

# **HEURÍSTICA LAGRANGEANA PARA DETERMINAÇÃO DE UM PLANO ÓTIMO DE EVACUAÇÃO**

**Renata Carolina Barreiro Rodrigues**

Departamento de Engenharia de Sistemas Logísticos – EPUSP  
Av. Prof. Almeida Prado, Trav. 2, 128- Cidade Universitária – 05508-900 – São Paulo – SP  
rekarol@gmail.com

**André Bergsten Mendes**

Departamento de Engenharia de Sistemas Logísticos – EPUSP  
Av. Prof. Almeida Prado, Trav. 2, 128- Cidade Universitária – 05508-900 – São Paulo – SP  
andbergs@usp.br

## **RESUMO**

Este artigo descreve a aplicação da técnica de relaxação lagrangeana em um modelo de otimização que visa determinar o sequenciamento ótimo da liberação faseada de andares de um prédio em caso de incêndio, a fim de minimizar o tempo total de evacuação. Trata-se de um problema pouco explorado na literatura, para o qual foi desenvolvido um modelo de programação inteira mista em analogia aos modelos de sequenciamento de tarefas em ambientes flowshop. A relaxação, aplicada em conjunto com uma heurística construtiva e com uma heurística de viabilização dos resultados, mostrou-se eficiente e forneceu o resultado ótimo, até para instâncias grandes, de 25 andares. O problema em questão é rico, e permite diversas variações em função do tamanho e do arranjo físico dos edifícios e número de pessoas por andar, entre outros aspectos.

**PALAVRAS CHAVE:** Evacuação predial faseada, Relaxação lagrangeana, Programação linear inteira mista, Modelagem matemática

## **ABSTRACT**

This article describes the application of lagrangean relaxation in an optimization model. The objective of the study is to minimize the total evacuation time of a building in the occurrence of fire. The model determines the optimal release sequence of people in different floors in a so called 'building phased evacuation'. This problem was modeled as a variation of a flowshop sequencing problem, thus resulting in a mixed integer linear model. The relaxation, when applied with a constructive heuristic and a feasibility heuristic, was efficient. It provided the optimum results even for large instances, of 25 floors. The problem in question is rich and allows several variations depending on the size of buildings and the number of people walking by, among other aspects.

**KEYWORDS:** Phased evacuation, Lagrangean Relaxation, Mixed integer linear programming, Mathematical modeling

## 1. INTRODUÇÃO

O estudo de evacuação de pessoas é um tema de grande interesse na sociedade. Seja devido à ocorrência de desastres naturais, ataques terroristas ou acidentes, é importante garantir que a população afetada seja evadida da área de risco o mais rápido possível e em segurança. O trabalho apresentado a seguir é focado na ramificação deste estudo que analisa evacuações prediais.

Existem diversas formas de evacuação predial. A mais comum é a chamada evacuação livre, na qual o alarme de incêndio soa simultaneamente em todos os pontos do edifício e a população evade sem qualquer tipo de controle. Apesar de, normalmente, esta forma de evacuação resultar num tempo total de evacuação menor que se comparada a outros métodos, o risco ao qual a população é submetida e o número de feridos durante o processo é maior que em evacuações organizadas como, por exemplo, a evacuação faseada (Pauls, 1984). Assim sendo, estudou-se o problema de evacuação predial faseada em caso de incêndio e, para isso, foi desenvolvido um modelo de otimização para determinar a sequência ótima de liberação dos andares a fim de minimizar o tempo total de evacuação, evitando os tumultos durante a descida das escadas. Como o modelo de otimização não pode ser resolvido por *branch and bound* para instâncias de médio e grande porte, como será mostrado mais adiante, a resolução do problema será feita usando a técnica de relaxação lagrangeana.

A solução do problema baseia-se numa solução inicial, obtida a partir de uma heurística construtiva, que irá definir um limitante superior para a relaxação lagrangeana. A relaxação lagrangeana é auxiliada por uma heurística de viabilização do resultado de forma que, a cada iteração da relaxação, a solução encontrada é viabilizada, fornecendo assim um novo limitante superior, o que auxilia na redução do *gap* do problema.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de evacuação de multidões pode ser dividido em diversas categorias devido ao ambiente estudado, ao foco dado ao estudo e à metodologia utilizada. O estudo apresentado neste texto contempla a análise de uma evacuação predial em um edifício de alta densidade populacional. De acordo com Pauls (1987), as contribuições científicas neste campo podem ser divididas em três níveis hierárquicos. No topo encontram-se observações diretas de como a evacuação realmente ocorre. No meio encontram-se os estudos primários e as descobertas científicas, como o desenvolvimento de novas técnicas de evacuação, o estudo da composição do ar e o estudo da visibilidade durante um incêndio. E por último, existem as revisões dos métodos já elaborados, críticas e recomendações a eles. O presente estudo encaixa-se no nível intermediário por apresentar um novo método para a determinação do sequenciamento de liberação de andares em uma evacuação faseada.

