

# MODELO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTO E ESTOCÁSTICO PARA INCENTIVAR O INVESTIMENTO EM FONTES RENOVÁVEIS NO MERCADO LIVRE DE ENERGIA

## Aderson Campos Passos

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - Rio de Janeiro, RJ - Brasil - 22451-900  
aderson@puc-rio.br

## Alexandre Street

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - Rio de Janeiro, RJ - Brasil - 22451-900  
street@ele.puc-rio.br

## Bruno Fanzeres

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - Rio de Janeiro, RJ - Brasil - 22451-900  
bsantos@ele.puc-rio.br

## Resumo

A complementariedade entre fontes renováveis possibilita a comercialização de energia com menor exposição às variabilidades do mercado de curto prazo. Foi construído, do ponto de vista do comercializador, um modelo híbrido de otimização robusto e estocástico que fornece resultados, que servirão de entrada para um modelo de opções reais. Com esta estrutura será possível aprimorar o planejamento, definindo quanto comprar de cada usina renovável, quanto vender desta energia adquirida e qual o melhor momento para iniciar a comercialização desta energia. Desta forma é incentivado o investimento em contratos de fornecimento de energia de longo prazo, viabilizando a construção de usinas e mitigando riscos.

**Palavras-Chaves:** Fontes Renováveis de Energia; Otimização Robusta e Estocástica; Opções Reais.

## Abstract

The complementarity between renewable sources allows trading energy with less exposure to short-term market variabilities. From the energy trader point of view, a hybrid model that merges robust and stochastic optimization coupled with a real option binomial model was built. Such model allows a better planning for this sort of trade by defining how much of each source should be bought/sold and indicating the best moment to start trading. In doing so, it enables long-term investments and mitigates risks.

**Keywords:** Renewable Energy Sources; Robust and Stochastic Optimization; Real Options.

## 1. INTRODUÇÃO

O Brasil é um país que possui em sua matriz elétrica uma enorme participação de fontes renováveis de energia. Isso se deve às características geográficas do país e à disponibilidade desses recursos renováveis. Nesse contexto a energia eólica aparece com grande perspectiva de crescimento. Entre 2009 e 2011 foram contratados 6,8 GW em novos projetos, que elevarão a participação da energia eólica para 8,2 GW até 2016 [26]. Além disso, há ainda um grande potencial inexplorado dessa fonte. O atlas eólico publicado pelo CEPEL em 2001 estima o potencial eólico brasileiro em cerca de 143 GW, mais de 10 vezes a potencia nominal da usina de Itaipu. Entretanto, esse valor é subestimado, pois toma como premissa aerogeradores com altura de 50 m. Como as usinas mais recentes utilizam torres entre 100 e 120 m, essa estimativa certamente aumentará muito. Considerando que a potência instalada do Brasil é de um pouco

mais de 122,5 GW [5] e que os preços praticados para a energia eólica no Brasil são atualmente, devido a uma série de questões conjunturais, os mais baixos do mundo [27] é possível afirmar que são muito grandes as perspectivas de crescimento da energia eólica no mercado brasileiro. Manter no país este perfil renovável é valioso por várias razões, mas especialmente para a questão ambiental.

Criar mecanismos para incentivar empreendedores a manter o investimento em fontes renováveis é importante para manter o processo de expansão do sistema elétrico, que anualmente precisa da injeção de novas fontes de energia. O novo marco regulatório para o setor elétrico brasileiro criou dois ambientes para a comercialização de energia [24]: o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL). A maioria dos novos empreendimentos se desenvolve dentro do ACR, que é o ambiente onde estão as distribuidoras de energia, mas o ACL, que é o ambiente onde estão os grandes consumidores de energia, cresce anualmente e tem oferecido oportunidades de aquisição da energia a preços bem mais competitivos [28], o que traz impactos positivos para a indústria brasileira e, conseqüentemente, para a economia do país.

Este trabalho vem mostrar um arranjo comercial próprio para o ACL. Supõe a existência de um comercializador que contrata a geração (garantias físicas) de duas usinas complementares a preço fixo e vende para seus clientes, grandes consumidores, contratos de fornecimento de energia também a preço fixo. Dessa forma o comercializador fica com todo o risco da operação, pois será dele a responsabilidade de liquidar as diferenças no mercado de curto-prazo. Entretanto, o comercializador está parcialmente protegido por estar administrando fontes complementares. A figura 1 ilustra o arranjo proposto.

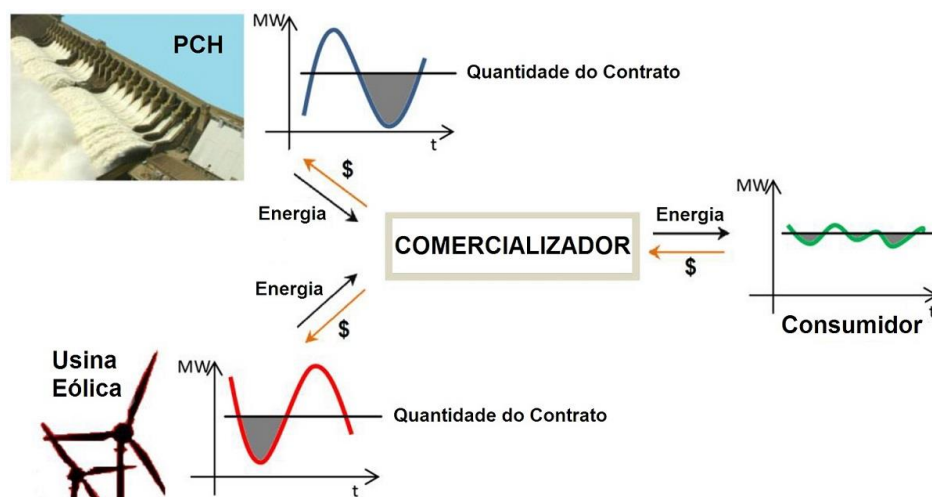


Figura 1: Carteira de fontes de geração complementares.

