ISSN 2175-6295 Rio de Janeiro- Brasil, 12 e 13 de agosto de 2010

# COMPARAÇÃO ENTRE O DESEMPENHO DOS MODELOS DE TEORIA DAS FILAS E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA ESTIMAR O ATRASO DE LINHAS FERROVIÁRIAS SINGELAS

**Welington Monteiro Carneiro**
welingtonmon@yahoo.com.br

**Luiz Ricardo Pinto**
luiz@dep.ufmg.br

Departamento de Engenharia de Produção / UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627 Pampulha
Belo Horizonte - MG

## RESUMO

O presente trabalho objetivou comparar os principais modelos de pesquisa operacional que podem ser utilizados para estimar o atraso dos trens em uma linha ferroviária singela. Uma linha singela é uma plataforma ferroviária com apenas uma linha férrea, cujo tráfego em ambas as direções divide o mesmo trilho. Em especial se comparou o desempenho de dois modelos de rede de filas (rede de Jackson e rede de Jackson generalizada) e dois modelos de simulação computacional (modelo com pátios de cruzamento não-capacitados e modelo com pátios de cruzamento capacitados). Os resultados mostraram que o modelo rede de Jackson (M/M/1) é pobre em estimar o atraso em linhas singelas devido não considerar situações de baixa variabilidade do processo de chegada e atendimento (situações que se encontram na realidade). Por outro lado, o modelo de rede de Jackson generalizada (G/G/m) se mostrou adequado para estimar o atraso devido considerar situações de baixa variabilidade, tendo esse modelo resultados compatíveis com os resultados da simulação. A comparação entre os modelos de simulação (capacitado e não-capacitado) mostrou que considerar os pátios como sendo de capacidade infinita subestima o real tempo de fila.

**Palavras chaves:** Rede de fila aberta, Linha singela, Simulação.

## ABSTRACT

The objective of this paper is to compare the main models of operations research which may be used to estimate the delay of trains on a single line track railway. A single line track railway is one where traffic in both directions shares the same track. The work especially compares the performance of two queuing network models (Jackson network and Generalized Jackson network) and two simulation models (model with non-capacitated sidings and model with capacitated sidings). The results have pointed that the Jackson network model (M/M/1) is poor to estimate the delay on single line track railway because it does not consider low variability in the arrival and in the service process (real world situations). On the other hand, the generalized Jackson network model (G/G/m) was adequate to estimate the delay due to consider situations of low variability. The results of this model were consistent with the simulations results. The comparison between the simulations models (non-capacitated and capacitated sidings) has indicated that the assumption of non-capacitated sidings underestimates the real delay.

**Keywords:** Open queuing network, Single line track railway, Simulation.

## 1. INTRODUÇÃO

Em operações ferroviárias em linhas singelas, a capacidade de transporte está diretamente relacionada com o número de pátios de cruzamento instalados no sistema, bem como sua disposição ao longo da ferrovia. Tais pátios permitirão o cruzamento dos trens possibilitando um maior aproveitamento da ferrovia. Segundo Assad (1980) a capacidade em ferrovias pode ser medida pelos atrasos encontrados pelos trens nas suas operações. Os atrasos resultarão da combinação de vários fatores relacionados, sendo os principais os tipos dos trens a operar nos sistema, velocidade dos trens, características operacionais (curvatura trilhos), a distância entre os trens numa mesma seção férrea e a configuração da ferrovia.

Em especial, a configuração da ferrovia pode ser considerada um dos fatores mais críticos uma vez que deve ser definido em nível estratégico e permanecerá como um fator imutável ao longo da operação da ferrovia. Essa configuração diz respeito a definir o número e a posição dos pátios de cruzamento, levando em conta custos e capacidades.

As principais técnicas utilizadas para estimar o atraso são baseadas em modelos analíticos (classificação que nessa área inclui os modelos de teoria das filas) e simulação computacional. A análise dos modelos deve considerar a qualidade da solução em relação ao mundo real e o tempo computacional necessário para obter tal estimativa, e no desenvolvimento de tais técnicas, este compromisso entre qualidade e complexidade deve ser objetivado.

Burdett e Kozan (2006) ressaltam que as abordagens de medição do atraso realizadas pelos trabalhos com modelos analíticos (teoria das filas e técnicas estatísticas) geralmente assumem que: i) a entrada de trens no sistema é uniformemente distribuída no tempo, ii) os pátios de cruzamento são igualmente espaçados e iii) o tráfego é idêntico nos dois sentidos da ferrovia. Essas premissas podem ser consideradas irrealísticas. Os autores frisam que nenhuma expressão analítica simples surgiu das pesquisas e que os resultados de tais modelos geralmente são comparados com os resultados de modelos de simulação, e que as comparações entre as diferentes abordagens de medição do atraso não foram realizadas, não sendo, portanto, conhecida qual dessas abordagens é superior.

