

APLICAÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO NO SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO EM UMA MÁQUINA PRODUTORA DE CARTÕES DE CIRCUITO IMPRESSO

Gerson Ulbricht

UFPR - CEP 81531-990 - Curitiba - PR.

e-mail: gerson.ulbricht@ifsc.edu.br

Neida M. Patias Volpi

UFPR - CEP 81531-990 - Curitiba - PR.

e-mail: neida@ufpr.br

Sander Joner

UFPR - CEP 81531-990 - Curitiba - PR.

e-mail: sander.joner@ifsc.edu.br

RESUMO

Este artigo apresenta a aplicação de um modelo matemático de dimensionamento e programação de lotes envolvendo períodos e microperíodos, aplicado a um caso prático em uma empresa fabricante de cartões de circuito impresso. O modelo matemático foi resolvido, considerando 6 itens produzidos, onde foi possível perceber que a solução exata para esse tipo de problema, se torna computacionalmente exaustiva. O modelo exato foi testado variando-se o número de itens no sentido de analisar a evolução no tempo computacional, o que demonstrou a necessidade de implementação de metodologias de resolução não exatas em problemas com um maior número de itens.

PALAVRAS CHAVE: Dimensionamento e programação de lotes, Tempo computacional.

Área principal: Programação Matemática.

ABSTRACT

This article presents the application of a mathematical model sizing and batch scheduling involving micro periods and applied to a case study in a manufacturing company printed circuit boards. The mathematical model was solved considering 6 items produced, where it was possible to see that the exact solution to this problem becomes computationally exhaustive. The exact model has been tested by varying the number of items in order to analyze developments in computational time, which demonstrated the need for implementation of methodologies resolution not accurate in problems with a greater number of items.

KEYWORDS: Sizing and batch scheduling, computational time.

Main area: Mathematical Programming.

1. INTRODUÇÃO

Os problemas de planejamento e programação de produção envolvem o arranjo de forma adequada do ambiente de produção considerando a capacidade dos equipamentos utilizados, de modo a atender demandas em um delimitado período de tempo.

Diversos fatores como, por exemplo, a ociosidade nas máquinas, quantidade elevada de estoques, não atendimento às demandas, entre outros, aumentam custos na produção e podem ser controlados por modelos que busquem otimizar tais fatores.

Diversos modelos matemáticos exatos tem sido desenvolvidos e trazem, quando implementados, soluções ótimas, que na prática, consistem na melhor forma possível de se implementar um plano de produção.

Quando há em um ambiente de produção, diversas variáveis, como por exemplo, um número razoável de itens a serem produzidos, nota-se que os modelos exatos tornam-se exaustivos, pois levariam muitas horas, dias, ou ainda seriam inviáveis de serem computacionalmente processados, devido ao elevado número de cálculos e iterações. Esses problemas são chamados de problemas de complexidade *NP-hard*, devido à complexidade computacional em termos de números de cálculos e tempo computacional envolvido na busca de uma solução ótima, o que gera neste caso a necessidade de busca de boas soluções, não necessariamente a solução ótima, permitindo assim, a implementação de modelos matemáticos em tempo computacional viável.

Este artigo trata da resolução de um caso prático envolvendo o planejamento e sequenciamento de lotes em uma máquina para 6 itens. Verificou-se que mesmo, com este número pequeno de itens, o tempo computacional foi considerável. Desta forma, foi feito um estudo no sentido de analisar a variabilidade no tempo envolvido quando são acrescentados novos itens, através de simulações onde foi possível constatar um aumento de forma exponencial, no tempo computacional envolvido.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A dinâmica altamente competitiva nos diversos setores da área comercial faz com que as indústrias utilizem seus recursos da melhor maneira possível, no que se refere à redução de custos. A política de gestão da produção com base no tempo de entrega ao cliente é desta forma um fator competitivo para a indústria. Neste sentido o planejamento da produção desempenha um papel estratégico na organização, responsável não somente pela totalidade do cumprimento da produção planejada, mas também, por fazê-lo com o melhor aproveitamento dos recursos, conforme citado por Vivan (2010).

