



SPOLM 2007

ISSN 2175-6295 Rio de Janeiro- Brasil, 08 e 09 novembro de 2007.

## MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO DESEMPENHO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DIGITAL

**Deolinda Fontes Cardoso**

Centro de Análises de Sistemas Navais – CASNAV - MB  
Praça Barão de Ladário s/ nº, Ilha das Cobras, Edifício, 3º andar – Centro  
deolinda@casnav.mar.mil.br

**Tiago Travassos Viera Vinhoza e Raimundo Sampaio Neto**

Centro de Estudos em Telecomunicações da PUC-Rio - CETUC  
Rua Marques de São Vicente nº 225 – Gávea  
{vinhoza,raimundo}@cetuc.puc-rio.br

### Resumo

Neste trabalho os desempenhos dos sistemas MC CDMA (*Multi Carrier Code Division Multiple Access*) e MC DS CDMA (*Multi Carrier Direct Sequence Code Division Multiple Access*), são comparados. Esses sistemas são empregados em redes de comunicação sem fio e permitem transmissões com múltiplas portadoras ortogonais e acesso ao meio por divisão de código. Devido à enorme dificuldade de prever o comportamento aleatório do meio de propagação é necessário realizar uma estimação dos coeficientes do canal, neste estudo, com a ajuda de símbolos piloto. Baseado na observação de que as componentes adversas do multipercurso estão contidas dentro do intervalo de guarda incorporamos uma etapa de melhoria da estimativa convencional através de projeção em subespaço. O resultado revela que essa melhoria tem um grande impacto no desempenho do sistema MC CDMA, mas a capacidade, ainda, degrada em cenários com alta carga de usuários. Por outro lado, o sistema MC DS CDMA apresenta desempenho superior uma vez que, devido à preservação da ortogonalidade dos códigos, apesar da distorção introduzida pelo canal, é possível mitigar a interferência de múltiplo acesso (IMA) antes da estimação do canal.

**Palavras-Chaves:** Modelagem Matemática; Estimação de Canal com Símbolos Piloto; Equalização; Sistemas de Comunicação sem fio.

### Abstract

*In this work we presented a mathematical modeling to compare two wireless communications systems based in orthogonal multi carrier and code division multiple access: MC CDMA and MC DS CDMA. Analytical expressions for the mean square performance of the pilot aided estimation channel are presented. The results reveal that MC DS CDMA performs better than MC CDMA in loaded systems because MAI is removed before the channel estimation procedure.*

**Keywords:** *Mathematic Model; Pilot Aided Estimation; Equalization; Wireless Communication Systems.*

## 1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos vem sendo observado um crescente interesse pelas chamadas Redes de Área Local sem fio - WLAN (*Wireless Local Area Network*). Grande parte desse interesse é devido à popularização de dispositivos móveis que estão, cada vez mais, integrados ao nosso estilo de vida moderno: celulares, PDA, *notebooks*. Esses dispositivos são dotados de processamento de alta capacidade e disponibilizam variados serviços digitais, como: WAP (*Wireless Application Protocol*), SMS (*Short Messaging Service*), MMS (*Multimedia Messaging Service*). Em adição, são dispositivos capazes de suportar transmissões de dados em altas taxas. Nesse contexto, existe um crescente esforço de pesquisa na busca de sistemas de comunicações sem fio com desempenhos cada vez melhores em conjunto com alta eficiência espectral.

A técnica de acesso por divisão de código CDMA (*Code Division Multiple Access*) tem recebido considerável atenção devido ao bom desempenho em canais multipercurso e habilidade em compartilhar a banda de transmissão disponível, entre os usuários, sem deterioração da capacidade [1]. A principal vantagem dessa técnica é a separação dos usuários através da designação de códigos ortogonais distintos, o que permite a todos transmitirem ao mesmo tempo e, ainda, cada usuário utiliza todo o espectro de frequência disponível para a transmissão. Entretanto, dessa vantagem advém o maior obstáculo que limita a capacidade dos sistemas baseados em divisão de código: a Interferência de Múltiplo Acesso (IMA), que é decorrente da impossibilidade de manter a ortogonalidade entre os sinais dos usuários na recepção.

A modulação em múltiplas portadoras ortogonais, denominada OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) com adição de período de guarda é uma engenhosa estratégia para cancelar a interferência entre símbolos transmitidos (ISI) [2]. Essa modulação surgiu no final da década de 1960, sendo inicialmente empregada em aplicações militares. Esquemas de transmissão com sinalização OFDM permitem transmissões mais robustas ao desvanecimento de multipercurso provocado pelo canal móvel; esse efeito atenua fortemente os sinais transmitidos, causando considerável perda de desempenho. Além disso, com OFDM é possível transformar o canal seletivo em frequência em um conjunto paralelo de subcanais planos facilitando a equalização por *single-tap*. Atualmente, diversos padrões de transmissão digital de banda larga adotam na interface aérea a modulação OFDM, entre os quais podemos destacar: Radiodifusão de Áudio Digital – DAB (*Digital Audio Broadcasting*) [ETSI], Radiodifusão Terrestre de Vídeo Digital (televisão digital) DVB-T (*Digital Video Broadcasting Terrestrial*) e Serviço Integrado de Radiodifusão Terrestre Digital – ISDB-T (*Integrated Service of Digital Broadcasting Terrestrial*); em adição aos padrões WI-FI (*Wireless Fidelity*) e WI-MAX (*Wireless Metropolitan Area Access*) empregados em redes de comunicação sem fio.