Este trabalho objetiva comparar o desempenho das abordagens da teoria das filas e simulação para estimação do atraso total em linhas singelas. Foram implementados dois modelos de teoria das filas, a saber: rede de Jackson (M/M/1) e rede de Jackson Generalizada (GI/G/1) e dois modelos de simulação computacional (com pátios de capacidade infinita e finita).

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Petersen (1974) desenvolveu em seu trabalho um modelo analítico para estimar o tempo médio de trânsito dos trens em linhas singelas. O trabalho considerou o tráfego dos trens com velocidades diferentes, prioridades de tráfego e tempos de partida uniformemente distribuídos. Petersen (1975) desenvolveu expressões para o atraso esperado em uma linha parcialmente duplicada. Os cálculos dependem principalmente de procedimentos de operação e outras variáveis como tamanho dos trens, interferência de operações de manutenção e falhas dos trens.

Greenberg *et.al* (1988) apresentaram em seu trabalho um modelo baseado na teoria das filas para estimar o atraso dos trens em linhas singelas. Chen e Harker (1990) apresentam em seu trabalho uma metodologia analítica para estimar o atraso dos trens em ferrovias com linhas singelas considerando que não existe uniformidade na taxa de entrada dos trens no sistema e sim horário de partida e chegada de cada trem. Carey e Kwiecinski (1994) desenvolveram um modelo de aproximação estocástica para estimar o atraso entre os trens. O modelo considera as possíveis interações entre os trens e os desempenhos nos diversos subtrechos do corredor ferroviário.

Higgins e Kozan (1998) apresentam em seu trabalho um modelo analítico para quantificar o atraso esperado de cada trem de passageiros e de cada subtrecho em uma rede ferroviária urbana. Os resultados indicam os atrasos diretos dos trens, os atrasos provocados por outros trens e atrasos provocados por conexões de planejamento (*connections scheduled*). Murali *et.al* (2010) desenvolveram uma técnica de estimação de atraso para linhas singelas e duplas cujo atraso é estimado em função do mix de trens e da topologia da ferrovia, com objetivo de incorporar a estimativa de atraso do modelo nas definições de roteamento e planejamento dos trens.

## 3. MODELAGEM DOS MODELOS DE REDE DE FILA (M/M/1 E G/G/1)

A modelagem utilizada para implementar o modelo de rede de Jackson generalizada (G/G/1) foi idealizada por Guimarães (2005). Neste trabalho foi desenvolvido um modelo de redes de filas para estimar medidas de desempenho (como o tempo médio de tráfego) em um trecho singelo com o objetivo de fornecer uma ferramenta de análise para determinação da capacidade do sistema baseado em um nível de serviço pré-estabelecido. No trabalho o sistema ferroviário foi modelado como uma rede de servidores em série (tráfego nos subtrechos), com tempos de serviço estocásticos, formando uma rede de filas aberta em série. As seções de linha singela entre dois pátios de cruzamento são denominadas de “subtrechos” e a ferrovia foi modelada como sendo um arranjo de servidores em série (subtrechos), separados por filas (pátios de cruzamento).

Uma rede de filas pode ser definida como uma coleção de *n* centros de serviço com seus respectivos tempos de processamento do serviço, capacidade de espera e disciplina da fila. Tais centros de serviços (nós) estão ligados por arcos sobre os quais clientes fluem sem atraso. Cada nó possui um processo de chegada externo e interno e há regras para direcionar o fluxo de clientes nos nós (Disney e Konig,1985). Nesta mesma linha de raciocínio, em uma rede de fila aberta é assumido um número finito de estações, com a capacidade de espera ilimitada, podendo haver diferentes tipos de clientes.

Dessa forma, percebe-se que numa rede de fila aberta, todo cliente necessariamente sai do sistema em algum nó da rede e a taxa de chegada externa em qualquer nó da rede pode ser diferente de zero ($\lambda_{i,ext} \neq 0$). Papadopoulos *et.al* (1993) definem rede de filas em série como redes abertas em que $\lambda_{i,ext} = \lambda$, para a primeira e última estações e zero, caso contrário. Pode-se dizer que uma rede de filas em série são redes de filas abertas em que os clientes que partem da estação *i* seguem imediatamente para a estação *i*+1 ou *i*-1, dependendo do sentido, e que só há entrada e saída de entidades nos nós extremos da rede. Bitran e Tirupati(1988) classificam as principais técnicas de avaliação de desempenho encontradas na literatura de rede de filas em três, a saber: métodos exatos, métodos aproximativos e simulação/técnicas relacionadas.