Diante de um mercado globalizado e de estruturas organizacionais cada vez mais complexas, o processo de tomada de decisão de uma empresa necessita, cada vez mais, ser rápido e eficiente a fim de promover uma boa posição estratégica. As incertezas de mercado e de produção levam as empresas a investir em flexibilidade na busca por maior robustez, Branco (2010).

Sawik (1999) descreve o problema de sequenciamento da produção como a ordenação da execução da produção, pela determinação da entrada de cada produto no ciclo produtivo. Tal definição é necessária para entender a atividade de programação, como evento fundamental do planejamento eficiente da operação do chão de fábrica. Através de um sequenciamento ótimo de ordens, nos respectivos recursos, reduz-se fatores que Tubino (1999) considera como sérios desperdícios na administração produtiva, a saber, tempos excessivos na espera entre lotes, níveis alto de inventário ao longo da cadeia, tempos improdutivos gastos na preparação de máquinas e trocas de operação de um lote para o outro.

Segundo Montevechi *et al.* (2002), as abordagens tradicionais da programação da produção aplicando soluções por avaliações determinísticas são incompletas e deterioradas nos períodos mais longos de tempo. Em alternativa às análises tradicionais, métodos avançados, passam a ser amplamente utilizados. Visando ganhos nesta áreas em particular, muitas indústrias investem em soluções computacionais.

Artiba *et al.* (1997) descreve soluções utilizando métodos exatos por programação linear ou solução enumerativa, que apesar de vantajosos quando comparadas às abordagens determinísticas, tem como desvantagem o alto esforço computacional necessário na busca de uma solução, aliada muitas vezes a limitações da modelagem ao descrever os problemas satisfatoriamente como condições reais de múltiplas variáveis encontradas em diversos casos práticos.

Para contornar o problema do alto custo computacional dos métodos exatos, que dependendo do problema torna-se impossível sua resolução são utilizados os métodos heurísticos, que são capazes de encontrar soluções ótimas ou muito próximas do ótimo em muitos casos. Montevechi *et al.* (2002) apresenta tais métodos como meio eficiente de desenvolver soluções aproximadas, com baixo custo computacional, sendo ainda vantajosos pela simplicidade de implantação e modelagem flexível, para adequar-se aos mais diversos gêneros de variáveis.

Para Kawamura *et al.* (2011), o processo de dimensionar lotes de produção consiste em determinar quanto produzir de cada produto em cada período a fim de atender a uma demanda prevista sob as condições e capacidades operacionais existentes. Por sua vez, sequenciar lotes de produção significa determinar em que ordem produzir esses lotes de forma a melhor aproveitar os recursos produtivos a atender aos prazos estabelecidos. Falhas nesses processos podem causar excesso de produto acabado em estoque, pedidos de venda não totalmente atendidos, não cumprimento de prazos, reduzir significativamente a capacidade produtiva da linha de produção, acumular antecipadamente estoques de produtos acabados, gerar custos maiores de preparação de máquinas, entre outros.

Lobo *et al.* (2012) aborda o dimensionamento de lotes e programação que aparece em um processo de produção de duas fases que é comum para uma grande variedade de indústrias.

De modo geral, percebe-se que os modelos matemáticos exatos, aplicados aos problemas envolvendo programação de produção, são eficientes para casos onde o número de itens ou a quantidade de períodos considerados são relativamente pequenos. Para problemas de maior dimensão, há a necessidade de se recorrer a metaheurísticas que trazem por si, resultados bastante satisfatórios, embora seja desta forma, difícil se chegar a soluções ótimas.

3 METODOLOGIA

Neste tópico é apresentado o modelo matemático, os dados referentes ao problema bem como os resultados encontrados e os cenários para diferentes números de itens.

3.1 MODELO MATEMÁTICO

A seguir apresenta-se o modelo geral de dimensionamento e programação de lotes (Arenales *et al.*, 2007), o qual considera macropéridos divididos em micropéridos, sendo um lote definido por uma sequência de micropéridos em que um mesmo item é produzido.