A motivação para o estudo deste tipo de evacuação partiu de trabalhos como o de Seito et al. (2008), que recomendam a evacuação faseada em prédios de alta densidade populacional para evitar o congestionamento das escadas. Neste tipo de evacuação, os indivíduos expostos aos maiores riscos (andar incendiado e vizinhos imediatos) permanecem mais tempo expostos ao perigo, o que pode resultar numa maior quantidade de feridos ou, até mesmo, de fatalidades (Pauls, 1987).

Existem, na literatura, modelos que estimam o tempo mínimo de evacuação de um edifício, considerando a evacuação livre, a partir de equacionamentos matemáticos. Dentre eles, pode-se citar Togawa (1955), Galbreath (1969), Melinek e Booth (1975) e Pauls (1987). Apesar da diversidade nos métodos de estimativa do tempo de evacuação livre, ainda existe muita dificuldade para determinar e correlacionar as premissas corretamente. Pauls (1987), que estudou os modelos de diversos autores, explica que quanto maior o número de andares do prédio, mais impreciso passa a ser o resultado obtido pelo uso desses métodos. Apesar de suas limitações, os modelos desenvolvidos por estes autores serviram como inspiração para o desenvolvimento do modelo apresentado neste trabalho. No entanto, como nenhum deles

tratam da evacuação faseada, estudou-se também modelos de sequenciamento de tarefas em um *flowshop*, como será apresentado na próxima seção deste texto.

Para a resolução do problema, optou-se pela técnica de relaxação lagrangeana, pois ela é bastante aplicada em problemas de sequenciamento de tarefas em *flowshop*. Exemplos da aplicação bem sucedida deste método neste tipo de problema são Luh et al. (2005), que dissertam sobre desenvolver o calendário ótimo de tarefas em uma oficina de reparos, em que o objetivo é garantir que os produtos sejam entregues o mais perto das datas previstas, minimizando assim tanto atrasos quanto adiantamentos. Zhang et al. (2001) trataram de um problema de sequenciamento de tarefas em um ambiente *jobshop*, no nível de células de produção, com o objetivo de diminuir o estoque intermediário e finalizar os trabalhos o mais próximo possível da data de entrega. Nishi et al. (2007) aplicaram relaxação lagrangeana a um problema de sequenciamento de tarefas em um *flowshop* com o objetivo de minimizar o atraso dos produtos.

### 3. MODELAGEM

O modelo matemático desenvolvido não foi baseado em modelos de evacuação predial, até porque não foi encontrado na literatura algum modelo que resolvesse o problema da forma como ele é proposto neste estudo. No entanto, foi identificado que o problema se assemelha a um problema de sequenciamento de tarefas em um *flowshop*, se cada grupo de indivíduos oriundos de um andar for tratado como sendo uma tarefa, e cada tramo da escada for tratado como uma máquina. Desta maneira, o modelo apresentado a seguir foi baseado em modelos de *flowshop*. Os índices, parâmetros e conjuntos, utilizados nesta modelagem, são os seguintes.

- $n$  - número total de andares no edifício;
- $i$  - índice que identifica o andar de origem de um determinado grupo ( $i = 1, \dots, N$ );
- $m$  - índice que identifica os tramos da escada ( $m = 1, \dots, N$ );
- $T_{\max}$  - limite superior de tempo dentro do qual é sabido ser possível evacuar todo o edifício;
- $t$  - índice que identifica o instante de tempo ( $t = 0, \dots, T_{\max}$ );
- $G_i$  - conjunto de tramos  $m$  por onde deverão passar os membros do grupo  $i$  ( $G_i = i, i-1, i-2, \dots, 2, 1$ );
- $Q_m$  - conjunto de andares  $i$  que utilizam o tramo  $m$  ( $Q_m = m, m+1, \dots, N-1, N$ );
- $p_{m,i}$  - tempo que uma pessoa do andar  $i$  leva para percorrer todo o tramo  $m$ ;
- $s_{m,i}$  - intervalo de tempo entre a entrada do primeiro e do último membro do grupo  $i$  no tramo  $m$ ;

A generalização dos parâmetros  $p_{m,i}$  como uma constante para todos os indivíduos de um mesmo grupo não pode ser considerada errada já que, durante uma evacuação, os indivíduos tendem a formar grupos e estes grupos movimentam-se como uma unidade (Santos e Aguirre, 2004).