### 3.1 Métodos exatos para rede de filas (rede de Jackson)

Segundo Gross e Harris (1985), seguindo o trabalho fundamental de Erlang em 1909, o primeiro trabalho chave em rede de filas foi o trabalho de Jackson, intitulado: "*Network of waiting lines"* publicado em 1957. Segundo Papadopoulos *et.al* (1993), o sistema estudado por Jackson consistia em uma rede de filas abertas, consistindo em *K* estações, em que a i-ésima estação possuía $c_i$ servidores com tempos de serviços exponenciais, com média $\mu_i$. A i-ésima estação recebe chegadas do meio externo na forma de processo de Poisson com taxa $\lambda_{i,ext}$. Após o processamento do serviço, os clientes deixam a estação *j* com um tempo entre partida $d_j$ e vão para a estação *i*, com probabilidades de transição definidas por uma cadeia de Markov.

Para que todas as estações do sistema representem uma cadeia de Markov ergódiga e conseqüentemente haver equilíbrio/convergência desse processo estocástico a condição necessária é: $\lambda_i < c_i \mu_i$. (Kleinrock,1975). Segundo Papadopoulos *et.al* (1993), Jackson mostrou que cada estação da rede com as características acima comportam como se as mesmas fossem um sistema M/M/c independente. Segundo Bitran e Morabito (1995), se os intervalos entre chegada externa e os tempos de serviço são exponencialmente distribuídos (processo de Poisson), tal rede é conhecida como "Rede de Jackson", cuja solução é exata. Na literatura se refere também ao termo como "Rede de filas Markovianas".

Segundo Bitran e Tirupati(1988) os resultados exatos encontrados na literatura são limitados aos sistemas com as seguintes premissas: tempos de serviço exponencialmente distribuídos, requerimentos de serviço homogêneos para todas as estações, disciplina da fila independente da classe de clientes, chegadas seguindo Poisson. Conforme evidenciam os referidos autores, essas premissas são excessivamente restritivas em muitas situações práticas, e uma vez que os resultados exatos não se estendem para redes mais genéricas, isto tem levado ao desenvolvimento de aproximações. Tais métodos podem ser divididos em: aproximação por difusão, análise do valor médio, análise operacional e métodos de decomposição.

### 3.2 Métodos aproximados de decomposição paramétrica para rede de filas G/G/m (rede de Jackson generalizada)

Nestes métodos, os intervalos de tempo entre chegadas e entre partidas são aproximados por processos de renovação, e cada estação é analisada separadamente como um sistema de filas G/G/m (Bitran e Morabito, 1996). O modelo deste trabalho será uma particularidade em relação ao modelo genérico de aproximação, apresentado no trabalho de Bitran e Morabito (1996) e desenvolvido por Whitt(1983a), para análise de rede de filas em telecomunicações. Para detalhes do modelo ver: Whitt(1983a) e Bitran e Morabito (1996).

Nesse modelo os nós são analisados separadamente após a determinação dos parâmetros de fluxo interno. Entretanto, quando as medidas de congestionamento são calculadas para toda a rede, os nós são tratados como sendo estocasticamente independentes. Segundo Whitt(1983a), pensando em sistemas com somente uma classe de clientes, é natural pensar o modelo como uma generalização da rede de Jackson $M/M/m$ para a rede de Jackson $G/G/m$. Assim, cada nó é aproximado por uma fila $G/G/m$ com as chegadas seguindo um processo de renovação independente dos tempos de serviço que são independentes e identicamente distribuídos. O roteiro dos trens será determinístico e igual para todos os trens. O processo de serviço (tempo de tráfego nos subtrechos) irá variar devido aos trechos e subtrechos serem de extensão e características diferentes, resultando em velocidades diferentes para o tempo de tráfego em cada trecho, o que será representado pela taxa de serviço (inverso do tempo de tráfego). Logo, o processo de serviço será considerado probabilístico com tempos de processamento (tráfego) independentes e identicamente distribuídos – iid. O modelo considera que a rede é aberta, que não há restrições de capacidade nos pátios de cruzamento e a disciplina da fila nos pátios é FIFO (*First-In,First-Out*).

Devido o modelo ser aplicado em redes de filas abertas, todos os trens que entram no sistema deverão deixar o sistema após chegarem ao destino e origem. Os pátios de cruzamento serão considerados como *buffers* de capacidade infinita, o que é uma limitação do modelo para o objetivo do trabalho que é considerar os pátios de cruzamento como *buffers* capacitados, o que será feito pelo modelo de simulação. Segundo Bitran e Morabito (1996), o procedimento completo de decomposição pode ser descrito em três passos:

i. Análise das interações entre as estações da rede;
ii. Avaliação das medidas de desempenho individuais das estações através da decomposição da rede num sistema de estações individuais (GI/G/1);
iii. Recomposição dos resultados da decomposição para analisar o desempenho geral do sistema.