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^H s_i y_{ih} + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T h_i I_{it} \quad (1)$$

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \sum_{h=1}^{|H_t|} x_{ih} - d_{it} \quad i = 1, \dots, n \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$b_i x_{ih} \leq C_t z_{ih} \quad i = 1, \dots, n \quad t = 1, \dots, T \quad h = 1, \dots, |H_t| \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^{|H_t|} b_i x_{ih} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{ih} \leq 1 \quad h = 1, \dots, H \quad (5)$$

$$y_{ih} \geq z_{ih} - z_{i,h-1} \quad i = 1, \dots, n \quad h = 1, \dots, H \quad (6)$$

$$z \in B^{nH}, \quad I \in R_+^{nT}, \quad x \in R_+^{nH}, \quad y \in R_+^{nH} \quad (7)$$

As variáveis utilizadas nesse modelo são:

x_{ih} : quantidade do item i produzida no microperíodo h .

y_{ih} : 1 se o item i é produzido no microperíodo h ou 0 caso contrário;

z_{ih} : 1 se a máquina está preparada para o item i no microperíodo h ou 0 caso contrário

Parâmetros utilizados no modelo:

I_i : estoque do item i no período t .

d_{it} : demanda do item i no período t .

b_i : capacidade necessária de recursos para produzir uma unidade do item i .

C_t : Capacidade de recursos disponível no período t .

s_i : custo de preparação da máquina para produção de um novo item i .

h_i : custo de estoque de um item i .

A função objetivo (1), minimiza a soma dos custos fixos de produção e dos custos de estoque. As restrições (2) correspondem ao balanceamento de estoque para cada item i e período t . As restrições (3) asseguram que, se a máquina está preparada para o item i no microperíodo h do período t , então esse item pode ser produzido. As restrições (4) correspondem à capacidade em cada período t . As restrições (5) forçam um único estado de preparação de máquina, e as restrições (6) indicam o início de um novo lote. A restrição (7) indica o tipo das variáveis.

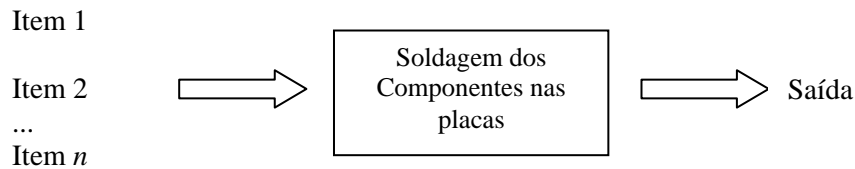
O modelo foi implementado em um caso prático numa indústria de cartões de circuito impresso, a qual trabalha com vários tipos de itens onde esses são submetidos a uma máquina que faz a soldagem dos componentes eletrônicos.

A empresa trabalha em 2 turnos diários de 8h cada e os itens são fabricados por lote atendendo as demandas previstas para cada um dos itens. A cada vez que se deseja produzir um novo item, é necessário parar a produção para que a máquina seja ajustada. O tempo parado gera um custo chamado de “custo de preparação”.

Os produtos fabricados e não vendidos, compõe o estoque o que gera custo de estocagem referente a cada unidade.

A demanda para cada produto é gerada a cada período de trabalho de 8h. Cada um desses períodos foi dividido em 8 microperíodos de 1h cada, o que compõe 1 lote. Assim, é possível fabricar um novo tipo de item a cada intervalo de 1h.

O objetivo do problema consiste em minimizar a quantidade estocada de cada item, o que automaticamente reduz o custo, e ao mesmo tempo, minimizar o custo de preparação gerado pelo tempo parado da máquina afim de fazer ajustes necessários para produção de um novo item.



3.2 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

O modelo matemático foi implementado para 6 tipos diferentes de itens, conforme parâmetros demonstrados nas tabelas a seguir.

A tabela 1 mostra as demandas de cada item em cada período, as quais são definidas conforme os pedidos dos clientes.

Item	Período 1	Período 2
Cartão modelo 1	140	160
Cartão modelo 2	250	220
Cartão modelo 3	120	340
Cartão modelo 4	300	280
Cartão modelo 5	90	350
Cartão modelo 6	150	170

Tabela 1: Quantidades a serem produzidas de cada item em cada período de 8h.

Na tabela 2 são descritos alguns parâmetros referentes aos itens produzidos conforme já explicados anteriormente. O parâmetro I_0 indica o estoque inicial de cada item.