A identificação do parâmetro  $s_{m,i}$  é muito importante, pois a natureza do problema permite que grupos diferentes estejam ocupando um mesmo tramo simultaneamente. No entanto, seguindo a recomendação de Seito et al. (2008), é premissa deste modelo que grupos diferentes não disputem pelo mesmo espaço físico. Desta forma,  $s_{m,i}$  pode ser definido como o intervalo de tempo entre o primeiro e o último membro do grupo  $i$  a entrar no tramo  $m$ , ou seja,  $s_{m,i}$  instantes depois que o primeiro membro do grupo  $i$  entrou no tramo  $m$ , haverá espaço

neste tramo para que um próximo grupo comece a passar por ele.

As variáveis utilizadas neste modelo são as seguintes:

- $x_{m,i,t}$  - variável binária que vale 1 se o grupo  $i$  iniciar o tramo  $m$  no instante  $t$ ;
- $z_{i,t}$  - variável binária que vale 1 se o grupo  $i$  terminou a evacuação no instante  $t$ , e 0 caso contrário.

As equações do modelo matemático são as apresentadas a seguir.

$$\min \sum_{t=1}^{T_{max}} t z_{n,t} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{t=1}^{T_{max}} x_{m,i,t} = 1 \quad \forall i, m \in G_i \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{T_{MAX}} x_{m+1,i,t}(t + p_{m+1,i}) = \sum_{t=1}^{T_{MAX}} x_{m,i,t}t \quad \forall i, m \in G_i \setminus i \quad (3)$$

$$\sum_{i \in Q_m} \sum_{r=\max(t-s_{i,m}+1,0)}^t x_{m,i,r} \leq 1 \quad \forall m, t: 1, \dots, T_{max} \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^{T_{max}} z_{it}t = \sum_{t=1}^{T_{max}} (tx_{1,i,t}) + s_{1,i} + p_{1,i} \quad \forall i \quad (5)$$

$$(n-1) * z_{n,t} \leq \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t z_{i,r} \quad t: 1, \dots, T_{max} \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^{T_{max}} z_{i,t} = 1 \quad \forall i \quad (7)$$

$$x_{m,i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i, m, t \quad (8)$$

$$z_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i, t \quad (9)$$

A equação (1) é a função objetivo, a qual representa o máximo instante de liberação (evacuação) do edifício, e que deverá ser minimizada. A restrição (2) força a definição de um instante de entrada em cada tramo percorrido pelos ocupantes de cada andar  $i$ . A restrição (3) estabelece que, uma vez definido o instante inicial de descida dos ocupantes de um andar, o instante de entrada em cada tramo subsequente dependerá apenas do instante de entrada no tramo anterior e do respectivo tempo de descida. A restrição (4) estabelece a capacidade de cada tramo, impedindo que os ocupantes de diferentes andares ocupem o mesmo tramo ao mesmo tempo. A restrição (5) determina o instante em que os ocupantes de um andar  $i$  deixam

o edifício. A restrição (6) permite definir o instante total de evacuação, em função dos instantes de liberação dos ocupantes dos demais andares. A restrição (7) impõe que cada andar possua um único instante de saída. As restrições (8) e (9) estabelecem o espaço de solução das variáveis do problema.

#### 4. DADOS PARA TESTES

A determinação dos dados de entrada utilizados neste estudo foi baseada no capítulo de Seito et al. (2008), que diz respeito a saídas de emergência em edificações. No entanto, é importante frisar que, para o caso de uma aplicação prática deste modelo, os dados de entrada deverão ser obtidos a partir de ensaios de evacuação no edifício em questão. Estes ensaios deverão considerar os tempos sócio-culturais, como por exemplo, o intervalo de tempo entre o soar do alarme e o início da evacuação.

Inicialmente devem-se determinar as dimensões das escadas de evacuação. Será considerada uma escada com passagem para apenas uma pessoa. Os autores consideram o espaço ocupado por um indivíduo como uma elipse corporal de eixo maior 0,6 m e eixo menor 0,46 m.