No passo (i) pretende-se calcular a taxa média de chegada em cada nó e o parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre as chegadas. No passo (ii) as medidas de desempenho de cada nó serão obtidas separadamente e no passo (iii), os resultados dos passos iniciais serão utilizados para avaliar as medidas de desempenho de todo sistema.

Utilizar-se-á a seguinte notação das variáveis para o modelo de decomposição:

$n$ = número de subtrechos da rede;
Para cada estação $j$, $j$ =1,..,$n$:
$\lambda_{0j}$ = taxa de chegada externa no subtrecho $j$ [ $\lambda_{0j} = 1/ E(a_{oj})$]
$Ca_{0j}$ = parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas externas no subtrecho $j$ (*Square Coefficient of Variation*). [$ca_{0j} = V(a_{oj})/(E(a_{oj})^2)$ em que $V(a_{oj})$ é a variância e $E(a_{oj})^2$ o valor esperado do intervalo entre as chegadas ao quadrado.
$\mu_j$ = taxa media de serviço no subtrecho $j$ [$\mu_j = 1/ E(s_j)$]
$cs_j$ = parâmetro de variabilidade do tempo de serviço no subtrecho $j$ [$cs_j = V(s_j)]/(E(s_j)^2)$
Para cada par $(i, j)$, ($i=1,..., n$):
$q_{ij}$ = probabilidade de um trem percorrer um subtrecho $i$ e em seguida percorrer um subtrecho $j$;
$cd_j$ = parâmetro de variabilidade do tempo entre partidas no subtrecho $j$;
$ca_{ij}$ = parâmetro de variabilidade do fluxo no subtrecho $j$ vindo do subtrecho $i$;

Assim, o congestionamento de cada subtrecho é descrito por aproximações que dependem somente de quatro parâmetros ($\lambda_j, ca_j, \mu_j, cd_j$). Segundo Whitt(1983a), o congestionamento em cada nó (estação de serviço) é então descrito por fórmulas aproximadas que dependem somente destes parâmetros. Dados os parâmetros iniciais da rede ($\lambda_{0j}, ca_{0j}, \mu_j, cs_j$) e a matriz de transição $Q = \{q_{ij}, i = 1,...,n, j = 1,...,n\}$, objetiva-se descrever cada subtrecho $j$ pelos parâmetros ($\lambda_j, ca_j, \mu_j, cd_j$). Em notação matricial, $Q$ é uma matriz $n \text{ x } n$.

### 3.2.1 Análise das interações entre os subtrechos da rede

De acordo com Bitran e Morabito (1996), no primeiro passo pretende-se calcular dois parâmetros principais, a taxa média de chegada $\lambda_j$ e o parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas (coeficiente quadrático de variação) $ca_j$ para cada subtrecho *j*. Esses parâmetros serão a solução de dois sistemas lineares que serão definidos pelas equações de intensidade de tráfego e variabilidade de tráfego. Pode-se dividir este passo em:

i. Superposição de chegadas (*merging*);
ii. Processo de partida (*departures*);
iii. Separação de partida (*splitting*);

O processo de superposição combina os diversos fluxos de chegada individuais em um dado subtrecho, vindo de outro subtrecho, resultando em um único fluxo superposto no subtrecho atual da rede. Nesse processo as taxas médias de chegada $\lambda_j$ e os parâmetros de variabilidade do intervalo de tempo entre as chegadas $ca_j$ do subtrecho *j* são combinadas, produzindo a taxa média de chegada do fluxo superposto e o parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas superposto. Assumindo que o sistema está em estado de equilíbrio, $\lambda_j$ pode ser obtido através do seguinte sistema linear conhecido como equação de intensidade de tráfego (*traffic rate equation*):

$$\lambda_j = \lambda_{0j} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} \qquad \text{para } j = 1,...,n \tag{1}$$

Onde $\lambda_{ij} = q_{ij}\lambda_i$ é a taxa de chegada esperada na estação *j* vindo da estação *i*. A solução da equação (1) é utilizada para calcular a utilização esperada (ou intensidade de tráfego) da estação *j*, definida como $\rho_j = \lambda_j / \mu_j$, com $0 \le \rho_j < 1$. O número arbitrário de visitas de uma entidade na estação *j* pode ser avaliado por $E(V_j) = \lambda_i / \lambda_0$. O cálculo do parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas ($ca_j$), derivado de Whitt(1983a) é feito a partir de:

$$ca_j = w_j \sum_{i=0}^{n} \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} + 1 - w_j \tag{2}$$

Sendo $w_j$ o tempo de permanência no subtrecho *j*, calculado por:

$$w_j = \frac{1}{1 + 4(1-\rho_j)^2 (\upsilon_j - 1)} \tag{3}$$

$$\upsilon_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \left( \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} \right)^2} \tag{4}$$