A associação da modulação OFDM com a técnica CDMA originou diversas propostas de sistemas multiportadora MC (*Multi Carrier*) [3,4,5,6]. Dentre os quais destacamos, neste estudo, os sistemas MC CDMA e MC DS CDMA. O objetivo deste trabalho é apresentar uma investigação do desempenho teórico e simulado desses sistemas utilizando símbolos pilotos para estimação dos coeficientes da resposta ao impulso do canal [7,8,9]. Uma vez obtida a estimativa inicial, são descritas as etapas para obter uma melhoria dessa estimativa. A melhoria proposta é baseada na observação de que as componentes adversas do multipercurso estão contidas dentro do intervalo de guarda [10] e, portanto, é possível empregar o método de projeção em subespaço com o objetivo de eliminar as componentes fora desse intervalo e, portanto, diminuir a variância da estimativa [12]. O desempenho teórico dos sistemas é descrito através de modelagem matemática com função de custo baseada no critério de mínimo erro médio quadrático e o desempenho simulado é realizado em computador, utilizando o método Monte Carlo. A notação adotada consiste em: caracteres maiúsculos em negrito denotam matrizes; Caracteres minúsculos em negrito denotam vetores. Os operadores  $(\cdot)^T$ ,  $(\cdot)^H$  e  $(\cdot)^*$  indicam transposto de um vetor, hermitiano (transposto conjugado) de um vetor, e conjugado de um escalar complexo. Este trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção 2 descreve os modelos dos sistemas MC CDMA e MC DS CDMA; as Seções 3 e 4

apresentam, respectivamente, para cada sistema as análises de estimação e equalização utilizadas; a Seção 5 descreve os resultados experimentais da simulação; e na Seção 6 apresentamos as conclusões do trabalho.

## 2. OS MODELOS DOS SISTEMAS MC CDMA E MC DS-CDMA

Basicamente, nesses sistemas os símbolos de dados de cada usuário são espalhados no domínio da frequência (MC CDMA) ou no domínio do tempo (MC DS CDMA) e, a seguir, são, simultaneamente, transmitidos através de um conjunto de subcanais planos e paralelos. No receptor é necessária detecção coerente, para recuperação dos símbolos originalmente transmitidos, o que requer uma etapa prévia de estimação do canal. Uma das possibilidades de realizar a estimação do canal é multiplexar símbolos conhecidos (pilotos) durante a transmissão dos dados [7,8]. Para ambos os sistemas analisados neste trabalho, consideramos  $K$  usuários ativos e transmissões síncronas no enlace direto. Os códigos de espalhamento dos sinais dos usuários são seqüências curtas de Walsh-Hadamard com comprimento  $N$  e os símbolos transmitidos são modulados em constelações MPSK (*Modulation Phase Shift Keying*).

### 2.1. MC CDMA (*MULTI CARRIER CODE DIVISION MULTIPLE ACCESS*)

Neste sistema os dados seriais transmitidos por cada usuário são replicados em  $M$  subportadoras ortogonais. A seguir, os dados são espalhados, no domínio da frequência, pelo código designado ao usuário formando blocos de dados de dimensão  $M$ . O código do  $k$ -ésimo usuário  $\mathbf{c}_k = [c_{k,0} \ c_{k,1} \ \dots \ c_{k,M-1}]^T$  tem comprimento  $N$  que, neste estudo, é igual ao número de subportadoras  $N=M$ . A Cada bloco de dados é aplicada a transformação inversa rápida de Fourier IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) normalizada de  $(M \times M)$  pontos.

A fim de evitar a interferência entre símbolos é inserido antes da transmissão um período de guarda de prefixo cíclico CP (*Cyclical Prefix*) com comprimento  $G$ . Esse comprimento é considerado suficiente sendo, portanto, no mínimo igual a ordem do canal.

O bloco de dados resultante, de dimensão de  $P$ , onde  $P=M+G$ , é transmitido através do canal rádio móvel seletivo em frequência. O canal é modelado como um filtro com resposta ao impulso finita FIR (*Finite Impulse Response*), composto por  $L$  coeficientes (*taps*) cujas amplitudes são amostras da resposta ao impulso.

Neste trabalho, assumimos que durante a transmissão de um bloco de dados a resposta ao impulso do canal permanece constante e pode ser representada pelo vetor:  $\mathbf{h}_c(i) = [h_0(i) \ \dots \ h_{L-1}(i)]^T$

A transmissão através do canal multipercurso pode ser representada por uma matriz de convolução Toeplitz triangular inferior  $\mathbf{H}$  de dimensão  $(P \times P)$ , na qual a primeira coluna é uma extensão com zeros do vetor da resposta ao impulso do canal:  $\mathbf{h} = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{L-1} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ .

No receptor o sinal sofre a adição de ruído gaussiano branco RAGB, e após a remoção do prefixo cíclico do bloco de símbolos, a matriz  $\mathbf{H}$  transforma-se numa Toeplitz circulante, que permite transformar a convolução linear do canal em uma convolução circular. A seguir, é aplicada a operação da transformada direta rápida de Fourier (FFT), denotada por  $\mathbf{F}_M$ , de  $(M \times M)$  pontos que converte a matriz Toeplitz circulante  $\mathbf{H}$  (domínio do tempo) em uma matriz diagonal  $\mathbf{H}_D$  no domínio da frequência. Essa conversão simplificará bastante a equalização do sinal recebido.