Ainda de acordo com Seito et al. (2008), os degraus devem “permitir o avanço harmonioso da massa ao longo de seu percurso”. Para tal, de acordo com a norma NBR9077, eles devem ter altura  $h$  compreendida entre 16 cm e 18 cm e largura  $b$  conforme a fórmula de Blondel ( $63 \text{ cm} \leq 2h + b \leq 64 \text{ cm}$ ). O lanço médio entre dois patamares consecutivos é de 3 metros. Desta forma, foram admitidos lanços de 18 degraus cada, com 17 cm de altura, resultando num lanço médio de 3,06 metros. A largura  $b$  calculada para cada degrau é de 29,5 cm.

De acordo com Prouxl (1995), a velocidade média de descida em uma escada é de 0,56m/s. Considerando, então, que a distância percorrida por uma pessoa entre dois lanços é de 6,13 metros, o tempo de descida de uma pessoa em um tramo será de 11 segundos (o que define o parâmetro  $p_{m,i}$ ).

A princípio, serão consideradas, em média, 150 pessoas por andar, divididas igualmente entre 5 escadas, por isso, será considerado, por andar, uma média de 30 pessoas para cada escada. Na descida, é considerado um fluxo médio de 69 pessoas por minuto por unidade de passagem (Seito et al., 2008), sendo assim, as 30 pessoas demorariam 26 segundos para passar pela porta entre o andar e a escada (o que define o parâmetro  $s_{m,i}$ ). Com base nesses dados, é possível concluir que o tempo para que todas as pessoas de um andar desçam um tramo é de 37 segundos.

Devido ao risco ser maior para indivíduos localizados no andar incendiado, admitiu-se arbitrariamente para as instâncias de teste, que o incêndio está localizado no andar 4, obrigando os ocupantes do mesmo a serem liberados sempre no instante zero.

#### 5. RESULTADOS - OTIMIZAÇÃO

Para solucionar o modelo de otimização original, optou-se pela linguagem *Gams* e o solver *CPLEX*.

Foram realizados testes com o número total de andares,  $n$ , variando entre 5 e 25. Admitiu-se um caso simples no qual a população de todos os andares era constante (igual a 30 pessoas).

O *CPLEX* forneceu a solução ótima para instâncias pequenas, no entanto, para casos a partir de nove andares, o modelo não conseguiu encontrar nenhuma solução viável.

Essa incompatibilidade do método de solução indica a necessidade da utilização de um método heurístico que encontre soluções quase ótimas para o problema. Devido ao sucesso da aplicação de relaxação lagrangeana em problemas de *flowshop*, este método foi escolhido para ser aplicado. Quanto à determinação de um limitante superior, optou-se por uma heurística probabilística construtiva, baseada em GRASP (greedy randomized adaptive search procedure), pois fornece um resultado em pouco tempo computacional. Ainda,

segundo Binato et al. (2000), o GRASP é eficiente para solucionar problemas de *flowshop* ou *jobshop*, em que o objetivo é minimizar o *makespan*.

