



SPOLM 2007

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 08 e 09 novembro de 2007.

ANÁLISE DE DADOS METEOROLÓGICOS E OCEANOGRÁFICOS COM O EMPREGO DA ESTATÍSTICA DE EXTREMOS DE WEIBULL COM TRÊS PARÂMETROS

Marco Antonio da Costa Vieira

Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM)
Rua Kioto, 253 – Praia dos Anjos – Arraial do Cabo, 28930-000, RJ.
marco@ieapm.mar.mil.br

João Franswilliam Barbosa

Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM)
Rua Kioto, 253 – Praia dos Anjos – Arraial do Cabo, 28930-000, RJ.
franswilliam@ieapm.mar.mil.br

RESUMO

O acompanhamento do estado do mar e das condições de vento são de suma importância para a navegação e para as operações portuárias. Este trabalho visa apresentar a metodologia de extremos de Weibull, com três parâmetros (Weibull-3P), aplicada a análise de dados oceanográficos (ondas) e meteorológicos (ventos) visando obter os valores extremos de amplitude de onda e direção e intensidade do vento, para uma determinada região costeira ou oceânica.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria de Valores Extremos; Estatística de Ondas Extremas; Distribuição de Weibull.

ABSTRACT

The sea state and wind conditions are very important to navigation and port operations. This work intends to show the Weibull methodology, with three parameters (Weibull-3P) applied at oceanographic data analysis (waves) and meteorological data (winds) to obtain the extreme values to

KEYWORDS: Extreme Values Theory; Extreme Waves Statistic; Weibull Distribution.

1. INTRODUÇÃO

A proposta de uma abordagem inovadora para a distribuição de Weibull 3P, empregando uma variação em torno da moda dos dados possibilita uma distribuição mais robusta, em comparação com outras distribuições, fornecendo valores mais consistentes que as demais distribuições.

Esse estudo foi motivado pela necessidade de se criar os campos de valores das ondas extremas, com tempos de recorrência de 1 a 100 anos, e aplicar essas informações na produção de uma carta de ondas extremas para o Atlântico Sul. Este estudo é parte do projeto Atlas Digital de Meteorologia e Oceanografia (ADMO), voltado para a Indústria Naval, em desenvolvimento pelo Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM), com a finalidade de prover informações que auxiliem em projetos de plataformas e meios navais.

2. METODOLOGIA

Segundo *Fischer et al. (1928)* e *Gumbel (1958)*, a Teoria de Valores Extremos é uma parte da Estatística de Ordem e, em sua forma convencional, foi produzida como resultado de investigações científicas que se originaram no Teorema dos Três Tipos. No Teorema dos Três Tipos foi demonstrado que, sob certas condições, qualquer distribuição de máximos e mínimos converge para uma das três distribuições, a saber: Gumbel, Frechet (caudas direitas longas) ou Weibull (caudas direitas curtas).

A Distribuição de Valores Extremos Generalizada (*Generalized Extreme Value – GEV*), introduzida por *Jenkinson (1955)*, combina essas três distribuições em uma única expressão matemática, com três variações, sendo também conhecida como a distribuição dos Máximos Anuais. Uma abordagem mais atual é o método POT (*Peaks Over Threshold*) que, com base em uma Distribuição de Pareto Generalizada (GPD), provou ser mais flexível que o método dos máximos anuais, segundo *Smith*.

Outros trabalhos foram desenvolvidos e, pela análise do trabalho de *Drees (1998)*, percebe-se que muito do esforço atual da pesquisa de extremos concentra-se na área de estimadores do índice de valor extremo .

O trabalho de *Lopatoukin (2000)*, publicado pela Organização Meteorológica Mundial (WMO), cita outras distribuições possíveis de serem aplicadas para o cálculo de ondas extremas:

- Método da Distribuição Inicial (Initial Distribution Method – IDM);
- Método do Máximos Anuais (Method os Annual Maximum Series – MAS);
- Método do Número Médio de Cruzamentos para Cima (Mean Number of Upcrossings Method – MENU);
- Picos sobre um Patamar (Peaks over Threshold Method – POT); e
- Método da Função Quantil (Method of Quantile Function).