O vetor do sinal recebido pode ser modelado através da seguinte expressão:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_D \mathbf{c}_k b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (1)$$

$b_k(i)$  é um escalar que representa o  $i$ -ésimo símbolo de dados transmitido pelo  $k$ -ésimo usuário;

$\mathbf{c}_k = [c_{k,0} \ c_{k,1} \ \dots \ c_{k,M-1}]^T$  é o vetor da seqüência de espalhamento do  $k$ -ésimo usuário, com  $\|\mathbf{c}_k\|^2 = 1$ ;

$\mathbf{n}(i) = [n_0(i) \ \dots \ n_{M-1}(i)]^T$  é o vetor de ruído complexo aditivo gaussiano branco com média nula e matriz covariância  $E[\mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(i)] = \sigma^2 \mathbf{I}$ , onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de

dimensão  $(M \times M)$ , e o operador  $E [.]$  denota o valor esperado. A matriz diagonal  $\mathbf{H}_D$  de dimensão  $(M \times M)$  é composta por componentes, no domínio da frequência, dadas pela Transformada de Fourier ( $\mathbf{F}$ ) no vetor de coeficientes do canal  $\mathbf{h}$ . A resposta em frequência do canal  $\mathbf{h}$  pode ser escrita, em termos da resposta ao impulso  $\mathbf{h}_c$  da seguinte forma:

$$\mathbf{h} = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,M} \mathbf{h}_c = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,G} \mathbf{h}_c \quad (2)$$

Onde  $\mathbf{F}_{M,G}$  é uma matriz de Fourier de dimensão  $(M \times G)$  contendo as  $G$  primeiras colunas da matriz FFT de  $(M \times M)$  pontos.

## 2.2. SISTEMA MC DS CDMA (MULTI CARRIER DIRECT SEQUENCE CDMA)

Neste sistema, os dados são convertidos de serial para paralelo formando blocos de comprimento  $M$ . Onde  $M$  é o número de subportadoras adotado. Os símbolos em cada bloco de dados são espalhados pela mesma seqüência de espalhamento de comprimento  $N$  e transmitidos *chip a chip* usando um esquema OFDM. O símbolo OFDM transmitido na  $j$ -ésima transmissão de *chip* ( $j = 0, 1, \dots, N-1$ ) do  $i$ -ésimo bloco de dados  $\mathbf{b}_k(i)$  é representado pela notação  $\mathbf{b}_k(i)c_{k,j}$  onde  $c_{k,j}$  é o  $j$ -ésimo *chip* da seqüência de espalhamento do usuário  $k$ .

Após a inserção do período de guarda, do tipo prefixo cíclico CP, o símbolo OFDM é transmitido através do canal multipercurso. Na recepção após a remoção do período de guarda é computada a FFT de  $(M \times M)$  pontos.

Considerando os  $K$  usuários ativos do sistema o sinal recebido, correspondendo à transmissão do  $j$ -ésimo *chip* do  $i$ -ésimo bloco de dados, pode ser escrita por:

$$\mathbf{x}(i;j) = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_D \mathbf{b}_k c_{k,j} + \mathbf{n}(i;j) \quad (3)$$

Onde  $\mathbf{H}_D$  é a matriz diagonal  $(M \times M)$ , no domínio da frequência, com componentes dadas pela Transformada de Fourier ( $\mathbf{F}$ ) no vetor de coeficientes do canal  $\mathbf{h}$ :  $\mathbf{h} = \sqrt{M} \mathbf{F} \mathbf{h}_c$ .

$\mathbf{n}(i;j)$  é o vetor de ruído complexo aditivo gaussiano branco com média nula e matriz covariância  $E[\mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(i)] = \sigma^2 \mathbf{I}$ , onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de  $(M \times M)$  pontos.

Coletando  $N$  blocos de *chips* consecutivos é possível formar uma matriz de dimensão  $(M \times N)$ . Para o  $i$ -ésimo bloco de símbolos, temos:

$$\mathbf{X}(i) = [\mathbf{x}(i,0) \dots \mathbf{x}(i,N-1)] = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_D \mathbf{b}_k \mathbf{c}_k^T + \mathbf{N}(i) \quad (4)$$

Onde  $\mathbf{N}(i) = [\mathbf{n}(i;0) \dots \mathbf{n}(i,N-1)]$  é a matriz formada por  $N$  colunas compostas por vetores de ruído presentes em cada bloco de símbolos recebido.

## 3. ESTIMAÇÃO DE CANAL E EQUALIZAÇÃO PARA O SISTEMA MC CDMA

Símbolos piloto representam um conjunto de símbolos especificamente gerados para transmissão, através de um canal, com a propriedade de serem conhecidos no receptor. O objetivo é mapear a resposta em frequência do canal, em cada subportadora, do sistema. Neste estudo, os símbolos piloto são transmitidos no início de cada bloco de dados. Uma vez obtida a estimativa dos coeficientes do canal, essa estimativa é utilizada ao longo do restante dos blocos de dados transmitidos, antes que uma nova transmissão de símbolos piloto seja realizada.

Com o objetivo de obter um estimador de canal o sinal recebido, dado em (1), pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k \mathbf{h} \mathbf{b}_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (5)$$

Onde  $\mathbf{C}_k = \text{diagonal}(\mathbf{c}_k)$  é a matriz diagonal contendo os *chips* da seqüência de espalhamento do usuário  $k$ .

Seja  $m$  o índice do usuário do qual queremos recuperar o sinal transmitido. O estimador de canal  $\hat{\mathbf{h}}$  é baseado em [11] e corresponde a uma aproximação do estimador de mínimo erro médio quadrático.

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}} E [ \| \mathbf{r}(i) - \mathbf{C}_m \mathbf{h} b_m(i) \|^2 ] \quad (6)$$

A solução desse problema de otimização resulta no vetor do estimador despolarizado composto pelas estimativas, em frequência, da resposta ao impulso do canal:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{C}_m^+ E [ \mathbf{r}(i) b_m^*(i) ] \quad (7)$$

Onde  $(.)^+$  denota a pseudo inversa da matriz diagonal que contém os *chips* da seqüência de espalhamento do usuário de interesse, neste caso, o  $m$ -ésimo usuário; e  $(.)^*$  denota o conjugado do símbolo transmitido.