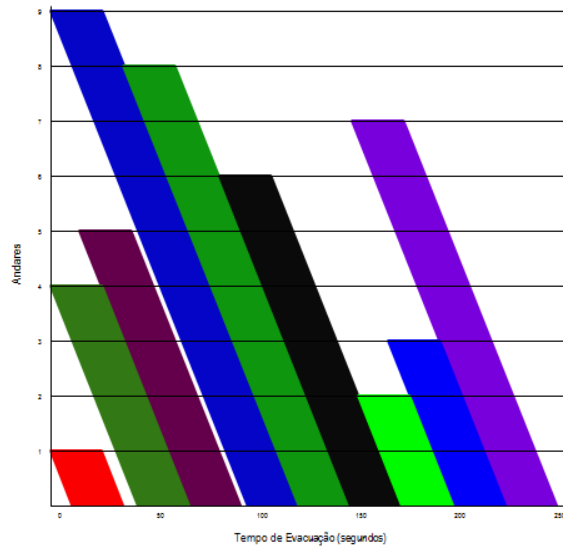
## 6. HEURÍSTICA CONSTRUTIVA

O pseudo código desenvolvido para a determinação do limitante superior é o mostrado na Figura 1.

```
1. Inicialização – definição dos dados de entrada
2. para(iteração = 1; iteração <= número máximo de iterações; iteração = iteração + 1)
3.     Instante de início andar afetado = zero;
4.     instante de início = zero;
5.     enquanto (houver andares não alocados)
6.         andar = andar mais alto não alocado;
7.         enquanto (lista restrita de candidatos não está completa)
8.             teste(andar pode ser liberado no instante de início)
9.             se (teste = verdadeiro)
10.                 inclui andar na lista restrita de candidatos;
11.             fim se
12.             se (andar = 1)
13.                 instante de início + 1;
14.             fim se
15.         fimenquanto
16.         sorteio(item da lista restrita de candidatos);
17.         alocaandarsorteado;
18.         instante de início = mínimo instante de início da lista restrita de
candidatos;
19.         zera lista restrita de candidatos;
20.     fimenquanto
21.     Cmax = máximo instante de saída;
22.     se (Ctotal > Cmax)
23.         Ctotal = Cmax;
24.         solução = soluçãoatual;
25.     fim se
26. fimpara
```

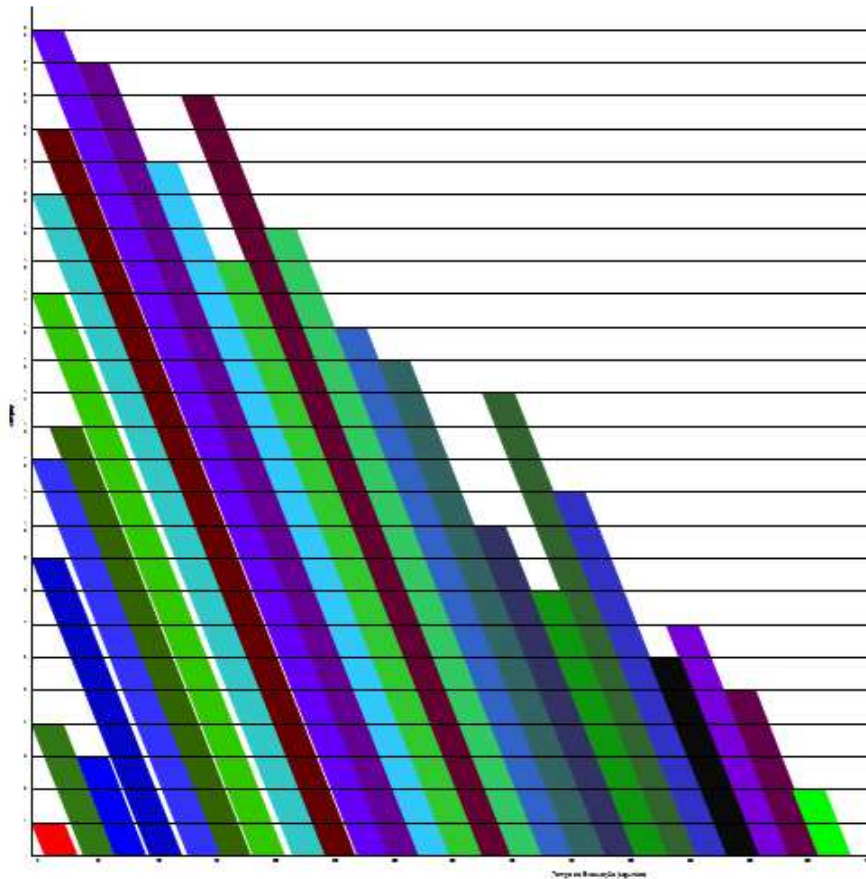
Figura 1 - Pseudo código - heurística construtiva.

O método apresentou bons resultados para instâncias pequenas, atingindo o valor ótimo para os casos de 5 (148 segundos) e 7 (200 segundos) andares. Para a instância de 9 andares, a qual não foi possível obter solução viável com o modelo de otimização, a heurística construtiva forneceu um resultado de 255 segundos, mostrado na Figura 2. A figura representa a ocupação de cada grupo de pessoas em cada andar, onde o eixo vertical representa os andares e o horizontal, o tempo. É claro concluir, pela análise da figura, que esta solução não é ótima, pois existe um espaçamento entre os grupos dos andares 5 e 9. Caso houvesse uma troca na ordem de liberação proposta, poderia haver uma economia no tempo total de evacuação, ao excluir este espaçamento.



**Figura 2 - Resultado 9 andares - heurística construtiva.**

Para o caso com 25 andares, a heurística forneceu uma solução de 691 segundos. O resultado detalhado é o mostrado na Figura 3. Assim como para o resultado anterior, o espaçamento entre a liberação de alguns andares sugere que a solução encontrada não seja a ótima.