Item (i)	h_i	s_i	b_i	I_0
Cartão modelo 1	2,0	40	0,11	20
Cartão modelo 2	1,5	50	0,15	25
Cartão modelo 3	2,5	80	0,09	0
Cartão modelo 4	1,8	120	0,22	34
Cartão modelo 5	2,0	80	0,14	100
Cartão modelo 6	1,7	70	0,28	120

Tabela 2: Parâmetros referentes aos itens produzidos.

A tabela 3 mostra a capacidade de produção (C) em um período t .

Período	Capacidade
Período 1	2500
Período 2	2300

Tabela 3: Capacidade de produção (C) em um período t .

3.3 RESULTADOS ENCONTRADOS PARA A SOLUÇÃO EXATA

O modelo foi implementado e resolvido com auxílio do software LINGO[®] com leitura dos dados de uma planilha Excel[®]. Para execução do modelo foi utilizado um computador com processador Intel Atom Dual Core D2500 (1M Cache, 1,86GHz) e 4Gb de memória RAM. O tempo computacional para resolução desse problema foi de 166min, com um total de 33.558.344 iterações.

O quadro 1 apresenta o relatório de respostas referentes às quantidades a serem produzidas em cada um dos microperíodos, de modo a cumprir com as demandas por período, para cada item. O custo total obtido (custo de estoque + custo de preparação da máquina para produção de um novo item) foi de 620,00.

Item (i)	Período 1 (1º Turno diário)								Período 2 (2º Turno diário)							
	Micro-período 1	Micro-período 2	Micro-período 3	Micro-período 4	Micro-período 5	Micro-período 6	Micro-período 7	Micro-período 8	Micro-período 1	Micro-período 2	Micro-período 3	Micro-período 4	Micro-período 5	Micro-período 6	Micro-período 7	Micro-período 8
Cartão modelo 1	0	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160
Cartão modelo 2	0	0	0	0	75	75	75	0	0	0	0	0	0	0	220	0
Cartão modelo 3	0	0	0	0	0	0	0	120	340	0	0	0	0	0	0	0
Cartão modelo 4	266	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	280	0	0
Cartão modelo 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	340	0	0	0	0	0	0
Cartão modelo 6	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	170	0	0	0

Quadro 1: Quantidades a serem produzidas de cada item

Os dados apresentados no quadro 1, fornecem o planejamento para seqüenciamento da produção na máquina. Como exemplo, no primeiro microperíodo, que compreende 1 (uma) hora, serão produzidas 266 unidades do item 4 (cartão modelo 4). Já no segundo microperíodo serão produzidas 30 unidades do item 6 e assim sucessivamente. Houve como resultado ainda, um estoque de 10 unidades do item 5, no período 1.

3.4 CENÁRIOS CONSIDERANDO A SOLUÇÃO EXATA PARA DIFERENTES QUANTIDADES DE ITENS

Ao resolver o problema, foi possível perceber que o tempo computacional é um fator essencial. Deste modo, fez-se um estudo considerando os dados do presente problema, apenas variando o número de itens a serem produzidos onde foi possível perceber o forte crescimento no fator tempo, mediante o aumento no número de itens.

Assim, foram elaboradas simulações computacionais de modo a verificar a evolução no tempo gasto. Os dados referentes a tempo e número de iterações são apresentados na tabela 4.

Nº de itens	Tempo (min)	Número de iterações
2	0,05	2.208
3	0,40	107.070
4	2,60	573.214
5	78,00	13.283.296
6	166,00	33.558.344