Assim, este trabalho possui dois objetivos: primeiro, mostrar que comercializar energia no ACL como uma carteira é financeiramente mais rentável do que comercializar a energia separadamente, sem sinergias. Com isso, será possível conseguir preços mais competitivos para contratos de longo prazo no mercado livre, que possibilitem a construção dessas usinas; segundo, desenvolver um modelo de investimento dinâmico onde são definidas as carteiras ótimas a serem comercializadas para cada preço de venda onde se define qual o melhor momento para investir na construção dessas usinas. Esses resultados são obtidos utilizando um método de investimento que usa um modelo híbrido de otimização robusto e estocástico que fornece como resultado as entradas para um modelo de opções reais.

Na literatura há alguns trabalhos que tratam da comercialização de energia proveniente de fontes renováveis no Brasil. Street et al [18] tratam da utilização de modelo de otimização para definir a carteira ótima entre pequenas centrais hidrelétricas e usinas de biomassa de cana de

açúcar, mostrando a *curva de disposição a contratar* de um comercializador. Street et al [20] propõe a criação de um fundo para a comercialização de energia proveniente de fontes renováveis complementares utilizando a teoria dos jogos cooperativos. Street et al [19] trata da construção de carteira de fontes renováveis complementares como forma de incentivar o desenvolvimento de projetos eólicos no Brasil. Existem diversos trabalhos que tratam da utilização da teoria de opções reais na avaliação de projetos no setor elétrico. Fernandes et al [10] faz o levantamento de diversos artigos. Uma aplicação importante para este artigo foi desenvolvida por Muñoz et al [21].

A segunda seção do trabalho trata das características do setor elétrico brasileiro, importantes para entender os modelos desenvolvidos. A terceira seção descreve o método híbrido e cada uma de suas componentes: o modelo de otimização e o modelo de opções reais. Na quarta seção são mostrados os resultados obtidos e por último são mostradas as conclusões.

## 2. O SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO E O USO DE FONTES RENOVÁVEIS

O Brasil possui um sistema elétrico complexo, com um conjunto de fontes de geração bastante diversificado, com predominância hidroelétrica (cerca de 68,93%, em 2013), mas com forte presença de usinas térmicas movidas por diversos combustíveis (cerca de 27,84%, em 2013), segundo BIG-ANEEL [5]. Apesar das dimensões continentais do país, este sistema é quase completamente interligado. O despacho desta energia é feito pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) através do modelo Newave, que executa um modelo de programação dinâmica dual estocástica [16] responsável por definir um planejamento de operação a mínimo custo, que servirá de entrada para o modelo Decomp. Como um dos resultados deste último modelo será gerado o custo marginal de operação (CMO) que, após ser limitado superior e inferiormente, gera o Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) no mercado de curto-prazo de energia. O PLD é o *preço spot* para o mercado brasileiro de energia e, como em outros mercados do mundo, servirá como o valor de referência para remunerar os excessos ou déficits de geração nas situações comuns de flutuação de energia em relação aos contratos acordados com os clientes, conforme mostrado na equação (i). São gerados semanalmente 4 (quatro) valores de PLD distintos para cada sub-mercado brasileiro (Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte). A figura 2(a) mostra a semelhança de comportamento entre os valores de PLD dos submercados Sudeste/Centro-Oeste e Nordeste.

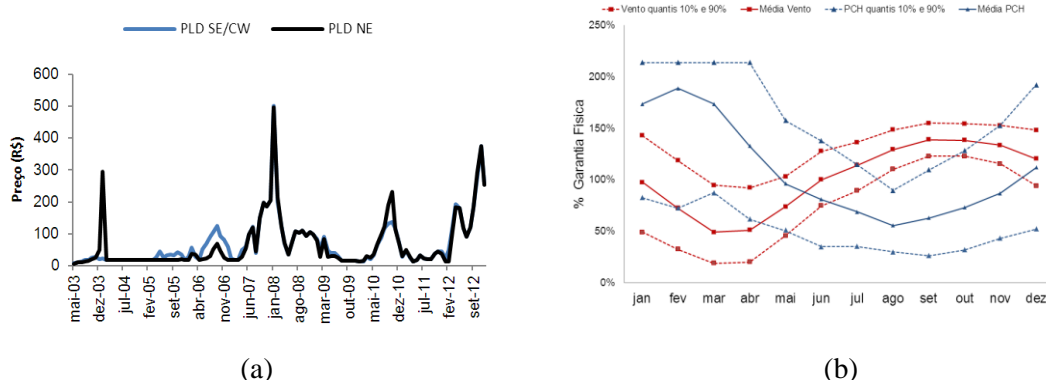


Figura 2: (a) valores históricos do PLD do subsistema SE/CO; (b) complementariedade entre a energia eólica produzida no nordeste e a energia hídrica produzida no sudeste do Brasil.

Conforme mencionado anteriormente são dois os ambientes para comercialização de energia no Brasil: o ambiente de contratação regulada (ACR) e o ambiente de contratação livre (ACL). No ACR são negociados os contratos de energia estabelecidos entre as usinas geradoras e as distribuidoras de energia. Neste ambiente os valores pagos pela energia são estabelecidos através de leilões, que são formatados para estimular os geradores a ofertar energia pelo menor custo e assim contribuir para a modicidade tarifária. O marco regulatório estabelecido em 2004

também criou o ACL [24]. Nele é permitido que consumidores com potência instalada acima de 3 kW possam estabelecer contratos de compra de energia diretamente dos geradores ou comercializadores de energia. A participação do ACL no mercado brasileiro de energia é crescente representando em 2013 cerca de 25% da energia comercializada.

Novos projetos de geração de energia costumam contar com o financiamento de grandes bancos. Para que seja possível emprestar os seus recursos a taxas baixas os bancos costumam exigir uma série de garantias. As principais delas são os contratos de longo prazo de venda de energia para as distribuidoras de energia elétrica. Geralmente esses contratos são obtidos depois que esses projetos vencem os leilões de energia do ACR. Quem opta por vender a sua energia no ACL passa a ter um problema na hora de financiar seus projetos de geração, pois os bancos exigirão dos geradores contratos de venda de energia que possam garantir que o empréstimo realizado possa ser pago no futuro. O gerador, por consequência, precisará ter preços atraentes para conseguir estabelecer contratos de longo prazo.