**Figura 3 - Resultado 25 andares - heurística construtiva**

## 7. RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

A partir do modelo matemático apresentado anteriormente, optou-se por relaxar a restrição de capacidade (4) e a restrição que define o instante de evacuação final do edifício (6). Essas restrições foram penalizadas pelos multiplicadores de lagrange  $u_{m,t}$  e  $v_t$ , resultando assim no seguinte problema relaxado:

$$R(u, v) = \min \left\{ \begin{aligned} & \sum_{t=1}^{Tmax} t * z_{n,t} + \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} \left[ u_{m,t} \left( \sum_{i \in Q_m} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t (x_{m,i,r}) - 1 \right) \right] \\ & + \sum_{t=1}^{Tmax} v_t \left( (n-1)z_{n,t} - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t z_{i,r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

sujeito a (2), (3), (5), (7), (8), (9) e

$$u_{m,t} \geq 0 \quad \forall m, t \quad (11)$$

$$v_t \geq 0 \quad \forall t \quad (12)$$

As duas restrições excluídas eram as chamadas *linking constraints* ou restrições complicadoras do problema, dado que elementos de todos os andares estavam presentes nas restrições. Na ausência destas duas restrições é possível decompor o problema em um subproblema por andar, o que proporciona ganhos computacionais importantes. Para facilitar o entendimento da função relaxada (10), a mesma foi reescrita (13):

$$R(u, v) = \min \left\{ \begin{aligned} & - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} u_{m,t} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{m \in G_i} \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} \\ & - \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t v_t z_{i,r} \\ & + \sum_{t=1}^{Tmax} (t * z_{n,t} + v_t (n-1) z_{n,t}) \end{aligned} \right\} \quad (13).$$

Sendo os multiplicadores  $u_{m,t}$  e  $v_t$  maiores ou iguais a zero, constata-se que a função  $R(u, v)$  é um limitante inferior para o problema em questão. Desta forma, busca-se determinar o máximo valor deste limitante, o que caracteriza a resolução do chamado problema dual, com a seguinte estrutura:

$$D = \max_{u_{m,t} \geq 0, v_t \geq 0} \left\{ \min \left\{ \begin{aligned} & - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} u_{m,t} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{m \in G_i} \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} \\ & - \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t v_t z_{i,r} \\ & + \sum_{t=1}^{Tmax} (t * z_{n,t} + v_t (n-1) z_{n,t}) \end{aligned} \right\} \right\} \quad (14)$$

sujeito a (2), (3), (5), (7), (8), (9), (10) e (11).

Por conveniência e organização, é possível reescrever (14) como sendo:

$$D = \max_{u_{m,t} \geq 0, v_t \geq 0} \left\{ \min \left\{ - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} u_{m,t} + \sum_{i=1}^n w_i(u, v) \right\} \right\} \quad (15)$$

Onde



$$w_i(u, v) = \begin{cases} \sum_{t=1}^{Tmax} \left( \sum_{m \in G_i} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1, 0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} - \sum_{r=1}^t v_t z_{i,r} \right) & \text{para } i < n \\ \sum_{t=1}^{Tmax} \left( \sum_{m \in G_i} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1, 0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} + (t z_{n,t} + v_t (n-1) z_{n,t}) \right) & \text{para } i = n \end{cases} \quad (16)$$

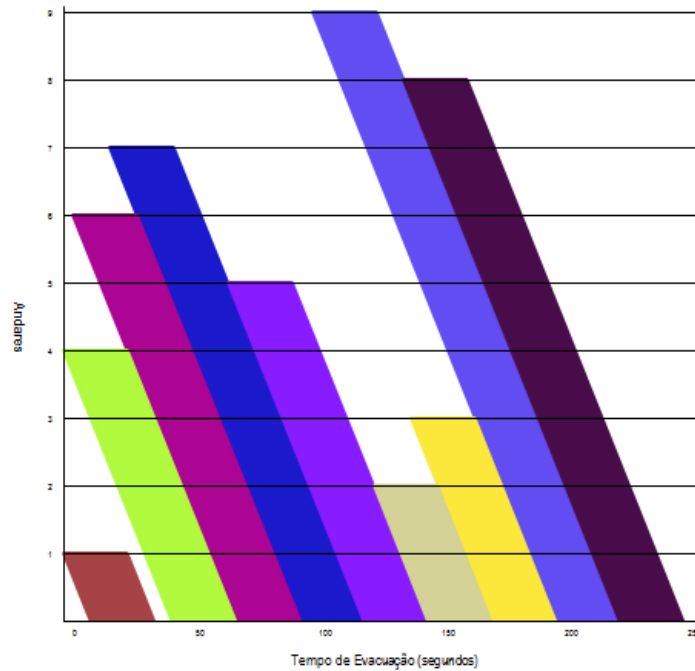
Dessa maneira, o problema original foi dividido em diversos subproblemas, um para cada andar  $i$ , que podem ser resolvidos separadamente, facilitando sua solução.