Aproximando o valor esperado  $E[.]$  pela média aritmética dos  $N_p$  símbolos piloto transmitidos, temos:

$$\hat{\mathbf{h}} = 1 / N_p \mathbf{C}_m^+ \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (8)$$

Sendo a estimativa despolarizada, o erro médio quadrático é igual à variância da estimativa e o erro médio quadrático relativo pode ser expresso por:

$$\mathcal{E}_{MC} = E [ \| \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}} \|^2 ] / \| \mathbf{h} \|^2 = K-1 / N_p + M\sigma^2 / N_p$$

Dessa forma, a função de custo a ser minimizada é diretamente proporcional ao número de usuários  $K$  ativos no sistema e inversamente proporcional ao número de símbolos piloto transmitido. Em adição, é diretamente dependente da variância do ruído dada por  $\sigma^2$ .

Para permitir uma comparação justa entre os dois sistemas, MC CDMA e MC DS CDMA, é assumido que o número de símbolos piloto transmitidos é um múltiplo do número de subportadoras, logo  $N_p = \ell M$ , sendo  $\ell \in \mathbb{N}$  representando o número consecutivo de símbolos piloto transmitidos, portanto:

$$\mathcal{E}_{MC} = K-1 / \ell M + \sigma^2 / \ell \quad (9)$$

### 3.1. ESTIMAÇÃO DE CANAL MELHORADA

É possível melhorar a estimativa do canal dada em (8) baseado na observação de que todas as componentes do multipercurso, presentes na estimativa da resposta ao impulso do canal, estão contidas dentro do intervalo de guarda. Como resultado, qualquer componente fora do intervalo de guarda é considerada como ruído e, portanto, pode ser removida [10]. A estimativa da resposta ao impulso do canal melhorada é descrita por:

$$\hat{\mathbf{h}} \xrightarrow{IFFT} \begin{bmatrix} \hat{h}(0) \\ \hat{h}(1) \\ \vdots \\ \hat{h}(G-1) \\ \hat{h}(G) \\ \vdots \\ \hat{h}(M-1) \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \hat{h}(0) \\ \hat{h}(1) \\ \vdots \\ \hat{h}(G-1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{FFT}$$

Tal procedimento pode ser visto como a aplicação da Transformada Inversa de Fourier (IFFT) de  $(M \times M)$  pontos sobre a estimativa inicial. A seguir, as componentes excedentes ao tamanho  $G$  (intervalo de guarda) são igualadas a zero e é aplicada a transformada direta de Fourier que retorna a estimativa ao domínio da frequência, representada por  $\hat{\mathbf{h}}_{\text{melhorada}}$ .

O ponto principal deste procedimento pode ser visto como a projeção da estimativa inicial no subespaço gerado pelas primeiras  $G$  colunas da matriz da FFT de  $(M \times M)$  pontos. Em virtude de (2) e, desde que, o intervalo de guarda seja no mínimo igual à ordem do canal ( $G \geq L-1$ ) a real resposta em frequência do canal está contida nesse subespaço. A matriz de projeção que realiza essas operações é representada por:

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{F}_{M,G} (\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G})^{-1} \mathbf{F}_{M,G}^H \quad (10)$$

Onde  $\mathbf{F}_G$  é a matriz da transformada direta de Fourier de dimensão  $(M \times G)$  contendo as primeiras  $G$  colunas da matriz  $(M \times M)$  pontos. Usando o fato de que  $\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G} = \mathbf{I}_{G,G}$ , a expressão reduz-se a:

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{F}_{M,G} \mathbf{F}_{M,G}^H \quad (11)$$

Dessa forma, a estimativa melhorada do canal é, também, despolarizada e pode ser expressa por:

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{melhorada}} = \mathbf{W}_0 \hat{\mathbf{h}} \quad (12)$$

Essa estimativa é dita refinada (melhorada) uma vez que foi possível, através da operação de projeção no subespaço, remover as componentes de ruído que existiam na estimativa inicial.

Contudo, a melhoria no desempenho do sistema é diferente para a parcela de ruído gaussiano e para a parcela da interferência de múltiplo acesso. O erro médio quadrático relativo melhorado pode ser expresso pela seguinte expressão:

$$\mathcal{E}_{\text{MC melhorado}} = \eta (K-1 / \ell M) + \gamma (\sigma^2 / \ell) \quad (13)$$

Onde  $\eta$  e  $\gamma$  são, respectivamente, os fatores de redução da IMA e do ruído gaussiano devido a utilização da estimativa melhorada, dados por:  $\gamma = G / M$

O fator de redução da IMA para o  $m$ -ésimo usuário, em relação aos outros usuários interferentes, é expressa por:

$$\eta_m = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1, k \neq m}^K \bar{\mathbf{h}}^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_m^+ \mathbf{W}_0^H \mathbf{W}_0 \mathbf{C}_m^+ \mathbf{C}_k \bar{\mathbf{h}} \quad (14)$$

Onde o vetor dos coeficientes do canal, no domínio da frequência, normalizado é expresso por:

$$\bar{\mathbf{h}} = \tilde{\mathbf{h}} / \sqrt{M} \quad (15)$$

### 3.2. EQUALIZAÇÃO E DETECÇÃO

Usando as estimativas do canal obtidas é possível realizar a equalização do sinal recebido dado em (1) e a seguir, efetuar a detecção do símbolo do usuário de interesse. Uma das possibilidades é aplicar equalização do tipo ZF (*Zero Forcing*), na qual as parcelas do ruído são forçadas a zero.

$$\mathbf{G}_{\text{zf}} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D} \quad (16)$$