O processo de partidas analisa os efeitos do fluxo superposto na chegada do outro subtrecho (fila ou pátio de cruzamento), o que resulta no fluxo superposto da partida do próximo subtrecho. No trabalho implementado, haverá partida somente para um único subtrecho, que é o adjacente (dependendo do sentido), devido o sistema em estudo ser classificado como uma rede de filas aberta em série. Esse processo será o resultado da superposição do processo de chegada agregado e do processo de serviço (tempo de tráfego). Nesse processo, a taxa de chegada combinada $\lambda_j$ e a variabilidade combinada entre as chegadas fornecida por $ca_j$, juntamente com a variabilidade do tempo de serviço $cs_j$, são usados para determinar a taxa média de partida e a variabilidade dos tempos entre partida superpostos. Whitt(1983a) propõe a seguinte aproximação para $cd_j$ como sendo uma combinação convexa de $ca_j$ e $cs_j$:

$$cd_j = \rho_j^2 cs_j + (1-\rho_j^2)ca_j \tag{5}$$

É interessante notar que se todo processo de chegada seguisse Poisson, $ca_{ij} = ca_j = 1$, a fórmula (5) levaria a $cd_j$=1.

O processo de separação de partidas decompõe o fluxo superposto de partida do subtrecho nos diversos fluxos individuais de partida desse subtrecho a caminho de outro subtrecho ou do meio externo. Esse processo decompõe o fluxo superposto de partida de uma estação dentro de fluxos individuais de partidas para outras estações (incluindo a estação externa). Assim, a taxa média de partida superposta e o coeficiente de variabilidade do intervalo de tempo entre as partidas superposto do subtrecho *j* são separados, resultando na taxa média $\lambda_{ji}$:

$$\lambda_{ji} = \lambda_j q_{ji} \tag{6}$$

E cada coeficiente de variação dos tempos entre partida é dado como uma função de $cd_j$:

$$cd_{ji} = q_{ji} cd_j + 1 - q_{ji} \tag{7}$$

Assim, combinando as equações (2), (5) e (7), se obtêm um sistema linear em função de $ca_j$, $cd_j$ e $ca_{ij}$. Este sistema, conhecido na literatura como equações de variabilidade de tráfego, fornece uma boa aproximação para o coeficiente de variabilidade do processo de chegada em cada subtrecho. A solução desse sistema de equações lineares permitirá que cada subtrecho *j* seja caracterizado em função dos parâmetros { $\lambda_j, ca_j$, $\mu_j$, $cs_j$ }, conforme objetivado no início.

### 3.2.2 Avaliação das medidas de desempenho individuais dos subtrechos através da decomposição da rede num sistema de subtrechos individuais (G/G/1)

O objetivo dessa etapa é avaliar as medidas de desempenho de cada subtrecho, como o tempo de espera na fila (pátio de cruzamento), tamanho esperado da fila (número de trens no pátio de cruzamento) e etc. O tempo médio de espera no pátio de cruzamento do subtrecho *j* é pode ser estimado pela fórmula proposta por Kraemer & Lagenbach-Belz (1976) modificado por Whitt(1983a):

$$E(Wq_j) = \frac{\rho_j (ca_j + cs_j) g(\rho_j, ca_j, cs_j)}{2\mu_j (1-\rho_j)} \tag{8}$$

Sendo $g(\rho_j, ca_j, cs_j)$:

$$g(\rho_j, ca_j, cs_j) = \begin{cases} \exp\left\{ \dfrac{-2(1-\rho_j)(1-ca_j)}{3\rho_j (ca_j + cs_j)} \right\} & \text{se } ca_j < 1 \\ 1 & \text{se } ca_j \geq 1 \end{cases} \tag{9}$$

O modelo de rede de filas foi implementado na linguagem C, usando o compilador Dev-C++, versão 4.9.9.2 em um computador Intel Core 2 Duo, 3.00 GHz, 4.00 GB de RAM, sistema operacional Windows Vista de 64 bits.

### 3.3 Validação do Modelo de Rede de Filas

Whitt(1983a) afirma que o algoritmo de decomposição é aproximado, e em suas aplicações é importante validar os resultados do modelo comparando-os com resultados de simulações. Essa validação é um dos objetivos do trabalho, conforme apresentado e visa verificar o desempenho do método principalmente sob variações dos coeficientes quadráticos de variação, que caracterizam a distribuição das chegadas e do tempo de atendimento. Segundo Whitt (1983a), é importante observar que o modelo de rede de filas abertas é consistente com a teoria da rede de Jackson: se há uma classe única de clientes, se todos os processos de chegada são Poisson, e se a distribuição de todos os tempos de serviço for exponencial, então o modelo de rede de filas é exato. Apoiado nisso, se fez a verificação da implementação do algoritmo comparando seus resultados com os resultados do método exato de decomposição para os sistemas $M / M / m$ (rede de Jackson). Se $ca_j$,= 1 e $cs_j$ = 1, a fórmula (8) se transforma em:

$$E(Wq_j) = \rho_j / [\mu_j (1-\rho_j)]. \tag{10}$$

que é exato e idêntico ao tempo de espera em um sistema M/M/1. Assim, esse modelo foi validado através de instâncias de teste e comparação direta com os resultados do modelo M/M/1.