Como a solução dos subproblemas não garante a obtenção de uma solução viável, a cada iteração, a solução obtida foi viabilizada, isto é, mantida a ordem de evacuação encontrada pela relaxação lagrangeana, os instantes de liberação foram recalculados, garantindo a viabilidade da solução, o que garantiu a convergência do método sem aumento significativo do esforço computacional.

A atualização dos multiplicadores de lagrange foi feita aplicando-se o método do subgradiente, conforme descrito em Beasley (1993). O método é baseado no método do gradiente que encontra a solução ótima de um problema por, iterativamente, encontrar soluções que "caminhem" na direção do gradiente. Ou seja, o multiplicador  $v_t$ , por exemplo, será calculado como uma composição de  $v_{t-1}$  e do subgradiente.

Para as instâncias de 5 e 7 andares, o resultado obtido na relaxação lagrangeana foi a solução ótima, também encontrada pela heurística construtiva.

Para a instância de 9 andares, obteve-se uma solução com tempo total de evacuação de 241 segundos (uma redução de 5% em relação ao resultado da heurística construtiva). A Figura 4 mostra o resultado obtido. Como não há espaçamento entre a liberação dos andares (a exceção do intervalo entre o primeiro e o quarto andar, no qual não é possível liberar nenhum grupo), pode-se concluir que a solução encontrada é ótima.



**Figura 4 - Resultado 9 andares - Relaxação Lagrangeana.**

O tempo de evacuação para a instância com 25 andares é de 667 segundos, constituindo uma melhora de 3% em relação à solução heurística. Essa solução foi obtida na iteração 2133. No entanto, depois de 3010 iterações e 48 horas de processamento (em um

processador Intel® Core™ i7 2.20GHz e 8GB de memória RAM DDR3 SDRAM), o método obteve um limitante inferior de apenas 300 segundos, ou seja, o método não conseguiu garantir a otimalidade da solução. Apesar disso, como nos casos anteriores, não existe espaçamento entre dois andares consecutivos, o que comprova que a solução é ótima.

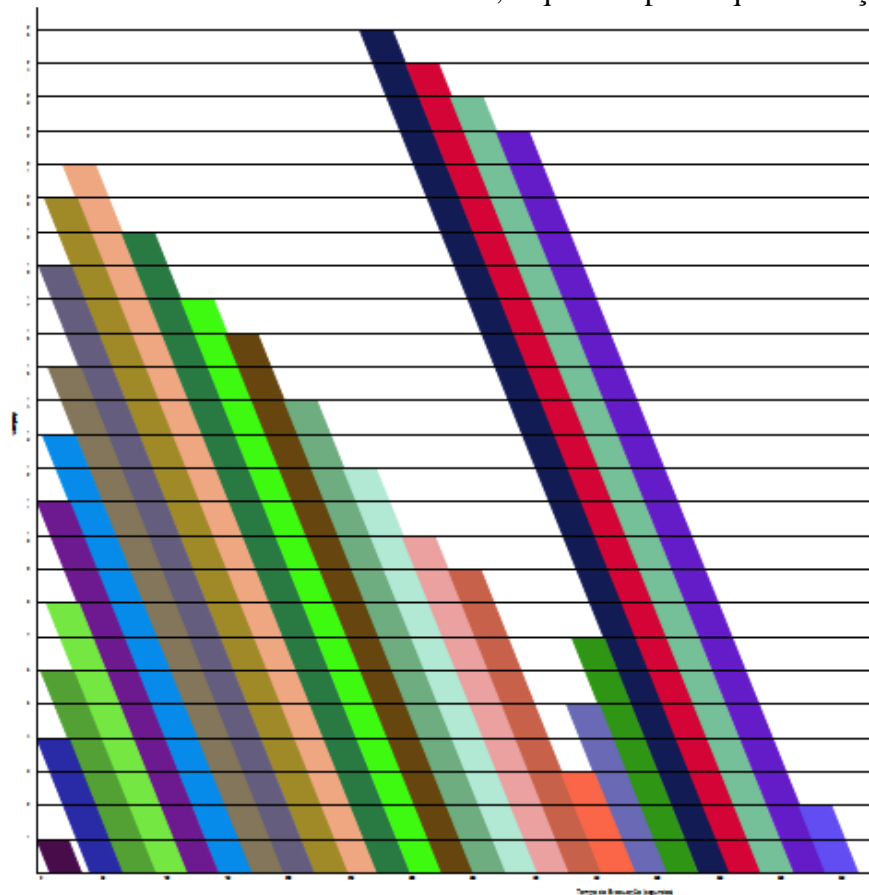


Figura 5 - Resultado 25 andares - Relaxação Lagrangeana.