Apesar de toda uma riqueza de abordagens, o analista pode se ressentir de uma metodologia que permita melhor avaliar as diferenças entre os números e os métodos e, para suprir essa necessidade, uma análise mais aprofundada da Distribuição de Weibull 3P será apresentada.

A partir das distribuições apresentadas duas foram selecionadas para uma avaliação inicial:

- a) Weibull com três parâmetros; e
- b) Gumbel;

3. APLICAÇÃO

As duas distribuições foram então aplicadas em dados de ondas a partir de uma série de 10 anos de dados (1992 a 2002) do satélite Topex/Poseidon, disponibilizada em site da NASA, para quadrados com 20 x 20, 50 x 50 e 100 x 100 em torno do centro dos QMD de números 004, 376 e 411., resultando na seguinte tabela:

Após a obtenção desses resultados iniciais e considerando que no caso do QMD 411 os valores obtidos foram considerados muito elevados para Gumbel e mais aceitáveis para a de Weibull-3P, pois o valor da onda de 100 anos foi de 14,66m para Gumbel, o que ia de encontro às informações qualitativas, constantes de um livro que resume muitos anos de experiências da vida marinha de nossa Marinha (Arte Naval). O valor de doze metros foi um limitador inicial aplicado por ser citado como valor máximo para ondas na costa do Brasil.

Ou seja, a Distribuição de Weibull se mostrou mais conservativa, gerando valores menores que 12m para a onda de 100 anos no QMD 411 (Quadrado de Marsden 411).

Outra razão para o uso da distribuição de Weibull-3P foi pelo fato de outras instituições fazerem emprego dessa distribuição (empresa norueguesa Oceanor, que publica o WWA (World Wave Atlas), <http://www.oceanor.no/products/software/wwa>).

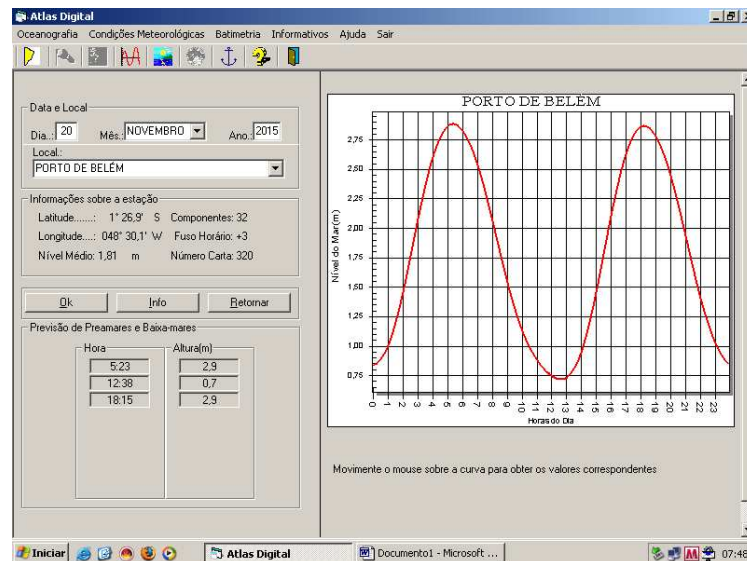


Figura 1 – Variação de onda para o Porto de Belém/PA para 20/nov/2015

A partir de um levantamento preliminar na bibliografia de ondas extremas, e visando um enfoque mais prático e imediato para emprego no Atlas Digital, definiu-se o *Goda*, como referência básica para o estudo, onde obtemos as expressões matemáticas para as distribuições e seus parâmetros:

- Probabilidade Acumulada de não Excedência:

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-b}{a}\right)^k\right)$$

Onde: k é o parâmetro de forma;
 a é o parâmetro de escala;
 b é o parâmetro de localização.