$\mathbf{H}_D^{-1}$  é a matriz diagonal inversa, com elementos dados pelas componentes da transformada de Fourier normalizada do vetor de coeficientes da resposta ao impulso do canal. Outra possibilidade é aplicar equalização do tipo mínimo erro médio quadrático MMSE (*Minimum Mean Square Error*):

$$\mathbf{G}_{\text{mmse}} = (\mathbf{H}_D \mathbf{H}_D^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{H}_D \quad (17)$$

Dessa forma, o sinal equalizado é da seguinte forma  $\mathbf{z}(i) = \mathbf{G}^H \mathbf{r}(i)$

Após a equalização, o sinal é processado por um filtro casado, ao código do usuário, que realiza o desespalhamento do sinal e a estimativa do símbolo  $b_m(i)$ , transmitido pelo  $k$ -ésimo usuário, é obtida:

$$b_m(i) = \text{disc} \{ \mathbf{c}_m^H \mathbf{y}(i) \} \quad (18)$$

Onde o operador  $\text{disc}\{x\}$  retorna o símbolo da constelação MPSK mais próximo de  $x$ .

#### 4. ESTIMAÇÃO DE CANAL E EQUALIZAÇÃO PARA MC DS CDMA

Analisando a equação (4) pode ser visto que a ortogonalidade entre os códigos dos usuários é preservada (no enlace direto) mesmo após a transmissão dos sinais através do canal multipercurso. No receptor do usuário de interesse,  $m$ -ésimo usuário, após o filtro casado ao código do usuário, a interferência provocada pelo múltiplo acesso (IMA) é eliminada, resultando no vetor:

$$\mathbf{y}_m(i) = \mathbf{X}(i) \mathbf{c}_m^* = \mathbf{H}_D \mathbf{b}_m(i) + \mathbf{n}_f(i) = \mathbf{B}_m(i) \mathbf{h} + \mathbf{n}_f(i) \quad (19)$$

onde  $\mathbf{B}_m(i) = \text{diag}(\mathbf{b}_m(i))$  é a matriz diagonal composta pelos símbolos piloto transmitidos pelo  $m$ -ésimo usuário e  $\mathbf{n}_f(i) = \mathbf{N}(i) \mathbf{c}_m^*$  é um vetor de ruído gaussiano complexo com matriz covariância  $\mathbf{K}_n = \mathbf{E}[\mathbf{n}_f(i) \mathbf{n}_f^H(i)] = \|\mathbf{c}_m\|^2 \sigma^2 \mathbf{I}_M = \sigma^2 \mathbf{I}_M$ .

Considerando um bloco de símbolos piloto, um estimador (despolarizado) de canal baseado na máxima verossimilhança pode ser obtido:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{B}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) \quad (20)$$

Se  $\ell = N_p / M$  blocos consecutivos de símbolos piloto são usados, obtemos o estimador de canal baseado na média das  $\ell$  estimativas:

$$\hat{\mathbf{h}} = 1/\ell \sum_{i=1}^{\ell-1} \mathbf{B}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) \quad (21)$$

Como foi possível eliminar a IMA na etapa de desespalhamento do código, a variância do estimador (igual ao erro médio quadrático), é apenas devida ao ruído na entrada do receptor:

$$\text{Variância}[\hat{\mathbf{h}}] = \text{variância}[\mathbf{h} + \mathbf{B}_m^{-1} \mathbf{n}_f(i)] = \text{variância}[\mathbf{h}] + \text{var}[\mathbf{B}_m^{-1} \mathbf{n}_f(i)]$$

O erro médio quadrático relativo é dado por:

$$\mathcal{E}_{\text{MCDS}} = \sigma^2 M / N_p = \sigma^2 / \ell \quad (22)$$

Essa expressão é independente do número de usuários  $K$  ativos no sistema; depende, apenas, da variância do ruído e do número  $\ell$  de blocos de símbolos pilotos transmitidos.

#### 4.1. ESTIMATIVA DE CANAL MELHORADA

Como descrito na seção passada, o estimador de canal (21) pode ser melhorado aplicando a matriz de projeção  $\mathbf{W}_0$ . Tal como foi visto no sistema MC CDMA, o erro médio quadrático relativo do estimador, referente à parcela do ruído, é reduzida de um fator de  $G/M$ .

$$\mathbf{E}_{\text{MCDS}} = \sigma^2 G / \ell M = \sigma^2 G / N_p \quad (23)$$

#### 4.2. EQUALIZAÇÃO E ESTIMAÇÃO

Os mesmos equalizadores apresentados nas equações (16) e (17) podem ser aplicados no sinal MC DS CDMA descrito em (19). Após a equalização, uma estimativa do bloco de símbolos transmitido pelo  $m$ -ésimo usuário,  $\mathbf{b}_m(i)$ , por modulação MPSK, pode ser obtida:

$$\mathbf{b}_m(i) = \text{disc} \left\{ \mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i) \right\} \quad (24)$$

Onde o operador  $\text{disc}\{x\}$  é aplicado em cada componente do vetor  $\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)$  de dimensão  $M$ .