As fontes renováveis tem como característica a intermitência da geração, pois depende do comportamento das variáveis climáticas (vazão dos rios e regime de ventos, neste caso). Os aerogeradores e as pequenas centrais hidroelétricas geram de acordo com a disponibilidade de ventos e vazão dos rios (visto que as PCHs não possuem reservatório), respectivamente. Devido a esta característica, somente é permitido aos geradores comercializar a média das suas gerações, ou menos, estimadas e certificadas por entidade credenciada e independente. Essa média será chamada de *garantia física* e com ela será emitido um *certificado de energia firme*, que indica o limite que cada gerador poderá comercializar. Devido à sazonalidade da energia fornecida por ambas as fontes, em alguns períodos do ano a contabilização da energia gerada indicará sobra, enquanto que em outras épocas indicará falta. Essas diferenças deverão ser contabilizadas no mercado de curto prazo utilizando o PLD. Assim, caso operem sozinhos, cada gerador terá contratos cuja receita será dada pela seguinte equação:

$$R = P \cdot Q \cdot h_t + (G_t \cdot \tilde{\pi}_t^g - Q \cdot \tilde{\pi}_t^v) \cdot h_t \quad (i)$$

Onde:

$R$  = receita do gerador no período  $t$ .

$P$  = preço do contrato de venda de energia (R\$/MWh)

$Q$  = quantidade do contrato (MW), inferior à garantia física do gerador.

$G_t$  = Geração da usina no período  $t$

$\tilde{\pi}_t^g$  = valor do PLD no submercado onde a energia é gerada.

$\tilde{\pi}_t^v$  = valor do PLD no submercado onde a energia é vendida.

$h_t$  = tempo considerado no período  $t$  (horas)

Um problema deste tipo de contrato é que o gerador fica extremamente exposto às variações do PLD. Na maioria do ano os valores de PLD são baixos, visto que esses preços refletem o custo da energia em um sistema predominantemente hídrico, que é baixo. Entretanto, é comum que ocorram picos, que se coincidirem com períodos de déficit de geração poderão gerar grandes perdas financeiras. Por isso, é importante criar mecanismos para proteger o gerador da variabilidade do PLD, conforme mostrado em Street et al (2012).

É conhecido pelos agentes do setor [25] um fenômeno chamado *complementariedade* entre fontes renováveis, definido pelo comportamento sazonal oposto do regime de ventos no nordeste e da vazão de rios no sudeste do Brasil, conforme descrito na figura 2(b).

Poder investir conjuntamente em duas fontes complementares cria um mecanismo natural de mitigação dos riscos associados às variabilidades do PLD e, por isso, torna o investimento nesses tipos de fontes mais rentável. Essa é uma das características deste trabalho que será explorada nas seções seguintes.

### 3. MÉTODO HÍBRIDO DE INVESTIMENTO

Neste trabalho supõe-se a existência de um comercializador de energia que pretende investir na construção de uma usina eólica no Nordeste do Brasil e na construção de uma PCH no sudeste, de forma a garantir a complementariedade entre fontes. As duas usinas propostas neste problema possuem potência nominal instalada de 30 MW, porém, suas garantias físicas são menores (11,63 MW para a eólica e 14,03 MW para a PCH). A idéia é que sejam estabelecidos contratos de compra da geração de ambas as usinas (onde é comprado o direito de comercializar a garantia física de ambas as usinas a preço fixo mensal) e contratos de venda onde o(s) cliente(s) paga(m), também, um preço fixo P (R\$/MWh) pela garantia física comercializada. Desta forma, o comercializador fica com todos os riscos da comercialização e oferece a seus clientes contratos mais fáceis de administrar.

Dado o exposto na seção anterior será proposto um modelo híbrido que funde características de um modelo de otimização robusta com outro de otimização estocástica. Nele será fornecido como resultado o valor presente dos fluxos de lucros, que são os lucros obtidos pelos comercializadores todos os meses sem considerar os impostos (para cada nível de preço dos contratos de venda) gerados por ambas as fontes, operando como uma carteira em sinergia. Além disso, também são fornecidos os percentuais de arrendamento de cada usina e o percentual do valor comprado que deve ser vendido aos clientes, nas condições expostas acima.

Esses dados servirão de entrada para um modelo binomial de opções reais que terá como finalidade definir o melhor momento para iniciar a comercialização como uma carteira. Para isso, a variável estocástica utilizada é o preço de venda da energia comercializado no mercado livre.

#### 3.1. MODELO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTO-ESTOCÁSTICO AVESSO AO RISCO

A incerteza quanto ao valor de determinados parâmetros de um modelo motivam o uso das técnicas de otimização robusta, que buscam levar, de forma determinística, os valores destes parâmetros para o seu pior caso. Bertsimas e Sim [4] propõem uma abordagem alternativa onde o valor destes parâmetros incertos possa ser controlado para que se atinja não o pior caso, mas um pior caso realista. O modelo deste artigo será robusto ao PLD, que como visto na figura 2(a), pode apresentar picos esporádicos. Nele há um parâmetro K que indica o número de meses do ano em que este valor de PLD será levado a um valor máximo, ou mínimo, de forma a fazer com que a função objetivo seja piorada ao máximo. Assim, esse valor de PLD se caracteriza como um *preço de stress* determinado endogenamente pelo modelo. A figura 3 mostra o resultado esperado com o modelo robusto para K = 1, 2 e 3, e as barras representam a energia gerada por uma usina além (ou aquém) de sua garantia física e que por isso será vendida (ou comprada) no mercado de curto prazo. Observar que a linha azul representa um valor de preço spot de referência para cada mês. Dependendo do cenário de geração, são escolhidos os meses que terão os seus preços spot levados a valores extremos, de forma que o resultado obtido para aquele ano seja o pior possível. Para o ano/cenário em que K = 1, o mês de fevereiro seria, inicialmente de muitos ganhos, mas para minimizar o ganho anual o solver escolheu neste período um preço de stress muito baixo. Para o ano/cenário em que K = 2, houve geração menor que a garantia física em 6 meses do ano. Para os meses em que houve maior perda (junho e agosto), foram atribuídos altos preços de stress. Para o ano/cenário em que K = 3, nos meses de fevereiro, março e abril a geração foi bem maior que a garantia física. Neste caso o solver escolheu preços de stress muito baixos para maximizar as perdas naquele ano.