Tabela 4: Tempo computacional e número de iterações conforme número de itens

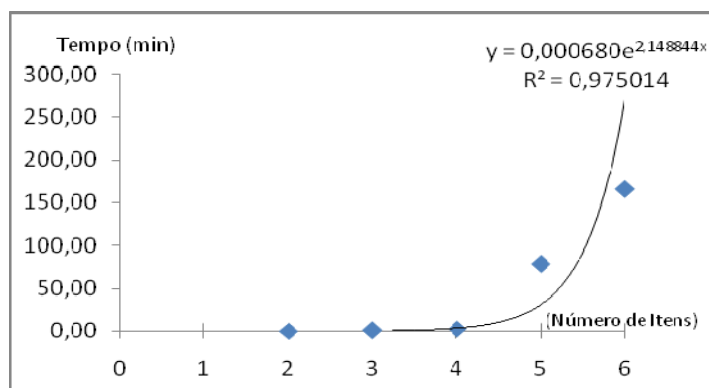


Gráfico 1: Comparação entre número de itens e tempo computacional

Considerando os dados obtidos através de experimentos computacionais onde houve variação crescente no número de itens e sendo que os demais dados do problema foram conservados, foi realizada uma análise de regressão. O modelo que melhor se adaptou à distribuição dos dados, foi o modelo exponencial, com coeficiente de determinação $R^2 = 0,975$, o que indica um bom ajuste às observações consideradas.

A equação de regressão gerada pelo modelo foi $y = 0,00068e^{2,148844x}$, onde y é o tempo previsto (em minutos) e x é o número de itens considerado no problema.

Fazendo uma previsão com uso deste modelo exponencial, obtêm-se para resolução considerando 7 itens, tempo computacional de aproximadamente 2.318min (mais de 36h) e para 8 itens, 19.877min (mais de 331h), o que mostra a necessidade de se pesquisar metodologias que possam fornecer bons resultados em menor tempo.

4. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Os resultados obtidos após a implementação e resolução do modelo matemático atestam a viabilidade e a conveniência da aplicação de modelos de otimização no ambiente da programação da produção.

Quando se trata de problemas com um pequeno número de itens, por exemplo no caso do problema apresentado neste artigo, envolvendo seqüenciamento da produção considerando 2 períodos divididos em 8 microperíodos cada, o modelo exato se tornou eficaz. O problema foi ainda, implementado com o mesmo número de itens (6 itens), mas ampliando-se para 3 períodos com 8 microperíodos cada, como teste, onde verificou-se que o tempo computacional envolvido seria aumentado significativamente, não sendo viável nesse caso, devido ao tempo computacional, encontrar um solução ótima.

Considerando uma dimensão maior para este problema, ou ainda o fato de se trabalhar com mais de uma máquina em paralelo, há a necessidade de se partir para modelos que façam uso de metaheurísticas, de modo a buscar por soluções que tragam bons resultados, mesmo sem consistir na solução ótima para o problema.

Sendo assim, no sentido de se dar continuidade a este trabalho, estão sendo estudadas novas metodologias de solução para resolver problemas desse tipo, através de métodos não exatos, com a finalidade de se procurar soluções viáveis para problemas reais de maior porte em um tempo computacional razoável.

Referências

- [1] Arenales, M., Armentano, V.; Morabito, R. e Yanasse, H., Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia, Editora Campus, 2007.
- [2] Artiba, A. e Elmaghraby, S.E., The planning and scheduling of production systems, Ed. Chapman&Hall, Londres,UK,1997.
- [3] Branco, M. Rogério. Agendamento de tarefas em sistemas de manufatura job-shop realista com demanda por encomenda: solução por algoritmo genético. Tese de doutorado.UFSC, Florianópolis, 2010.
- [4] Kawamura, M. Serti. Dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção na indústria de bens de consumo de higiene pessoal. Tese de doutorado. USP, São Paulo, SP, 2011.
- [5] Lobo, A., Toledo, FMB e Camargo, VCB. (2012) Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries. Journal of the Operational Research Society, v.63,p.1613-1630.
- [6] Montevechi, J. A., Turrioni, J. B., Almeida, D. A., Mergulhão, R. C., Leal, F. (2002), Análise comparativa entre regras heurísticas de sequenciamento da produção aplicada em Job Shop, Revista Produto e Produção, 6, 12-18.
- [7] Sawik, T, Planning and Scheduling in Flexible Assembly Systems. Ed.Springer, New York, USA,1999.
- [8] Tubino, D. F, Sistemas de produção: A produtividade no chão de fábrica, Ed. Bookman, Porto Alegre, 1999.
- [9] Vivan, C. J, Aplicação do Método Simulated Annealing em um Problema Real de Sequenciamento da Produção. Dissertação de Mestrado. UFPR, Curitiba, 2010.