RESULTADOS

Devido à complexidade computacional do modelo proposto, o número de clientes foi reduzido, a fim de que este pudesse ser resolvido exatamente. Ainda assim foi necessário um grande número de iterações do algoritmo “*branch-and-bound*” para que a solução ótima pudesse ser encontrada.

Os resultados foram obtidos utilizando o *solver* LINGO 8.0 executado em um computador com processador Intel Core Duo T6400, 2.20 GHz, 4GB de RAM e sistema operacional Windows 7, e foram gastas aproximadamente 3 horas para sua obtenção.

O quadro 1 apresenta os valores encontrados para os instantes de início de atendimento, os desvios de janela e as janelas de tempo consideradas para 14 clientes e o depósito. É possível ver que os desvios de janela foram minimizados e apenas 2 clientes foram atendidos fora das janelas de tempo previstas. A solução encontrada utiliza apenas um veículo.

LOCAL	t_{ik}	D_i^-	D_i^+	a_i	b_i
1	45,910	0,000	0,000	0	100
2	45,000	0,000	0,000	45	70
3	42,485	2,515	0,000	45	70
4	42,861	0,000	0,000	30	60
5	36,788	0,000	0,000	35	80
6	47,393	0,000	0,000	10	55
7	45,000	0,000	0,000	15	45
8	47,016	0,000	0,000	45	85
9	52,047	17,953	0,000	70	135
10	48,041	0,000	0,000	45	60
11	40,000	0,000	0,000	5	40
12	49,757	0,000	0,000	25	50
13	50,267	0,000	0,000 </td <td>10</td> <td>70</td>	10	70
14	52,983	0,000	0,000	10	80
Depósito	54,538	0,000	0,000	0	150

Quadro 1- Valores encontrados para os instantes de início de atendimento, desvios de janela e janelas de tempo consideradas

A figura 2 mostra o roteiro ótimo encontrado. Em relação ao roteiro utilizado pelo motorista a solução encontrada apresentou uma economia de 19,5%.

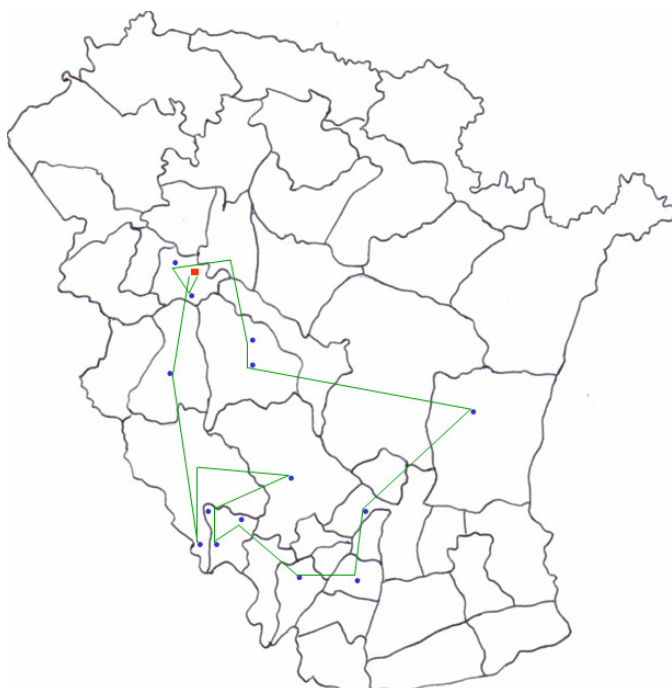


Figura 2 – Roteiro ótimo encontrado

Foram gerados problemas teste para testar a validade do modelo. Os resultados obtidos para esses problemas estão apresentados no quadro 2.

Quantidade de nós	Solução encontrada		
	Veículos utilizados	Clientes atendidos fora da janela	Tempo de execução (s)
5	1	3	1
10	1	5	1
15	1	9	35
20	2	7	900
25	2	11	4800

Quadro 2 – Resultados obtidos para as instâncias testadas

Apesar do modelo ter sido resolvido apenas para um número reduzido de clientes, os resultados encontrados serviram para validar o modelo proposto, mostrando que este se enquadra ao problema estudado.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático para o problema de roteamento de veículos com janela de tempo, considerando o caso específico de entrega de produtos. Foram incorporados elementos estocásticos a este modelo, visto que na maioria dos problemas reais os elementos que compõe o sistema são variáveis. Além disso, o modelo permite que o cliente seja atendido fora da janela de tempo determinada, neste caso é considerado um desvio da janela (por atraso ou antecedência) e uma penalidade é imposta.

Conforme apresentado na seção 4 foi possível ver que o modelo se adequou ao caso estudado: os desvios de janela foram minimizados bem como a distância percorrida pelos veículos. Em virtude da complexidade computacional do modelo é necessário implementar novos algoritmos e heurísticas para sua resolução em uma escala maior. Essas implementações poderão ser validadas através da comparação com os resultados exatos encontrados neste trabalho.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional para cursos de engenharia*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- [2] AZI, N.; GENDREAU, M.; POTVIN, J-Y. *An Exact Algorithm for a Single Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Route*. European Journal of Operational Research 178, 755–766, 2007.
- [3] BARD, J.F. et al. *Validating vehicle routing zone construction using Monte Carlo simulation*. European Journal of Operational Research (2010), doi:10.1016/j.ejor.2010.01.045.
- [4] BRAMEL, J. e SIMCHI-LEVI, D. *Probabilistic analyses and practical algorithms for the vehicle routing problem with time windows*. Operational Research, 44, p.501-509, 1993.
- [5] BRÄSSY, O. *A Reactive Variable Neighborhood Search for the Vehicle-Routing Problem with Time Windows*. Informs Journal on computing, 15(4), p. 347-368, 2003.