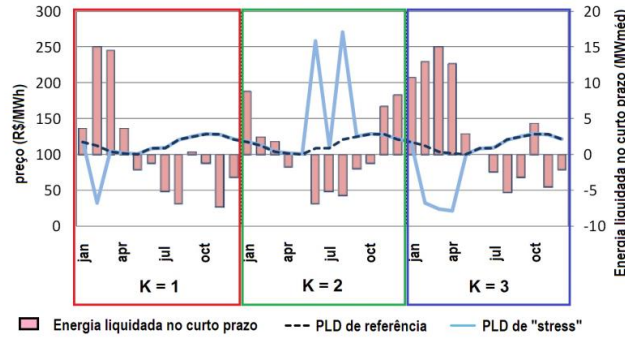


Figura 3: Controle do PLD de “stress” de acordo com o valor de K escolhido. Adaptado de Fanzeres e Street [9]

A geração de ambas as fontes são consideradas estacionárias e para elas foram criados cenários conforme descrito na seção a seguir.

### 3.1.1. Cenários estocásticos de geração

Foi construído um modelo matemático, a partir de dados históricos, que captura a correlação sazonal existente entre as diversas variáveis utilizadas na otimização. As variáveis consideradas são: 1) geração eólica mensal, 2) geração hídrica mensal (ambas em MW) e 3) valores do preço spot para os submercados sudeste e nordeste. Com este modelo foi possível simular 2000 possíveis cenários para cada uma das variáveis acima. É importante observar que a presença dos valores do preço spot na geração de cenários faz com que eles sejam mais realistas. Entretanto, esses preços serão obtidos de maneira endógena no modelo de otimização. Mais detalhes sobre este modelo de geração de cenários pode ser obtida em [19].

### 3.1.2. Modelo matemático

Suas equações estão descritas a seguir.

$$VP(P) = \underset{\substack{\delta_{st}, x^{Qsell}, \\ x^{SH}, x^{WPP}, L_{st}^*}}{Máx} \sum_{t \in A} \left[ \left( z_t - \sum_{s \in S} p_s \cdot \frac{\delta_{st}}{1 - \alpha} \right) \cdot \lambda + \left( \sum_{s \in S} p_s \cdot L_{st}^* \right) (1 - \lambda) \right] \cdot \left( \frac{1}{i} \right) \cdot \left( \frac{(1+i)^a - 1}{(1+i)^a} \right) \cdot \left( \frac{1}{(1+i)^3} \right)$$

Onde:

$\delta_{st}$  = variável auxiliar para o cálculo do CVaR;

$x^{Qsell}$  = percentual da garantia física comprada das usinas que é vendida para o consumidor;

$x^{SH}$  = percentual da garantia física da PCH que é comprada pelo comercializador;

$x^{WPP}$  = percentual da garantia física da eólica que é comprada pelo comercializador;

$L_{st}^*$  = lucro do comercializador para cada ano t e cenário s;

Sujeito a:

$$(1) \delta_{st} \geq z_t - L_{st}^* \quad \forall t, s$$

$$(2) \delta_{st} \geq 0 \quad \forall t, s$$

$$(3) x^{Qsell} (FEC^{SH} + FEC^{WPP}) \leq FEC^{SH} \cdot x^{SH} + FEC^{WPP} \cdot x^{WPP}$$

$$(4) x^{Qsell}, x^{SH}, x^{WPP} \in [0,1]$$

$$(5) Exp_l = P^{SH} \cdot FEC^{SH} \cdot x^{SH} \cdot h_l + P^{WPP} \cdot FEC^{WPP} \cdot x^{WPP} \cdot h_l \quad \forall l \in M(t), s \in S$$

$$(6) L_{st}^* = \sum_{l \in M(t)} [P \cdot x^{Qsell} \cdot (FEC^{SH} + FEC^{WPP}) \cdot h_l - Exp_l] + \Omega_{st}^*(x^{SH}, x^{WPP}, x^{Qsell}) \quad \forall t \in A, s \in S$$

Onde:

$$\Omega_{st}^*(x^{SH}, x^{WPP}, x^{Qsell}) = \text{Min} \left\{ \sum_{l \in M(t)} [x^{SH} \cdot G_{ls}^{SH} + x^{WPP} \cdot G_{ls}^{WPP} - x^{Qsell} \cdot (FEC^{SH} + FEC^{WPP})] \cdot \pi_{ls} \cdot h_l \right.$$

Sujeito a:

$$(7) \pi_{ls} = \bar{\pi}_l + \Delta\pi_l^+ v_{ls}^+ - \Delta\pi_l^- v_{ls}^- \quad \forall l \in M(t)$$

$$(8) \sum_{l \in M(t)} (v_{ls}^+ + v_{ls}^-) \leq K_{ts}$$

$$(9) \pi_{l+1, s} \geq (1 - r_{l+1}^-) \cdot \pi_{ls} \quad \forall l \in \tilde{M}(t)$$

$$(10) \pi_{l+1, s} \leq (1 + r_{l+1}^+) \cdot \pi_{ls} \quad \forall l \in \tilde{M}(t)$$