- Função Densidade de Probabilidade:

$$f(x) = \frac{k}{a} \left(\frac{x-b}{a}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)^k\right]$$

- Média, Moda, Desvio Padrão e Assimetria

$$\sigma(x) = a \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right]^{1/2}$$

$$\mu(x) = b + a \Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

$$Mo(x) = b + a \left(1 - \frac{1}{k} \right)^{1/k}$$

$$\gamma(x) = \frac{\left[\Gamma(1 + 3/k) - 3\Gamma(1 + 1/k)\Gamma(1 + 2/k) + 2(\Gamma(1 + 1/k))^3 \right]^2}{\left[\Gamma(1 + 2/k) - (\Gamma(1 + 1/k))^2 \right]^3}$$

Onde: $\sigma(x)$ - Média dos dados;
 $\mu(x)$ - Desvio padrão;
 $Mo(x)$ - Moda dos dados;
 $\gamma(x)$ - Assimetria dos dados

Na abordagem tradicional, com os parâmetros de distribuição conhecidos, calcula-se a altura de onda para um determinado tempo de recorrência, pela seguinte equação:

$$p = 1 - \left(\frac{1}{Nt} \right)$$

Onde:

N – Número médio de registros de ondas/ano;
t – Tempo de recorrência desejado.
A altura Ht é calculada:

$$Ht = a \left[(-\log(1 - p))^{1/k} \right] + b$$

Porém, esta abordagem não favorece a flexibilidade para os cálculos necessários e, surge a necessidade de uma abordagem diferenciada – variação do Weibull-3P, introduzindo variabilidades no parâmetro de forma (k) e na moda dos dados $Mo(x)$. Obtemos as seguintes equações:

$$g1 = \left(\Gamma(1 + 2/k) - \Gamma^2(1 + 1/k) \right)^{1/2}$$

$$f1 = \Gamma(1 + 1/k)$$

$$f2 = \left(1 - 1/k \right)^{1/k}$$

$$a = (\sigma(x) + \mu(x) - Mo(x)) / (g1 + f1 - f2)$$

4. CONCLUSÕES

Os testes com as metodologias indicam que a distribuição de Weibull-3P, com variação da moda permite um ajuste controlado dos resultados para altura de ondas, num determinado tempo de recorrência. Esse ajuste fino foi possível a partir de conceitos fundamentais, válidos para as demonstrações matemáticas ou para apurar a verdade em depoimentos e análises de direito, ou seja a análise das contradições.

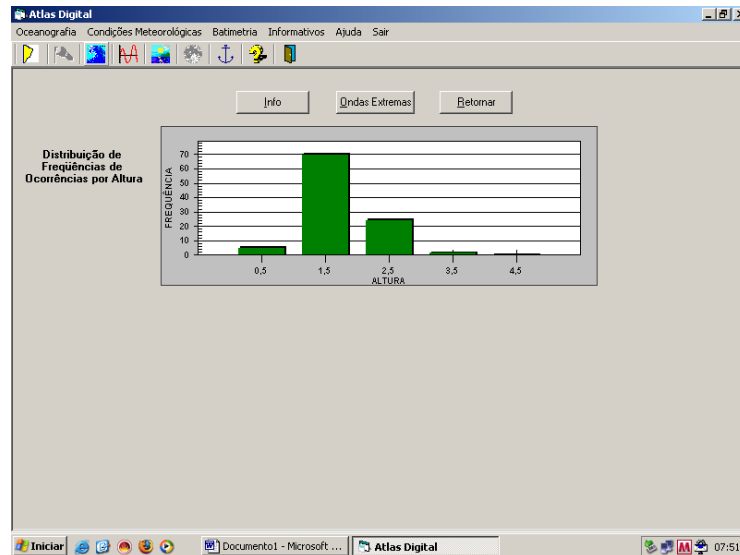


Figura 2 – distribuição das alturas de ondas para o porto do Rio de Janeiro/RJ

A partir da análise de diferentes partições dos dados a saber: moda, média, desvio padrão, Valor Máximo dos Dados (s/ spikes), tempo de recorrência da última classe do histograma e valor máximo da Função Densidade de Probabilidade, é possível estabelecer um sistema que decide qual a melhor distribuição de Weibull 3P, que melhor indica o valor da onda de 100 anos de Tr, sem permitir que o valor extremo dos dados e o centro da última classe do histograma gerem contradição com os valores gerados pela distribuição escolhida. Abstraindo-se para uma classe ampla de sistemas de informação podemos deduzir que a técnica de melhor representar as informações é através da análise de diversas partições dos dados e da comparação dessas partições com critérios definidos com base em relevância e singularidade do critério. E pela identificação de contradições ou absurdos gerados pela análise, a regularização dessas contradições ou absurdos por um processo análogo ao do método dos resíduos ponderados, pode ser obtida uma forma de extrair a verdade ponderada e que melhor resolve as contradições identificadas, para isso, deve-se:

- a) identificar os dados e suas partições;
- b) identificar os critérios relevantes e singulares, que permitam a criação de uma base de medidas de diferenças entre os dados e suas partições;
- c) identificar a função objetivo que deve ser otimizada;
- d) efetuar uma análise de sensibilidade pela variação de parâmetros relevantes;
- e) decidir pela melhor solução que elimine as contradições entre os dados, suas partições e a distância para a função objetivo que será otimizada em confiabilidade da resposta; e
- f) comparar com outras abordagens de solução e medir diferenças em relação aos critérios de comparação escolhidos.