## 4. MODELOS DE SIMULAÇÃO

Os modelos de simulação capacitado e não-capacitado diferem um do outro apenas na lógica de liberação dos trens. Cada subtrecho singelo (nó da rede) representará um processo caracterizado por uma distância a ser percorrida, uma velocidade regida por uma variável aleatória e, conseqüentemente um tempo de trânsito também aleatório. Para o controle de trânsito no sistema, foi criado um vetor que indica o status de cada subtrecho $j$ (se está ocupado por um trem ou não). Esse vetor ($VO_j$) é um vetor binário definido por:

$$VO_j = \begin{cases} 1, \text{ se há um trem transitando no segmento } j. \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Assim, os procedimentos de liberação serão baseados na verificação do estado desse vetor como procedimento inicial para as liberações. Apresentam-se abaixo os procedimentos de liberação para o modelo não-capacitado e capacitado.

### 4.1 Lógica de liberação para o modelo não-capacitado

Para o modelo não-capacitado, a lógica de liberação visa:

- Garantir que somente um trem transite num subtrecho entre dois pátios;
- Garantir a disciplina FIFO nas filas dos pátios;

Dessa forma, um trem seguirá o tráfego se o subtrecho seguinte estiver disponível para trânsito, podendo esse trem entrar no próximo pátio ao completar esse subtrecho ou passar para o subtrecho seguinte, o que configuraria o cruzamento de trens, em que um trem espera no pátio para que o outro, em sentido contrário, transpasse para o outro subtrecho e assim os dois poderem seguir em sentidos diferentes.

## 4.2 Lógica de liberação para o modelo capacitado

A lógica do modelo capacitado pode ser considerada uma extensão da lógica apresentada para o modelo não-capacitado. Porém, o evento de cruzamento entre os trens que transitam em sentido contrário nos pátios de cruzamento só ocorrerá em condições mais restritas. No modelo não-capacitado, a única condição a ser verificada para que o trem seguisse fluxo é o subtrecho seguinte estar livre, não importando o número de trens que já estavam parados no próximo pátio.

Para o modelo capacitado, várias condições deverão ser verificadas para o caso em que não houver capacidade no próximo pátio de cruzamento (capacidade próximo pátio for igual a zero). Tais condições são derivadas da lógica de liberação de um trem nessa situação, podendo um trem ser liberado se:

- O subtrecho seguinte estar liberado;
- Não houver trens do mesmo sentido parado no próximo pátio;
- O subtrecho subseqüente ao próximo pátio estiver liberado.

Essas condições são necessárias, porque para essa situação, se um trem for liberado para seguir e realizar o cruzamento no próximo pátio (por isso não pode haver trem parado no mesmo sentido, o que configuraria uma ultrapassagem ou fila em um pátio sem capacidade), é necessário garantir que tanto o subtrecho seguinte e o subseqüente estejam liberados e será necessário garantir que o subtrecho subseqüente continue livre até que esse trem que foi liberado possa completar o trânsito nele.

Ressalta-se que para o caso em que houver capacidade no próximo pátio, o procedimento de liberação é idêntico ao do modelo não-capacitado, que não verifica capacidade do próximo pátio para a liberação por assumir que a mesma é infinita.

## 4.3 Validação dos modelos de simulação

### 4.3.1 Modelo não-capacitado

O modelo não-capacitado pode ser validado com os resultados do modelo de rede de Jackson, que conforme visto no capítulo anterior é exato e assim fornece uma melhor fonte de comparação para a validação do modelo de simulação. Os testes de validação mostraram um erro médio de 0,38% dos resultados do modelo de simulação em relação ao modelo M/M/1, validando assim o modelo de simulação.

### 4.3.2 Modelo capacitado

Como estratégia de validação desse modelo se utilizou o princípio geral de conservação de fluxo num sistema de fila estável, ou seja, o fluxo médio que entra no sistema tem que ser igual ao fluxo que sai do sistema. Tal princípio foi verificado através de estatísticas descritivas, gráficos dos valores individuais de chegada em cada extremidade do sistema e histogramas.

Os modelos de simulação foram implementados no software *Arena*, sendo a lógica de liberação dos modelos implementada em *Visual Basic for Applications.* Devido a limitação de tamanho do texto não foi possível abordar maiores detalhes do modelo de simulação, bem como sua modelagem, assunto alvo de outro artigo.