$$(11) v_{ls}^+ \leq 1 \quad \forall l \in M(t)$$

$$(12) v_{ls}^- \leq 1 \quad \forall l \in M(t)$$

$$(13) \pi_{ls} \leq \bar{\pi} \quad \forall l \in M(t)$$

$$(14) \pi_{ls} \geq \underline{\pi} \quad \forall l \in M(t)$$

A função objetivo do 1º nível apresenta o valor presente dos fluxos de lucro avessos ao risco, que serão função do preço (P) do contrato de venda de energia. A construção desta função objetivo usa a medida de risco CVaR (Conditional Value at Risk) de uma variável utilizando um modelo de otimização, conforme proposto por Rockafellar e Uriasev [23]. Com ela é possível construir uma função de valor que representa a combinação convexa de duas grandezas: uma neutra ao risco (valor esperado dos lucros) e outra avessa ao risco ( $CVaR_\alpha$  dos lucros), conforme proposto em Street [17]. O valor  $L_{st}^*$  representa o lucro do comercializador para um dado ano (t) e cenário (s). Como os 2000 cenários são equiprováveis a parcela  $\sum_{s \in S} p_s \cdot L_{st}^*$  representa o valor esperado dos lucros para um dado ano. A parcela  $z_t - \sum_{s \in S} p_s \cdot \frac{\delta_{st}}{1-\alpha}$  representa, quando maximizado e sujeito às restrições (1) e (2), o valor do  $CVaR_\alpha$  da variável  $L_{st}^*$ , neste caso com  $\alpha = 0,95$ . O parâmetro  $\lambda$  promove o controle da aversão ao risco. Neste problema  $\lambda = 1/2$ . A parcela  $\left(\frac{1}{i}\right) \cdot \left(\frac{(1+i)^a - 1}{(1+i)^a}\right)$ , promove o desconto a valor presente de diversas parcelas iguais em um fluxo de lucros de “a” anos a uma taxa de desconto i. Isto é feito porque devido à característica de estacionariedade das fontes de geração, considera-se que ambas terão o mesmo perfil de geração em todos os anos de sua vida útil (neste caso, a = 20 anos). A parcela  $\left(\frac{1}{(1+i)^3}\right)$  foi inserida, pois considera-se que a construção das usinas se dará em 3 anos. Assim, uma vez que o modelo trata da contratação, o desconto transformará a função objetivo no valor do investimento uma vez que os preços “forward” são decididos hoje. Na inequação (3)  $x^{SH}$  representa o percentual da garantia física que será comprada da PCH,  $x^{WPP}$  representa o mesmo para a eólica e  $x^{Qsell}$  o percentual da garantia física comprada que poderá ser vendida pelo comercializador. A grandeza  $FEC^{Usina}$  representa o valor do certificado de energia firme para cada usina. A desigualdade indica que o comercializador pode vender até o que ele comprar. A equação (4) limita os valores de  $x^{SH}$ ,  $x^{WPP}$  e  $x^{Qsell}$  ao intervalo [0,1]. Em (5) estão representados os gastos com a compra da energia, como um valor fixo mensal estabelecido para cada fonte ( $P^{SH}$ , para a PCH e  $P^{WPP}$  para a eólica). A equação (6) representa os lucros para cada cenário/ano. A primeira parcela dentro do somatório representa a receita fixa estabelecida para cada nível de preço de venda P. A segunda parcela indica os gastos calculados em (5). A última parcela, já fora do somatório, representa a liquidação das diferenças no mercado de curto-prazo, conforme explicado na seção 2. Esta é a componente do lucro que deve ser minimizada.

No 2º nível do problema (destacado com a linha pontilhada) a função objetivo é

minimizada, pois está sendo buscado o pior resultado para a parcela de compra ou venda no mercado de curto prazo ( $\Omega_{st}^*$ ) em função de cada uma das variáveis escolhidas para a carteira ( $x^{SH}, x^{WPP}, x^{Qsell}$ ). Neste problema é adotada uma simplificação: somente é considerado o preço de curto prazo ( $\pi_{1s}$ ) relativo ao submercado sudeste/centro-oeste. Esta simplificação é razoável dado que, conforme visto na figura 2(a) os valores de preço de curto prazo para o submercado nordeste e sudeste/centro-oeste são quase sempre coincidentes. É importante observar que os ganhos associados à liquidação das diferenças no curto prazo são contabilizados para um dado ano e cenário. A equação (7) indica que o preço de curto prazo será dado por um valor de referência ( $\bar{\pi}_t$ ), que muda a cada mês  $l$  (ver figura 3) pertencente ao conjunto  $M(t)$ , meses do ano  $t$ , mais um pico para cima ( $\Delta\pi_l^+$ ) ou para baixo ( $\Delta\pi_l^-$ ) que são escolhidos utilizando as variáveis de decisão  $v_{1s}^+$  e  $v_{1s}^-$ . Estas últimas poderão assumir valores entre  $[0,1]$ , de acordo com as equações (11) e (12). A equação (8) seleciona a quantidade de meses dentro de um ano, que terão seus preços de curto prazo levados a valores extremos. Nesta equação entra o valor de  $K$ . As equações (9) e (10) impedem que em meses consecutivos haja dois preços de stress absurdamente distintos, por exemplo, um pico para cima em um mês e no seguinte um pico para baixo. Permitir que isso acontecesse deixaria o modelo irrealista. As equações (13) e (14) definem os limites superior e inferior para o preço de curto prazo.

Para resolver este problema de otimização foi aplicada a formulação descrita em Bertsimas e Sim [4] onde um problema de dois níveis foi transformado em outro equivalente de somente um nível. O modelo de otimização resultante foi implementado utilizando o solver XPress 7.2 da FICO.

### 3.2. MÉTODO BINOMIAL PARA AVALIAÇÃO DE OPÇÕES REAIS

A teoria de opções reais fornece um paradigma diferente dos procedimentos tradicionais de avaliação de projetos. Sob a visão desta teoria haverá valor associado às incertezas do projeto a ser avaliado [1]. A caracterização dessas *opções* associadas a projetos *reais* será muito semelhante às opções financeiras tradicionais. Por isso, muitos dos procedimentos de avaliação que servem às opções financeiras são utilizados para as opções reais.

Os trabalhos seminais para precificação de opções financeiras foram desenvolvidos por Black e Scholes [6] e Merton [13]. Mais tarde Cox, Ross e Rubinstein [7] desenvolveram um procedimento alternativo para precificação de opções que se aproxima bastante dos valores calculados por Black, Scholes e Merton. Este procedimento, chamado de método binomial, tornou-se muito popular devido a sua simplicidade. O método se caracteriza por descrever os cenários possíveis da variável estocástica de forma discreta, expandindo dois possíveis cenários a partir de cada nó, de forma recombinante e montando uma treliça semelhante a mostrada na figura 4(b). Entretanto uma de suas limitações é a adoção da premissa de que a variável estocástica se comporta como um movimento browniano geométrico. Para modelos em que a variável estocástica se comporta como um movimento de reversão à média (MRM) haverá métodos alternativos [12, 14, 2].

Neste trabalho é usado o método binomial proposto por Bastian-Pinto et al [2], adequado para modelar MRMs. Ele é composto por três treliças: 1) treliça de valor esperado, 2) treliça com parcela de variabilidade e 3) treliça com valor de probabilidade de subida associada a cada nó. Para processos MRM do tipo Ornstein-Uhlenbeck [8], os valores na primeira treliça acompanharão o valor esperado para a variável estocástica em estudo, conforme descrito na equação (24). A variável estocástica  $x_t$  varia com o tempo e reverte para a média  $\bar{x}$  com velocidade de reversão  $\eta$ . O valor  $\Delta t$  representa a discretização considerada.

$$E[x_t] = \bar{x} + (x_{t-1} - \bar{x}) \cdot e^{-\eta\Delta t} \quad (24)$$

A treliça com parcela de variabilidade é construída conforme mostrado na figura 4(a). O valor inicial dessa treliça é sempre nulo. Os valores para os nós seguintes somam ou diminuem a



parcela  $\sigma\sqrt{\Delta t}$  do valor anterior. Dessa forma, é montada uma treliça simétrica em relação ao eixo das abscissas.