## 8. CONCLUSÕES

Este trabalho se propôs a investigar um problema pouco explorado na literatura, relativo à programação dos instantes de liberação dos ocupantes dos diversos andares de um edifício em situação de incêndio.

Um modelo matemático foi adaptado a partir de uma formulação desenvolvida para um problema de seqüenciamento de tarefas em um ambiente *flowshop*. A analogia das tarefas com as pessoas e das máquinas com os andares se mostrou adequada para o desenvolvimento do modelo. No entanto, a modelagem teve que ser adaptada para que fosse permitido que dois grupos de pessoas ocupassem o mesmo tramo, caso houvesse espaço.

A natureza combinatória do problema ficou evidenciada ao resolver os problemas de grande porte, já que soluções viáveis não foram encontradas nem com grandes esforços computacionais. Devido à dificuldade de se obter resultados ótimos para um edifício maior que 9 andares, foi implementada a relaxação lagrangeana junto com uma heurística probabilística construtiva para determinação do limitante superior.

A heurística construtiva forneceu bons resultados para o problema, chegando à solução ótima para instâncias pequenas, e a resultados 3% piores que o ótimo para instâncias maiores.

A aplicação da relaxação lagrangeana mostrou-se eficiente para a solução do problema uma vez que forneceu a solução ótima, até para a instância maior, de 25 andares. No entanto, para chegar a esse resultado, foi necessário fazer uma adaptação da técnica, fazendo com que, a cada iteração, a solução encontrada fosse viabilizada a fim de diminuir o limitante superior.

Por fim, ressalta-se que integração deste modelo com modelos que determinem rotas de fuga em cada andar pode ser estudada, possibilitando um abandono faseado em função da rota de fuga, possibilitando soluções ainda mais eficientes.

## **9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] Binato, S. et al. A Grasp for job shop scheduling. Essays and Surveys in Metaheuristics, 2000.
- [2] GALBREATH, M. Time of Evacuation by Stairs in High Buildings. Ottawa, Canada: National Research Council of Canada, maio, 1969.
- [3] Luh, P. B. et al. A Lagrangean Relaxation Based Approach to Schedule Asset Overhaul and Repair Services. IEEE Transactions on automation science and engineering, vol. 2, no. 2, abril 2005.
- [4] MELINEK, S. J., BOOTH, S. An Analysis of Evacuation Times and Movement of Crowds in Buildings. Borehamwood: Fire Research Station, 1975.
- [5] Nishi T., et al. A Successive Lagrangian Relaxation Method for Solving Flowshop Scheduling Problems with total Weighted Tardiness. Proceedings of the third IEEE Conference.
- [6] PAULS, J. Development of knowledge about means of egress. Fire Technology, n.20, p28 - 40, 1984.
- [7] PAULS, J. Calculating Evacuation Times for Tall Buildings. Fire Safety Journal, n.12, p 213-236, 1987.
- [8] PROULX, G. Evacuation Time and Movement in Apartment Buildings. Fire Safety Journal, Canada, vol. 24, n.3, p229-246, 1995.
- [9] SANTOS, G., AGUIRRE, B. E. A Critical Review of Emergency Evacuation Simulation Models. Workshop on Building Occupant Movement During Fire Emergencies, June 10-11, 2004, National Institute of Standards and Technology. NIST Special Publication 1032, p25-50, 2004.
- [10] Seito, A. I., Gil, A. A., Pannoni, F. D., Ono, R., Silva, S. B., Del Carlo, U., et al. (2008). A segurança contra incêndio no Brasil. São Paulo: Projeto.
- [11] TOGAWA, K. Study of Fire Escapes Basing on the Observation of Multitude Curents. Tokyo: Building Research Institute, 1955.
- [12] Zhang, Y. et al. A Macro-Level Scheduling Method Using Lagrangian Relaxation. IEEE Transactions on robotics and automation, vol. 17, no. 1, fevereiro 2001.