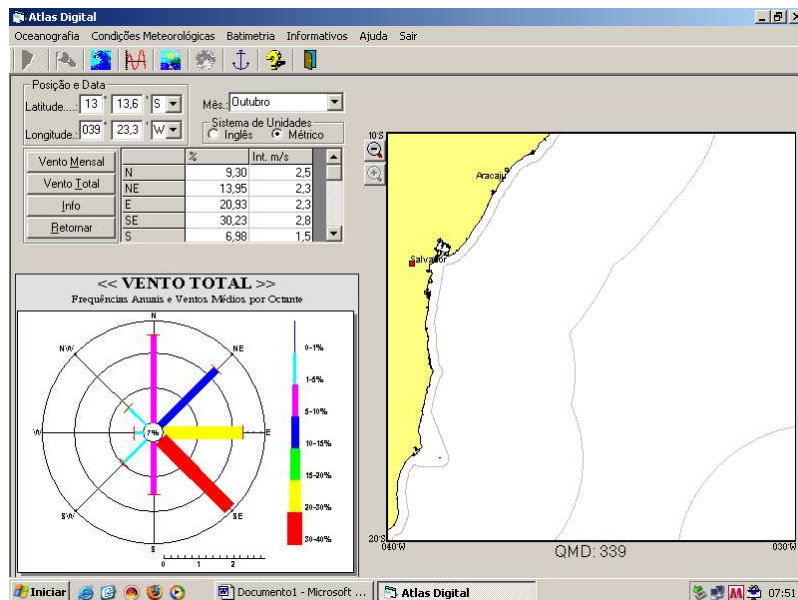


Figura 3 – Distribuição e intensidade dos ventos para proximidades de Salvador/BA

A técnica pode ser muito útil e empregada para as operações portuárias, além das atividades de navegação. O acréscimo de novas funcionalidades (i.e. Índice de Chuvas) é perfeitamente possível, com a laboração dos dados existentes para cada área que se deseje abordar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT, NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações, 1988;

Arte Naval – Imprensa Naval – 1988;

Drees, H. Estimating the Extreme Value Index, Habilitation Thesis, University of Cologne, 1998 (available at: <http://www.math.uni-hamburg.de/home/drees/lop.html>) ;

Fischer, R. A., and Tippett, L.H.C. Limiting Form of the Frequency Distributions of the Largest or Smallest Member of a Sample. Proc. Camb. Phil. Soc., 24, 180-190, 1928;

Galambos, J. The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics . Wiley, New York, 1978;

Goda Y. Random Seas and Design of Maritime Structures, London, World Scientific, 443pp, 2000;

Gumbel, E. J. Statistics of Extremes. Columbia Unuversity Press, New York, 375pp, 1958;

De Haan, L , Peng, L and Pereira, TT. A Bootstrap-based Method to Achieve Optimality in Estimating the Extreme- Value Index, Preprint, Erasmus University Rotterdam and University of Lisbon, 1997;

Jenkinson, A.F. The Frequency Distribution of the Annual Maximum (or minimum) Values of Meteorological Elements, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 81, 158-171, 1955;

Lopathoukin, L.J. Estimation of Extreme Wind Waves, WMO/TD-No 1041, 2000;

Murthy DNP, Xie M, Jiang R, Weibull Models, Hoboken, John Wiley & Sons, 383pp, 2004;

Pickands III, J. Statistical Inference Using Extreme Order Statistics, Ann. Statist. 3, 119-131, 1975;

Smith, R.L. Extreme Value Statistics in Meteorology and Environment. Environmental Statistics, Chapter 8, pp 300-357, (available at: <http://www.stat.unc.edu/postscript/rs/envstat/env.html>).