### 5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

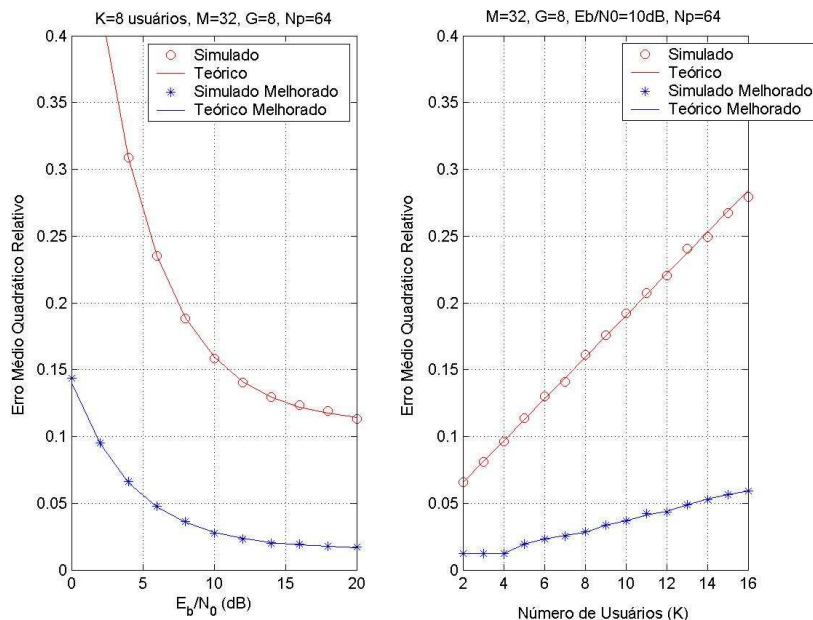
Nesta seção são apresentados os resultados de desempenho dos sistemas obtido por simulação em computador. As simulações consideram o enlace direto, no qual as transmissões são feitas da Estação Rádio Móvel em direção aos terminais dos usuários. Assim, os usuários experimentam as mesmas condições do canal de propagação e é assumido perfeito controle de potência, i.e., todas as comunicações apresentam a mesma potência. O filtro FIR que modela o canal apresenta  $L = 6$  coeficientes. O vetor de coeficientes do canal adotado é:  $\mathbf{h}_c = [0,74; -0,42; 0,083; 0,49; -0,12; 0,01]$  normalizado e que apresenta um nulo espectral pronunciado.

Em todas as simulações a equalização empregada foi do tipo ZF (*Zero Forcing*). Para permitir uma comparação justa entre os dois sistemas, assumimos o número de subportadoras  $M$  igual ao ganho de processamento  $N$ . Além disso, os códigos de espalhamento são seqüências curtas de Halsh-Hadamard com comprimento  $N=32$  e, por conseqüência,  $N = M = 32$ . O comprimento do intervalo de guarda é  $G = 8$  ( $G \geq L$ ).

A Figura 1 apresenta o desempenho do sistema MC CDMA, em termos do erro médio quadrático relativo do estimador de canal, baseado na transmissão de símbolos pilotos. Os resultados são comparados com as expressões analíticas descritas em (9) e (13) e as curvas foram traçadas sobre a média de 100 simulações realizadas.

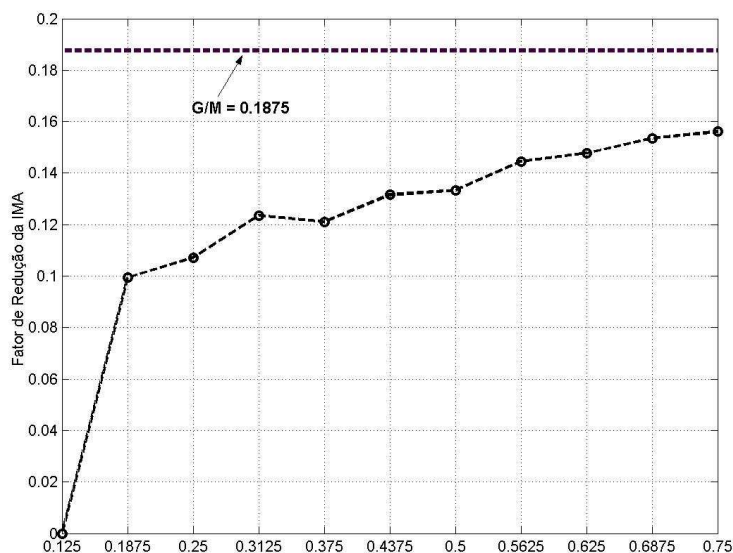
É possível observar que os resultados analíticos e simulados são coincidentes. Além disso, as curvas obtidas com o estimador de canal melhorado são menos sensíveis ao aumento de carga do sistema.





**Figura 1 - Desempenho do sistema MC CDMA: Erro Médio Quadrático Relativo**

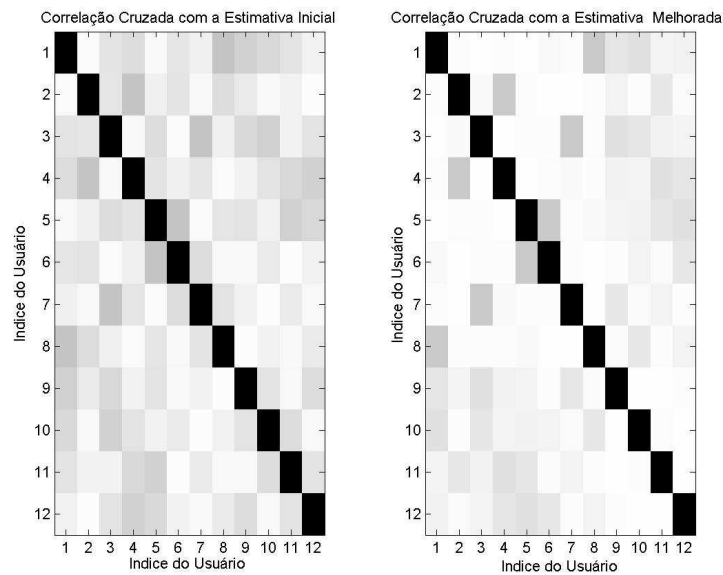
Na Figura 2 são apresentados os resultados da avaliação do fator de redução da Interferência de Múltiplo Acesso (IMA) no sistema MC CDMA. O intervalo de guarda considerado é de  $G=6$  e razão sinal ruído  $E_b/N_0 = 15$  dB. Um grupo de  $K$  assinaturas foi, aleatoriamente, selecionado a partir do conjunto de  $N=32$  códigos de espalhamento disponíveis. A expressão dada em (14) foi avaliada para cada assinatura no grupo e seu valor médio, em relação ao grupo, foi computado. A seguir um novo grupo foi selecionado e o procedimento foi repetido. A curva ilustrada corresponde ao valor médio do fator  $\eta$  obtido com 100 grupos selecionados aleatoriamente dos  $K$  grupos disponíveis. No sistema MC CDMA com alta carga de usuários a redução de erro médio quadrático, em relação a parcela da IMA utilizando a estimativa melhorada, é maior que a redução na parcela da variância do ruído, independente da carga do sistema, ( $G/M = 0,1875$ ).