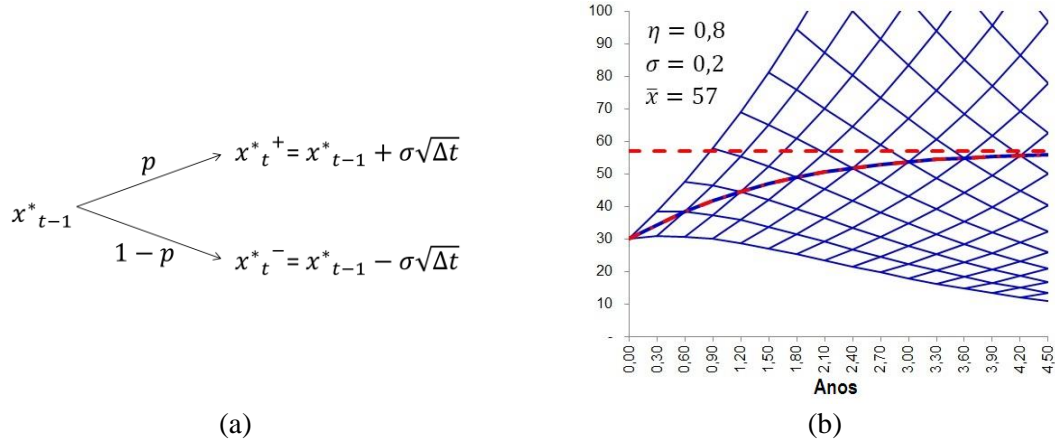


Figura 4: (a) Nó padrão da treliça de variabilidade no método de Bastian-Pinto [3]; (b) exemplo de treliça MRM gerada pelo método.

As treliças 1) e 2) serão somadas com o intuito de representar o MRM. A figura 4(b) mostra um exemplo de treliça MRM gerada com este método. A curva azul com traços vermelhos representa o crescimento médio da variável estocástica (valor esperado) conforme mostrado na equação (24). A treliça de probabilidades é construída utilizando os valores calculados na treliça de variabilidade, conforme mostrado na equação (25). As probabilidades calculadas são probabilidades reais de subida, i.e. probabilidades de ocorrência de um cenário com valor maior que o atual.

$$p(x_{t-1}^*) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\eta(-x_{t-1}^*)\sqrt{\Delta t}}{\sqrt{\eta^2(-x_{t-1}^*)^2\Delta t + \sigma^2}} \quad (25)$$

Neste trabalho utiliza-se este método binomial de forma semelhante ao que foi proposto em Muñoz et al (2011), onde são calculadas opções americanas e delas são extraídos outros resultados além da precificação da opção.

#### 4. APLICAÇÃO DO MÉTODO HÍBRIDO

Para o modelo desenvolvido neste artigo a variável estocástica considerada é o preço praticado no mercado livre. Como os contratos desenvolvidos no mercado livre são privados, os preços e procedimentos de pagamento praticados não estão disponíveis. Por isso, para gerar esta série de preços foi utilizado o conceito de *preço de indiferença*, que é a referência natural dos comercializadores para abordar os possíveis novos clientes. Este preço de indiferença é o valor do preço de energia que faria com que o grande consumidor ficasse indiferente entre estar com a concessionária ou mudar para a comercializadora. Ele é calculado com base no procedimento de tarifação adotado pelo consumidor e utilizando dados históricos de consumo e demanda nos diversos horários e épocas do ano. Após definir este preço a comercializadora costuma oferecer um deságio que traga uma vantagem para o cliente.

Assim, foi construída a curva de preços de indiferença supondo um grande consumidor hipotético atendido pela COELCE (distribuidora de eletricidade do estado do Ceará). Foram usadas tarifas de energia praticadas entre 1998 até 2013 e seus valores foram corrigidos através do IGP-M (índice utilizado pela ANEEL para corrigir os preços das tarifas de energia). Esta série de preços, na Figura 5(a), foi analisada através do teste de razão de variância conforme proposto por Pindyck [22]. O resultado do teste, figura 5(b), indica que há estacionariedade do valor desses preços históricos. Caso esses preços tenham uma tendência de crescimento, o valor da razão de

variância tenderia para 1 (um) com o aumento do lag. Quando a razão de variância decresce para 0 (zero) com o aumento do lag, conforme figura 5(b), fica caracterizado comportamento de reversão à média.

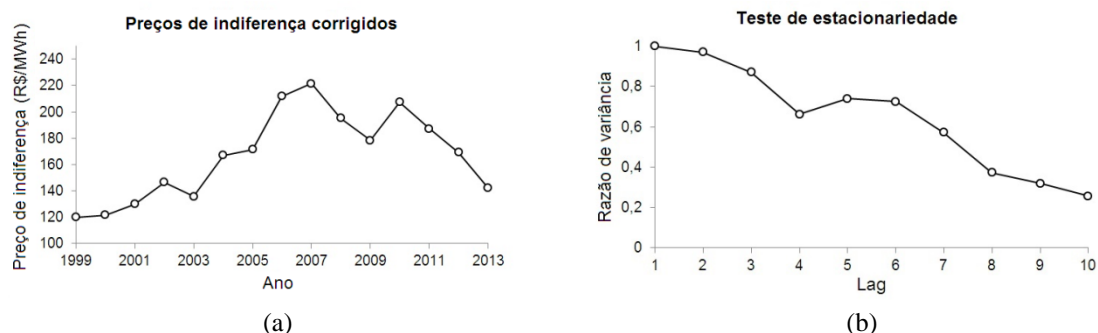


Figura 5: (a) preços de indiferença obtidos através de tarifas históricas da COELCE (b) teste de razão de variância que indica a estacionariedade dos preços (reversão à média).

