

MODELOS DE OTIMIZAÇÃO PARA RESOLVER O PROBLEMA DE PROJETO DE CADEIA DE SUPRIMENTOS REVERSA

Ernesto Del R. Santibanez-Gonzalez

Departamento Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil
santibanez.ernesto@gmail.com

Geraldo Robson Mateus

Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil
Mateus@dcc.ufmg.br

Marcone Jamilson F. Souza

Departamento Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil
marcone@iceb.ufop.br

Henrique Pacca Luna

Instituto de Computação, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, Brasil
hpluna@gmail.com

Resumo

Neste artigo apresentamos duas novas formulações de programação linear mista-inteira 0-1 para uma classe de problemas de cadeia de suprimentos de remanufatura que é um problema NP-hard de otimização combinatória. Nós analisamos as formulações propostas junto a outra formulação que existe na literatura para concluir respeito do tempo computacional gasto para obter soluções ótimas, e também respeito da qualidade do limite inferior obtido pela relaxação dos problemas. Resultados computacionais são apresentados e analisados para 15 instancias de problemas gerados aleatoriamente com redes de até 500 locais de coleta, 100 locais candidatos para localizar instalações de reprocessamento e 40 instalações de remanufatura (500x100x40). Segundo nosso conhecimento, não existem experiências prévias com redes de grande porte para este tipo de problemas. Os resultados computacionais foram obtidos usando GAMS e CPLEX com uma PC de 1Gb RAM e 2.3GHz.

Palavras-Chaves: cadeias de suprimentos sustentáveis; logística reversa; programação inteira.

Abstract

In this paper we propose two new 0-1 Mixed Integer Programming (MILP) formulations for a NP-hard remanufacturing supply chain design (RSCD) problem. We analyze the quality of the lower bounds and the computing times provided by these two proposed formulations and we compare the results obtained with a previous known formulation. We report computational results for 15 large-scale network instances generated randomly with up to 500 sourcing facilities, 100 candidate sites for locating reprocessing facilities and 40 remanufacturing facilities (500x100x40). To the best of our knowledge, there are not previous experiments with such large instances. Computational results were obtained using GAMS and CPLEX on a PC with 1Gb RAM and 2.3GHz.

Keywords: sustainable supply chain; reverse logistics; integer programming;

1 Introdução

A gestão dos fluxos de retorno de produtos tem recebido atenção crescente na última década. Existem restrições legais específicas em algumas regiões da Europa (por exemplo, ‘The European Waste Electrical and Electronic Equipment Directive (WEEE)’ e ‘End of Life Vehicles Directive (ELV)’) que incentivam as empresas da indústria automobilística para colaborar com outras empresas e organizações na cadeia de suprimentos de forma a assegurar que os produtos sejam desmontados e reutilizados, reconicionados, reciclados ou eliminados de forma segura no final de sua vida. Como apontado por alguns autores (Blackburn *et al.*, 2004), importantes benefícios econômicos podem ser obtidos ao projetar a cadeia de suprimentos reversa para que ela seja mais ágil e reduza o custo dos atrasos. Segundo os mesmos autores, as estratégias para projetar cadeias de suprimentos reversas ainda são relativamente inexploradas e subdesenvolvidas. Os produtos de retorno (devolvidos) podem ser remanufaturados, se a relação custo-benefício é conveniente. Algumas empresas podem tratar todo o produto que retorna como defeituoso. Alguns produtos retornados podem ser novos e nunca ter sido usados; portanto, esses produtos devem ser devolvidos para o fluxo direto. Alguns produtos não reutilizados ou reconicionados são vendidos para a sucata ou reciclagem. Os produtos remanufaturados são vendidos em mercados secundários para obter uma receita adicional, muitas vezes, para um segmento de clientes relutantes ou incapazes de adquirir um novo produto. Neste contexto, as atividades de remanufatura são reconhecidas como a principal opção de recuperação em termos de sua viabilidade e os benefícios que pode trazer para a empresa.

Neste trabalho abordamos o problema de modelar e resolver o problema de projeto de cadeia de suprimentos reversa de três camadas, a qual abrange atividades de remanufatura. É um problema de otimização da classe NP-difícil. Analisamos, para grandes instâncias de teste do problema, o desempenho de três modelos diferentes em termos de tempos de computação e qualidade do limite inferior. Vale lembrar que um modelo eficiente, em termos de tempo de computação e qualidade do limite, pode permitir resolver problemas de grande porte através do uso de técnicas tipo *Branch & Bound*, Decomposição de Benders e outras similares.