# 5. RESULTADOS

Antes de apresentar os resultados das análises, convém explicitar a manipulação dos coeficientes quadráticos de variação (*square coefficiente of variation*) – scv, em relação à distribuição de probabilidade que os mesmo representam. Adotou-se a sigla $scv_a$ para o processo de chegada e $scv_s$ para o processo de serviço.

Quando os processos seguem Poisson, scv =1, indicando que a distribuição dos tempos de serviço é exponencial, com a taxa de chegada seguindo a distribuição de Poisson. Quando a distribuição for determinística, scv = 0. Quando a distribuição for Erlang de ordem $k$ ($E_k$), scv = $k^{-1}$, isto é, a soma de $k$ i.i.d variáveis aleatórias exponenciais.

Os dados referentes à instância utilizada para os testes são mostrados na tabela 1.

Tabela 1: Dados da instância para comparação dos modelos

| NÓ | TEMPO MÉDIO TRANSITO (h) |
|---|---|
| 1 | 2,40 |
| 2 | 2,40 |
| 3 | 3,25 |
| 4 | 3,67 |
| 5 | 4,17 |
| 6 | 2,83 |
| 7 | 4,20 |
| 8 | 3,67 |
| 9 | 2,00 |

A taxa de chegada externa é de 0,1 trem/hora.

Para o modelo M/M/1, as únicas informações necessárias para os cálculos são as taxas de chegada interna e de serviço. Para o modelo GI/G/1 além das taxas, é necessário informar os valores dos coeficientes quadráticos de variação da chegada e serviço. Para o modelo de simulação, é necessário informar as distribuições e seus parâmetros dos intervalos entre chegadas dos trens e dos tempos de serviço. Dessa forma, se um determinado teste será feito seguindo Poisson, para o modelo de rede de fila é atribuído o valor 1 (um) para os coeficientes quadráticos e para o modelo de simulação os valores médios da tabela acima serão a média para os tempos de serviços que serão exponencialmente distribuídos e o intervalo médio dos tempos entre chegada será de 10 horas.

Conforme frisa Whitt(1983a), o método de decomposição para rede de Jackson generalizadas GI/G/1 é aproximado e necessita ser validado através da simulação e dessa forma, na análise da tabela 2, os resultados da simulação serão a base para as análises e comparações a serem realizadas. Além das estimativas para o tempo médio de fila, dar-se-á também os tempos médios de execução dos modelos e o desvio padrão para os resultados da simulação. Para a simulação será dado os valores dos tempos de execução por replicação, ressaltando que para o modelo não-capacitado foram realizadas 42 replicações e para o modelo não-capacitado 13 replicações para obtenção das estimativas apresentadas.

A instância 1, configurada para representar um processo de Poisson confirma o que já foi apresentado sobre o modelo GI/G/1 que é exato para esse caso e também valida os resultados do modelo de simulação, uma vez que para esse caso se tem uma estimativa exata dada pelo modelo M/M/1. Comparando os resultados do modelo de simulação não-capacitado e capacitado, percebe-se que os resultados para as capacidades de um a três refletem um maior tempo médio de fila, que diminuirá à medida que se aumenta a capacidade.

Nas instancias de dois a sete objetivou verificar o efeito da redução dos parâmetros de variabilidade dos processos de chegada e atendimento no tempo médio de fila. Em todas elas se percebe a redução do tempo de fila em relação ao modelo M/M/1, redução corretamente considerada pelo modelo GI/G/1 e não tratada pelo modelo M/M/1, insensível à variabilidades menores que do processo de Poisson. Analisadas individualmente, a variabilidade do processo de atendimento indica ter mais efeito no tempo de fila do que a variabilidade do processo de chegada. A instância oito foi configurada com uma variabilidade do processo de serviço próximo da realidade (variabilidade de uma distribuição normal), e mostra como as estimativas dos modelos de rede de filas se comportam nessa situação.

Tabela 2: Resultados das comparações entre os modelos.