A partir disso, a série de preços serviu de referência para a estimação dos parâmetros do processo estocástico usando os procedimentos propostos em Bastian-Pinto [3]. Foram obtidos os seguintes valores anualizados:  $\sigma = 0,1328$  (desvio-padrão),  $\bar{P} = 178,42$  (preço de reversão à longo prazo),  $\eta = 0,3057$  (velocidade de reversão). O modelo construído adota uma treliça de 60 períodos com discretização mensal. Portanto, o horizonte de estudo totaliza 5 (cinco) anos. Como a discretização é mensal, os valores a serem utilizados no modelo são corrigidos para:  $\sigma = 0,0383$ ,  $\bar{P} = 178,42$  e  $\eta = 0,0255$ . A opção a ser calculada é a de comercializar as duas fontes como uma carteira, aproveitando a sinergia da complementariedade. Como este investimento poderá ocorrer a qualquer momento, ele será calculado como uma opção americana conforme sugerido em Hull [11]. O cálculo da opção americana atribui aos nós da treliça binomial o máximo entre: valor presente líquido (VPL) associado ao preço daquele nó, ou valor esperado descontado dos VPLs associados aos preços dos próximos dois cenários, ou zero se os valores anteriores forem negativos. Isso será equivalente a *investir* imediatamente, *esperar* o próximo período (pois o valor da espera seria maior que o investimento imediato), ou *abandonar* o projeto (pois para o respectivo nível de preço o projeto destruiria valor), respectivamente.

Depois de rodar o modelo de otimização para cada um dos valores de P (variando entre R\$ 0,00/MWh e R\$ 340,00/MWh) foi montada uma tabela que possui em cada linha esses valores de preço, os valores dos VPs simplificados avessos ao risco,  $x^{Qsell}$ ,  $x^{SH}$  e  $x^{WPP}$ , correspondentes. É possível observar que os valores de  $x^{SH}$  e  $x^{WPP}$  se aproximam de 1 (um) com o aumento do valor da variável preço de venda (P). Saber qual é este preço é importante, pois indica a partir de qual valor é ótimo comprar *todas* as duas usinas e não parte delas. O valor da sinergia entre as fontes se torna evidente quando se comparam as tabelas que indicam esses preços para os quais é ótimo comprar as duas usinas completamente. A tabela 1 mostra os valores de P para a carteira em sinergia e a tabela 2 mostra os valores de P para a soma das fontes, ou seja, soma dos resultados obtidos pelos modelos de otimização idêntico ao anterior, mas com cada fonte considerada separadamente, sem sinergia. É possível perceber que a sinergia possibilita preços mínimos de venda da energia mais baixos e com maior retorno financeiro.

K do modelo robusto	Preço (R\$/MWh)	VP (milhões R\$)	$x^{SH}$	$x^{SH}$	$x^{Qsell}$
1	139,00	44,10	100%	100%	82,39%
2	166,00	75,26	100%	100%	81,15%
3	192,00	105,98	100%	100%	80,98%

Tabela 1: Para cada K escolhido é obtido um valor de preço de venda mínimo, para o qual a partir dele é ótimo comprar todas as usinas. Resultados obtidos para as fontes operando como uma carteira em sinergia.

K do modelo robusto	Preço (R\$/MWh)	VP (milhões R\$)	$x^{SH}$	$x^{SH}$	$x^{Qsell}$
1	150,00	11,91	100%	100%	67,00%
2	183,00	21,26	100%	100%	60,88%
3	212,00	28,53	100%	100%	59,15%

Tabela 2: Para cada K escolhido é obtido um valor de preço de venda mínimo, para o qual a partir dele é ótimo comprar todas as usinas. Resultados obtidos para as fontes operando sem sinergia. Os valores de  $x^{Qsell}$  expostos na tabela foram obtidos como uma soma ponderada dos resultados de cada modelo de otimização

A treliça com os valores de VP utilizada para o cálculo da opção americana foi obtida através da interpolação dos valores de VP do modelo de otimização para cada nível de preço. Após montar a treliça com os VPs de lucro e realizar os procedimentos para o cálculo da opção americana, foi possível obter os gráficos da figura 6.

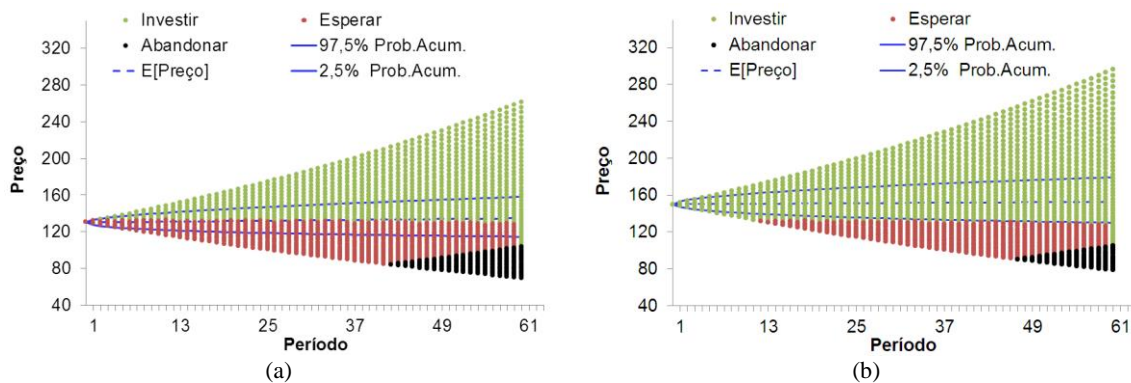


Figura 6: (a) Treliça com as regiões de investimento, espera e abandono – preço atual de venda: R\$ 130/MWh; (b) Mesma treliça – preço atual de venda: R\$ 150/MWh

A interpretação a ser dada é a seguinte. O processo estocástico indica a expectativa futura para os níveis de preço de venda da energia. A região entre as linhas azuis na figura 6 indicam as faixas de preço mais prováveis. Caso o comercializador tenha interesse em investir na carteira de fontes renováveis, ele partirá de um preço de longo prazo a ser negociado com o seu cliente, que será obtido a partir da curva de indiferença e que, por isso, leva em consideração o seu perfil de consumo de energia. Para o cliente do estudo de caso descrito na figura 6(a), dada a expectativa futura desses preços é possível dizer que hoje a melhor decisão é *esperar*. Como o perfil deste investidor não irá mudar, espera-se que no momento em que seja possível obter um valor de preço de contrato acima do gatilho (limite entre a região verde e vermelha), será valioso *investir*. Para outro cliente, descrito na figura 6(b), a melhor decisão será *investir*.