**Figura 2 – Fator de Redução da IMA versus Carga do Sistema MC CDMA**

Os efeitos de redução da interferência dos outros usuários, em determinado usuário de interesse, está evidenciado na Figura 3. Nessa figura, as correlações cruzadas entre as

seqüências de espalhamento  $\mathbf{c}_k$  designadas a cada usuário e as seqüências de espalhamento efetivas  $\mathbf{c}'_k = \mathbf{H}_D^{-1} \mathbf{H}_D \mathbf{c}_k$  (distorcidas pelo canal) e detectadas após o equalizador de *Zero Forcing*, são confrontadas, utilizando a estimativa inicial e a estimativa melhorada.

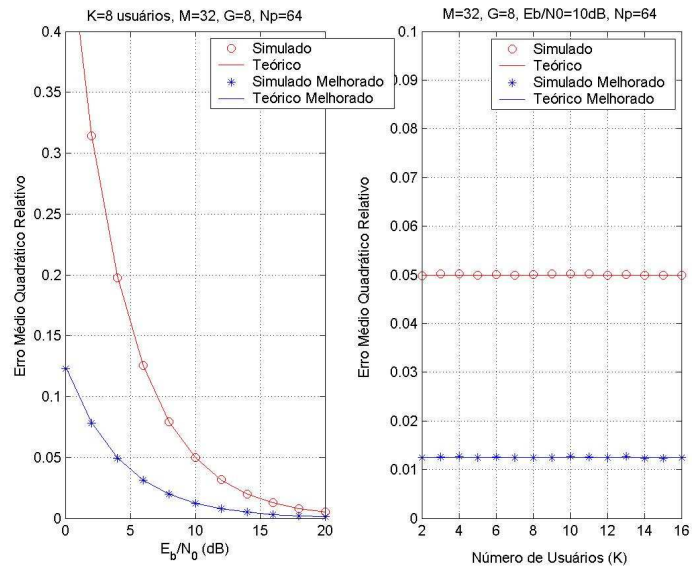


**Figura 3 - Correlação Cruzada entre os Códigos de Espalhamento dos Usuários**

O emprego da estimativa de canal melhorada reflete a redução (“branqueamento”) das correlações cruzadas entre os códigos de espalhamento dos usuários, e conseqüentemente, a redução da interferência de múltiplo acesso. Na simulação foi utilizado um cenário com  $K = 12$  usuários,  $M = 32$  subportadoras, intervalo de guarda  $G = 8$  e razão sinal ruído  $E_b/N_0 = 15$  dB.

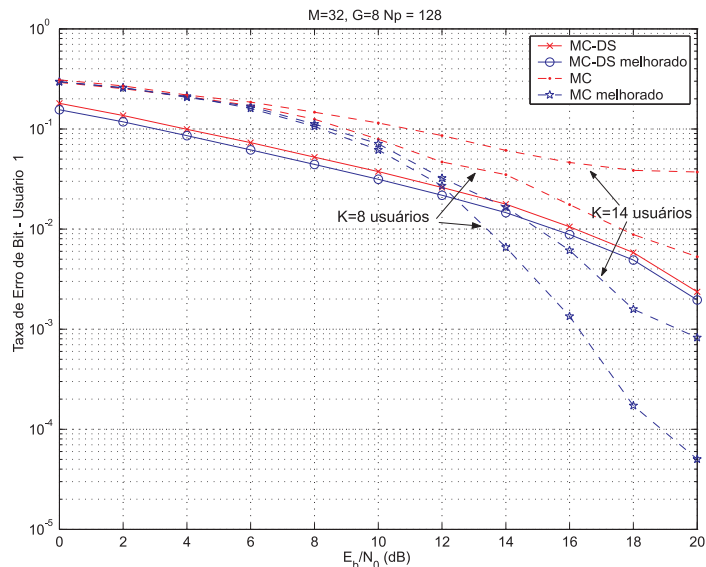
A Figura 4 ilustra o desempenho simulado do sistema MC DS CDMA, em relação ao erro médio quadrático relativo *versus* razão sinal ruído, comparado com as expressões analíticas apresentadas nas equações (22) e (23).

O intervalo de guarda considerado foi de  $G = 8$  e os resultados foram calculados pela média de 100 simulações realizadas. Devido à preservação da ortogonalidade dos códigos dos usuários, apesar do efeito de distorção introduzido pelo canal de propagação, o desempenho do estimador de canal é independente do aumento de carga no sistema. Confrontando as curvas da Figura 4 com as da Figura 1 é possível observar que a qualidade dos estimadores de canal para o sistema MC DSCDMA é superior a dos estimadores do sistema MC CDMA, por permitirem obter níveis inferiores no erro médio quadrático relativo em um mesmo cenário de avaliação.