O restante deste artigo foi organizado como segue: Na segunda seção, nós fornecemos uma revisão da literatura com uma breve introdução à cadeia de suprimentos sustentável e reversa e, particularmente, para o caso de remanufatura. Na terceira seção, formulamos o modelo matemático para o problema e propomos dois diferentes modelos de programação linear inteira mista (MILP). Na quarta seção, apresentamos os resultados experimentais para grandes conjuntos de dados gerados aleatoriamente. A última seção contém as conclusões e indicações para pesquisas futuras.

2 Revisão da Literatura

A adoção de uma gestão ecológica sustentável implica uma série de mudanças para as empresas desde o nível estratégico até o ponto de vista operacional, afetando suas pessoas e impactando os seus processos de negócios e tecnologia. Neste âmbito, Simchi-Levi *et al.* (2007) apontaram que as decisões de nível estratégico têm um efeito duradouro sobre a empresa. Estas decisões incluem o número, localização e capacidade de armazéns e fábricas, e o fluxo de material através da rede logística da empresa. Eles estabeleceram uma ligação clara entre os modelos de localização de facilidades e decisões estratégicas para a gestão da cadeia de suprimentos (SCM). *Supply Chain Management - SCM*, e em particular Gestão Sustentável da Cadeia Suprimentos – SSCM, fornecem um bom arcabouço para abordar as questões sustentáveis. A gestão verde da cadeia de suprimentos (GSCM) é outro conceito acunhado nos últimos anos. Este conceito abrange todas as etapas do ciclo de vida do produto, desde a fabricação do primeiro ao último estágio, ou seja, desde a concepção do produto até a

reciclagem. Srivastava (2007) fez uma revisão detalhada da literatura e ele mostra que ainda não tem sido suficientemente desenvolvido um arcabouço que sirva de referência para GSCM. Como consequência, o autor identifica a necessidade de uma "classificação sucinta para ajudar acadêmicos, pesquisadores e profissionais na compreensão integrada de GSCM a partir de uma perspectiva mais ampla". Finalmente, ele define GSCM como um ambiente que integra o *design* de produto, abastecimento da matéria prima e seleção de fornecedores, processos de fabricação, a entrega do produto final aos consumidores, e a gestão do produto após sua vida útil. Gestão Sustentável da Cadeia de Abastecimento envolve: (a) muitas organizações, (b) muitos processos de negócios dentro e entre organizações, e (c) com os objetivos sociais, ambientais e econômicos compartilhados por cada organização e a cadeia de suprimentos inteira. Como já foi mencionado anteriormente, as empresas devem orquestrar seus esforços ecológicos em todos os processos de *Supply Chain*, dentro e entre organizações, começando com o *design* e desenvolvimento de produtos, abastecimento e compras, fabricação, embalagem, transporte, armazenagem e gestão de estoque, atendimento da demanda, e a gestão do final de vida de produtos, incluindo gestão de resíduos e logística reversa (Tohamy, 2009). Como parte da SSCM, a logística reversa é definida como 'o processo de planejamento, implantação e controle de maneira eficiente e eficaz dos custos e informações envolvidos no fluxo de matérias-primas, produtos em processo, em inventário, e produtos acabados do ponto de consumo até o ponto de origem com o propósito de recapturar valor ou fazer o descarte apropriado' (Rogers & Tibben-Lembke, 1998). Em uma cadeia de suprimentos reversa, o sistema de logística reversa compreende uma série de atividades para o tratamento de produtos devolvidos, até que sejam devidamente valorizados ou eliminados. Essas atividades incluem coleta, limpeza, desmontagem, teste e classificação, armazenamento, transporte, e operações de recuperação. Em relação às operações de recuperação, podemos encontrar uma combinação de várias opções de recuperação, como a reutilização, reparação, recondicionamento, remanufatura, canibalização e reciclagem (Beaulieu, 1999; Dekker & Van Der Laan, 1999). De acordo com Fleischmann *et al.* (1997) e Thierry *et al.* (1995), podem ser identificados quatro tipos de redes básicas de logística reversa: a rede diretamente reutilizável (DRN), a rede de remanufatura (RMN), a rede de serviço de reparo (RSN), e da rede de reciclagem (RN).