Dessa forma, foi possível obter com o modelo de opções reais uma expectativa quanto ao melhor momento para desenvolver o projeto.

## 5. CONCLUSÕES

Depois de obtidos os resultados do modelo de opções reais a visão total dos resultados obtidos é que foi possível definir quanto comprar de cada usina ( $x^{SH}, x^{WPP}$ ), quanto vender dessa carteira ( $x^{Qsell}$ ), definir qual a expectativa (avessa ao risco) de renda a ser obtida através da operação das usinas e, finalmente, qual o melhor momento para investir. Se o tomador de decisão achar que a probabilidade de ocorrerem preços favoráveis no período de interesse é baixa, ele pode optar por esperar quantos períodos desejar, analisar o comportamento atual dos preços e rodar o modelo novamente.

Observando os preços nas tabelas 1 e 2 é possível perceber que a sinergia possibilita oferecer ao consumidor, energia a preço mais competitivo, quando comparado à venda da energia

produzida por cada fonte separadamente. As tabelas estão indicando o preço mínimo da venda da energia para o qual será ótimo arrendar toda a garantia física de ambas as usinas, para cada valor de  $K$ . O modelo robusto criado permite que o tomador de decisão escolha o valor de  $K$  de forma mais ou menos conservadora afetando diretamente o percentual da energia comprada a ser vendida para os clientes finais.

Esses resultados evidenciam o valor da sinergia entre fontes renováveis. Como consequência fica justificada a viabilidade de projetos dessa natureza contribuindo para que sejam facilitados por parte das instituições financeiras, os projetos no ambiente de contratação livre.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] **Amram, M., Kulatilaka, N.** *Real options: managing strategic investment in an uncertain world*. Harvard Business School Press, Boston, 1999.
- [2] **Bastian-Pinto, C., Brandão, L., Hahn, W. J.** (2010). A non-censored binomial model for mean reverting stochastic processes. In: Annual International Conference on Real Options, 2010, Rome.
- [3] **Bastian-Pinto, C.L.** (2009). Modelagem de opções reais com processos de reversão à média em tempo discreto: uma aplicação na indústria brasileira de etanol. Tese de doutorado. Programa de pós-graduação em administração de empresas. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [4] **Bertsimas, D., Sim, M.** (2004). The price of robustness. *Operations research*, 52(1), 35-53.
- [5] **BIG-ANEEL** (2013), Banco de Informações de Geração. Disponível em: (<http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm>) consultado em: 28/02/2013.
- [6] **Black, F., Scholes, M.** (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The journal of political economy*, 637-654.
- [7] **Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M.** (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial economics*, 7(3), 229-263.
- [8] **Dixit, A., Pindyck, R.** *Investment under uncertainty*. Princeton University Press, New Jersey, 1994.
- [9] **Fanzeres, B., Street, A.** (2011). Cálculo da curva de disposição a contratar de geradores hidrelétricos: uma abordagem robusta ao preço de curto-prazo. Anais do XXI Seminário nacional de produção e transmissão de energia elétrica (XXI SNPTEE).
- [10] **Fernandes, B., Cunha, J., Ferreira, P.** (2011). The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 15, 4491-4497.
- [11] **Hull, J.** (1999). *Options, futures and other derivatives*. 4th ed. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.
- [12] **Hull, J., White, A.** (1994). Numerical procedures for implementing term structure models i: single-factor models. *The journal of derivatives*, 2(1), 7-16.
- [13] **Merton, R. C.** (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 141-183.
- [14] **Nelson, D. B., Ramaswamy, K.** (1990). Simple binomial processes as diffusion approximations in financial models. *The review of financial studies*, 3(3), 393-430.
- [15] **Pereira, M.V., Barroso, L.A., Rosenblatt, J.** (2004). Supply adequacy in the Brazilian power market. Power Engineering Society General Meeting (IEEE PES GM).
- [16] **Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G.** (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52, 359-375.
- [17] **Street, A.** (2010). On the conditional value-at-risk probability-dependent utility function. *Theory and decision*, 68(1), 49-68
- [18] **Street, A., Barroso, L.A., Flach, B., Pereira, M.V., Granville, S.** (2009), Risk constrained portfolio selection of renewable sources in hydrothermal electricity markets, *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(3), 1136-1144.

- [19] **Street, A., Lima, D. A., Veiga, A., Fanzeres, B., Freire, L., Amaral, B.** (2012). Fostering wind power penetration into the Brazilian forward-contract market. Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE.
- [20] **Street, A., Freire, L., Lima, D., Contreras, J.** (2011). Sharing Quotas of Renewable Energy Hedge Funds: a Cooperative Game Theory Approach. Proc. IEEE Powertech, Trondheim, Norway.
- [21] **Muñoz, J. I., Contreras, J., Caamaño, J., Correia, P. F.** (2011). A decision-making tool for project investments based on real options: the case of wind power generation. *Annals of Operations Research*, 186(1), 465-490.
- [22] **Pindyck, R. S.** (1999). The long-run evolution of energy prices. *The Energy Journal*, 1-27.
- [23] **Rockafellar, R. T., Uryasev, S.** (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21-42.
- [24] **Tolmasquim, M.T.** *Novo modelo do setor elétrico brasileiro*. EPE, Rio de Janeiro, 2011.
- [25] **Wachsmann, U., Tolmasquim, M. T.** (2003). Wind power in Brazil - transition using German experience. *Renewable energy*, 28(7), 1029-1038.
- [26] **Melo, E.** (2012) Inserção e Perspectiva Futura da Energia Eólica. *Cenários Energia Eólica: anuário 2012 (Revista Brasil Energia)*, vol. 31, p. 6.
- [27] **Maximo, R.** (2012) Os Preços Mais Baixos do Mundo, *Cenários Energia Eólica: anuário 2012 (Revista Brasil Energia)*, vol. 31, p. 34-41.
- [28] **Silva, A.L.R.** (2011) *Comportamento Do Grande Consumidor De Energia Elétrica*, 1ª ed. São Paulo: Instituto Geodireito.