**Figura 4 - Desempenho do sistema MC DS CDMA: Erro Médio Quadrático Relativo**

Finalmente, os desempenhos dos sistemas MC CDMA e MC DS CDMA são confrontados na Figura 5, em dois cenários distintos com  $K = 8$  e  $K = 14$  usuários,  $M = 32$  subportadoras e um intervalo de guarda de  $G = 8$ . Foram transmitidos 4 blocos de símbolos piloto ( $N_p = 128$ ) para obtenção das estimativas do canal. Os resultados permitem observar que quando a carga dos sistemas aumenta o desempenho do sistema MC CDMA degrada. Por outro lado, o desempenho do sistema MC DS CDMA é insensível a esse aumento de carga e o nível de BER, utilizando a estimativa melhorada é, ligeiramente, inferior ao nível de BER quando se emprega a estimativa inicial.



**Figura 5 - Taxa de Erro de Bit (BER) versus Razão Sinal Ruído**

## 6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi investigado o desempenho teórico e simulado de dois sistemas de transmissão digital por blocos: MC CDMA e MC DS CDMA; desenvolvidos para integrar as futuras gerações das comunicações sem fio.

O objetivo do trabalho foi apresentar uma modelagem matemática aplicada para investigar e confrontar o desempenho de ambos os sistemas, no enlace direto. Nas análises considerou-se a estimação dos coeficientes da resposta ao impulso do canal, através da transmissão de símbolos piloto.

Para os dois sistemas os estimadores são baseados no critério de mínimo erro médio quadrático MMSE (*Minimum Mean Squared Error*) e os resultados analíticos foram descritos considerando uma estimativa convencional e outra estimativa melhorada. A melhoria consistia na minimização da variância da estimativa convencional, do vetor de coeficientes do canal, pela eliminação de componentes ruidosas. Para isso aplicou-se uma transformação linear para projetar a estimativa convencional no subespaço onde o verdadeiro vetor de coeficientes do canal deve estar contido. Os resultados mostraram que o desempenho do sistema MC CDMA utilizando o estimador de canal convencional MSE é mais sensível ao aumento de carga do sistema. Entretanto, utilizando o estimador de canal melhorado foi possível reduzir a correlação cruzada entre os códigos de espalhamento dos usuários e, conseqüentemente, diminuir a sensibilidade do sistema a interferência de múltiplo acesso (IMA).

Alem disso, foi verificado que desempenho do sistema MC DS CDMA ultrapassa o desempenho do sistema MC CDMA quando a razão sinal ruído está abaixo de 12 dB e, principalmente, quando a carga do sistema aumenta. Isso é devido à ortogonalidade dos códigos, no sistema MC DS CDMA, ter sido preservada o que possibilitou mitigar a IMA antes da obtenção dos estimadores do canal. Em adição, a faixa de valores da razão sinal ruído na qual o desempenho do sistema MC DS CDMA ultrapassa o desempenho do sistema MC CDMA, também, aumenta conforme os sistemas operam com elevação do número de usuários.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K.S.Guilhousen, I.M.Jacobs, R.Padovani, A.J.Viterbi, A.Weaver, and C.E.Wheatley, “*On the capacity of a cellular CDMA system,*” *IEEE Transactions Vehicular Technology*, vol. 40, pp. 303–311, May 1991.
- [2] B. Muquet, Z.Wang, G.B.Giannakis, M. de Courville, and P.Duhamel, “*Cyclic prefixing or zero padding for wireless multicarrier transmissions?,*” *IEEE Transactions On Communications*, vol. 50, pp. 2136–2148, December 2002.
- [3] S. Kondo and L. B. Milstein, “*On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems,*” *Proc. IEEE Military Communications Conference, MILCOM*, pp. 52–56, Oct 1993.
- [4] V. DaSilva and E. S. Sousa, “*Performance of orthogonal CDMA codes for quasi-synchronous communication systems,*” *Proc. IEEE International Conference on Universal Personal Communications, ICUPC 93*, pp. 995–999, October 1993.
- [5] F. Petre, G. Leus, M. Moonen, and H. De Man, “*Multicarrier block-spread cdma for broadband cellular downlink,*” *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2004, no. 10, pp. 1568–1584, 2004. doi:10.1155/S1110865704401048.
- [6] G. B. Giannakis, P. A. Anghel, and Z. Wang, “*Generalized multicarrier cdma: Unification and linear equalization,*” *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2005, no. 5, pp. 743–756, 2005. doi:10.1155/ASP.2005.743.
- [7] P. Schniter, “*On doubly dispersive channel estimation for pilot-aided pulse-shaped multi-carrier modulation,*” *Proc. Conference on Information Sciences and Systems*, March 2006.
- [8] R.Fantacci, D. Marabissi, M.Michelini, and G. Bergamini, “*Low-complexity pilot-aided data detection in MC-CDMA systems,*” *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 1, pp. 277–281, December 2003.

- [9] L. Tong, B. M. Sadler, and M. Dong, “*Pilot-assisted wireless transmissions: General model, design criteria and signal processing*,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 21, pp. 12–25, November 2004.
- [10] J. J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. K. Wilson, and P. O. Borjesson, “*On channel estimation for OFDM systems*,” *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, VTC*, pp. 815–819, July 1995.
- [11] A. Scherb, V. Kuehn, and K.-D. Kammeyer, “*Pilot aided channel estimation for short code DS-CDMA*,” *Proc. IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA 2002*, pp. 39–43, September 2002.
- [12] Rodrigo Pereira David. *Técnica de Estimação de Canal Utilizando Símbolos Pilotos em Sistemas OFDM*. Dissertação de Mestrado. PUC-rio, Maio. 2007