| INSTÂNCIA | | MÉTODO | REDE JACKSON M/M/1 | REDE JACKSON GENERALIZADA GI/G/1 | SIMULAÇÃO NÃO-CAPACITADO | SIMULAÇÃO CAPACITADO – Capacidade dos pátios 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **78,17** | **78,45** | **144,72** | **116,16** | **104,59** |
| | scv (a) | 1 | | | DP = 2,30 | DP = 2,02 | DP = 2,13 | DP = 2,44 |
| | scv(s) | 1 | - | | | | | |
| 2 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **54,16** | **51,43** | **105,89** | **96,90** | **89,80** |
| | scv (a) | 1 | | | DP = 2,04 | DP = 2,24 | DP = 2,70 | DP=2,82 |
| | scv(s) | 0,5 | - | | | | | |
| 3 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **42,18** | **41,31** | **93,42** | **84,10** | **79,84** |
| | scv (a) | 1 | | | DP = 2,29 | DP = 1,75 | DP = 1,84 | DP = 1,93 |
| | scv(s) | 0,25 | - | | | | | |
| 4 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **53,82** | **52,09** | **103,42** | **92,29** | **71,64** |
| | scv (a) | 0,5 | | | DP = 2,56 | DP = 1,41 | DP = 1,58 | DP = 1,75 |
| | scv(s) | 0,5 | - | | | | | |
| 5 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **41,84** | **40,74** | **91,10** | **80,05** | **77,23** |
| | scv (a) | 0,5 | | | DP = 2,15 | DP = 1,69 | DP = 1,72 | DP = 1,81 |
| | scv(s) | 0,25 | - | | | | | |
| 6 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **53,65** | **50,67** | **102,48** | **90,39** | **76,52** |
| | scv (a) | 0,25 | | | DP = 2,7 | DP = 1,30 | DP = 1,39 | DP = 1,47 |
| | scv(s) | 0,5 | - | | | | | |
| 7 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **41,67** | **39,75** | **75,81** | **59,2** | **48,84** |
| | scv (a) | 0,25 | | | DP = 1,49 | DP = 1,16 | DP = 1,25 | DP = 1,34 |
| | scv(s) | 0,25 | - | | | | | |
| 8 | lambda ext | 0,1 | **78,17** | **30,43** | **25,85** | **61,52** | **52,43** | **35,17** |
| | scv (a) | 1 | | | DP = 1,41 | DP = 0,92 | DP = 1,04 | DP = 1,19 |
| | scv(s) | 0,004 | - | 0,08 segundos. | 9 seg/replicação. | 41,1 seg/replic. | 53,25 seg/replic. | 59,8 seg/replic. |

## CONCLUSÕES

Os resultados mostram os efeitos da redução da variabilidade dos processos de chegada e serviço em relação ao processo de Poisson. As análises mostram claramente que o modelo M/M/1 é pobre para estimar o tempo médio de fila em situações de baixa variabilidade, superestimando os tempos de fila de forma gradativa à medida que se diminui a variabilidade, principalmente a variabilidade dos tempos de serviço. Os resultados mostraram também que o modelo GI/G/1 teve um desempenho muito bom nas estimativas dos tempos de fila na presença de baixa variabilidade, apresentando uma diferença em relação aos resultados da simulação que aumenta à medida que se diminuiu a variabilidade do processo, mas se comportou dentro dos resultados encontrados na literatura.

Para todas as instâncias, como esperado, os resultados para os tempos médios de fila do modelo capacitado com capacidade um, dois e três foram maiores do que os resultados do modelo não capacitado. Os resultados mostram que apesar do modelo exato M/M/1 e o aproximado GI/G/1, que considerarem as filas com capacidade infinita, irão subestimar os reais tempos de fila se na prática houver alguma restrição de capacidade.

## REFERÊNCIAS


**Assad, A. A.** Models for rail transportation. *Transportation Research. Part A* Vol. 14, pp. 205–220, 1980.

**Leilich, R.H.** Application of Simulation Models in Capacity Constrained Corridors. *Proceedings of the 1998 Winter Simulation Conference,* D.J.Medeiros, E.F Watson, J.S. Carson and M.S.Manivannan, eds, pp. 1125-1133, 1998.

**Guimarães, I.F.G**. Modelo de rede de filas para avliação de performance em trechos singelos de malhas ferroviárias. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, 2005.

**Murali, P., Dessouky, M., Ordónez, F., Palmer, K.** A delay estimation technique for single and double-track railroads. *Transportation Research Part E 46*, 483–495, 2010.

**Disney, R. L. and Konig,D**. "Queueing Networks: A Survey of their Random Processes". *Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Reviw* 27, 3, 335-403, 1985.

**Bitran, G.R and Tirupati, D.** Multiproduct Queueing with Deterministic Routing: Decomposition Approach and the Notion of Interference. *Management Science*, 34,1,75-100. 1988.

**Bitran, G. R. e Morabito, R**., "Open queueing networks: optimization and performance evaluation models for discrete manufacturing system", Production and Operations Management 5, 163-193, 1996

**Gross, D.; Harris, C. M.** Fundamentals of Queueing Theory. NewYork, John Wiley, 1985.

**Papadopolous, H. T., Heavey, C.** and Browne, J. Queueing theory in manufacturing systems analysis and design. Browne *Chapman & Hall, London (1993).*

**Whitt, W.** "The Queueing Network Analyzer" *The Bell System Technical Journal*. Vol.62, No.9, pp.2779-2815,1983a.

**Whitt, W**. Performance of the Queueing Network Analyzer. *The Bell System Technical Journal*. Vol.62, No.9,pp. 2817-2843, 1983b.

**Reiser, M. and Kobayashi, H**. Accuracy of diffusion approximation for some queueing systems. *IBM Journal of Res.Dev.,* 18,110-124,1974.