- [6] BRÄSSY, O. e GENDREAU, M. *A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows*. Sociedad de Estadística e Investigación Operativa, Vol. 10, No. 2, pp. 211-237, 2002.
- [7] BERGER, J.; BARKAOUI, M. e BRÄSSY, O. *A parallel hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows*. Working paper, Defense Research Establishment Valcartier, Canadá, 2001.
- [8] CHIANG, W. C. e RUSSEL, R. A. *Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows*. Ann. Operations Research, 63, p.3-27, 1996.
- [9] CHRISTOFIDNES, N.; MINGOZZAIN, A. e TOTH, P. *Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem Based on the Spanning Tree and Shortest Path Relaxations*. Math. Prog. 20, 255-282, 1981b.
- [10] COOK, W. e RICH, J.L. *A Parallel Cutting-Plane Algorithm for the Vehicle Routing problems with Time Windows*. Working Paper, Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, Houston, 1999.
- [11] CZECH, Z.J. e CZARNAS, P. *A parallel simulated annealing for the vehicle routing problem with time windows*. Proceedings 10th Euromicro Workshop on Parallel, Distributed and Network-based Processing, Canary Islands, Spain, 376-383, 2002.
- [12] DESROCHERS, M. et.al. *Vehicle Routing with Time Windows: Optimization and Approximation*. Vehicle Routing: Methods and Studies, B. Golden and A. Assad (eds), 65–84, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.
- [13] DESROCHERS, M.; DESROSIERS, J. e SOLOMON, M. *A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows*. Operations Research, 40:342–354, 1992.
- [14] FEILLET, D. et. al. *An exact algorithm for the elementary shortest path problem with resource constraints: Application to some vehicle routing problems*. Networks 44:216-229 2004.
- [15] GAMBARDELLA, L.M.; TAILLARD, E. e AGAZZI, G. *MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows*. New Ideas in Optimization. D. Corne, M. Dorigo and F. Glover (eds), McGraw-Hill, p.63-76, 1999.
- [16] GARCIA, B.L.; POTVIN, J.Y. e ROUSSEAU, J.M. *A Parallel Implementation of the Tabu Search Heuristic for Vehicle Routing Problems with Time Windows Constraints*. Computers & Operational Research, 21, p.1025-1033, 1994.
- [17] GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; S'EGUIN R. *An exact algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers*. Transportation Sciences, 29(2):143–155, 1995.
- [18] GILLET, B. e MILLER, L.R. *A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem*. Operations Research, 22, p.340-349, 1974.
- [19] GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. 2ª edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

- [20] HOMBERGER, J. e GEHRING, H. *Two Evolutionary metaheuristic for the Vehicle Routing Problems with Time Windows*. *Inform Systems Operational Research*, 37, p.297-318, 1999.
- [21] IOANNOU, G. et. al. *A greedy look-ahead heuristic for the vehicle routing with time windows*. *J. Operations Research Society*, 52, p.523-537, 2001.
- [22] KOHL, N. e MADSEN, B.G. *An optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on Lagrangean relaxation*. *Operations Research*, 45:395-406, 1997.
- [23] KOLEN, A.W. J.; RINNOOY K AN , A. H. G. e TRIENEKENIS , H. W. J.M. *Vehicle Routing With Time Windows*. *Opns. Res.* 35, 266-273, 1987.
- [24] KONTORAVDIS, G. A. e BARD, J. F. *A GRASP for the vehicle routing problem with time windows*. *INFORMS J. on Computing*, 7(1), p.10-23, 1995.
- [25] LI, H. e LIM, A. *Local search with annealing-like restarts to solve the VRPTW*. *European Journal of Operational research*, Vol. 150, 115-127, 2003.
- [26] MARK, K.L.; GUO, Z.G. *A genetic algorithm for vehicle routing problems with stochastic demand and soft time windows*. *Proceedings of the 2004 Systems and Information Engineering Design Symposium*: 183-190, 2004.
- [27] POTVIN, J.Y. e ROUSSEAU, J.M. *A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows*. *European. J. Operations. Research*, 66, p.331-340, 1993.
- [28] ROUSSEAU, L.M.; GENDREAU, M. e PESANT, G. *Solving VRPTW's with constraint programming based column generation*. *Annals of Operations Research* 130:199-216, 2004.
- [29] RUSSEL, R.A. *Hybrid heuristics for the vehicle routing problem with time windows*. *Transportation Science*, 29, p.156-166, 1995.
- [30] SOLOMON, M. *Algorithms for vehicle routing and scheduling problems with time window constraints*. *Operations Research*, 35(2), p.254-266, 1987.
- [31] SOLOMON, M. e DESROCHERS, J. *Time Windows Constrained Routing and Scheduling Problems*. *Transportation Science*, 22, p.1-13, 1988.
- [32] TING, C.J. e HUANG, C.H. *An improved genetic algorithm for vehicle routing problem with time windows*. *International Journal of Industrial Engineering*, Forthcoming, 2004.