Cadeia de suprimentos de circuito fechado é outro tipo importante de problemas de projeto de rede logística reversa. Normalmente, o problema de projeto de rede logística é orientado para frente para cadeias de suprimentos *forward* ou para trás para cadeia de suprimentos reversa, como no caso mencionado anteriormente. Quando integramos as cadeias de suprimentos *forward* e reversa, obtemos um sistema fechado e, portanto, uma nova classe de problemas englobados pelo termo gestão da cadeia de suprimentos de circuito fechado. Guide e Van Wassenhove (2009) definiram a cadeia de suprimentos de circuito fechado 'como o projeto, controle e operação de um sistema para maximizar a criação de valor ao longo do ciclo de vida de um produto com recuperação dinâmica de valor a partir de diferentes tipos e quantidades de produtos de retorno ao longo do tempo'.

Neste artigo, vamos nos concentrar na rede de remanufatura (RMN) e depois na cadeia de suprimentos reversa. Aqui, a remanufatura é definida como um dos métodos de recuperação pelo qual produtos ou componentes desgastados são recuperados para produzir uma unidade equivalente em qualidade e desempenho que o produto original novo e, em seguida, podem ser revendidos como novos produtos ou peças. Devido ao fato de que as atividades de remanufatura são frequentemente implantadas pelo produtor inicial dessa rede, é provável que seja um sistema de circuito fechado. As atividades de remanufatura são reconhecidas como a principal opção de recuperação em termos de sua viabilidade e os benefícios. Elas fornecem

para as firmas uma maneira de gerenciar a eliminação dos seus produtos usados, para reduzir eficazmente os custos de produção e poupar matérias-primas.

2.1 Alguns problemas de localização relacionados ao projeto de cadeias de suprimentos reversas

Simchi-Levi *et al.* (2007) apontaram que as decisões estratégicas envolvem o número, localização e capacidade dos armazéns e fábricas, a (re) produção e / ou o fluxo de material através da rede logística. Em seguida, a localização de instalações é um dos problemas estratégicos que fazem parte de um processo de planejamento para a gestão e projeto da rede logística da cadeia de suprimentos. Os maiores benefícios da aplicação da SCM são obtidos por uma análise ampla incluindo as organizações atuando mais perto das matérias-primas até as organizações atuando mais perto do consumidor na cadeia de suprimentos e depois a volta novamente para que os produtos não vendidos sejam reciclados. Por outro lado, estendendo o foco, estamos aumentando o número de organizações, multiplicando-se a relação entre as organizações e obtendo uma cadeia de suprimentos mais complexa de analisar. Considerando essa complexidade, o foco da literatura de gestão da cadeia de suprimentos tem sido em redes diádicas (unidades fornecedor - unidades cliente) (Choi & Wu, 2009). O problema de localização de instalações e alocação de clientes não é novidade para a comunidade de pesquisa operacional e aborda os aspectos fundamentais do projeto da cadeia de suprimentos (Daskin *et al.*, 2005). Este problema é 'um dos mais abrangentes problemas de decisões estratégicas que precisam ser otimizados para uma operação eficiente de toda a cadeia no longo prazo' (Altıparmak *et al.*, 2006). Observe que algumas pequenas mudanças nas restrições e variáveis dos modelos clássicos de localização de instalações podem originar problemas muito difíceis de resolver (Farahani & Hekmatfar, 2009).

A presença de atividades de recuperação (como remanufatura) traz alguns novos desafios no projeto e gestão de cadeia de suprimentos. Fleischmann *et al.* (2000) discutem as novas questões que surgem no contexto da logística reversa e revisaram os diversos modelos matemáticos propostos na literatura.

Em relação aos problemas de localização para o projeto de redes de logística reversa, Bloemhof-Ruwaard *et al.* (1996) apresentaram um problema em dois níveis para a distribuição e descarte de resíduos, em que a demanda por produtos é atendida pelas plantas, enquanto os resíduos gerados pela produção é corretamente eliminado nas unidades de disposição de resíduos. Barros *et al.* (1998) descreveram uma rede para a reciclagem de areia a partir de resíduos da construção e propuseram um modelo de localização de dois níveis para resolver o problema de localização de dois tipos de instalações intermédias.

Em relação a modelos de localização para a remanufatura, Krikke *et al.* (1999) descreveram uma pequena rede de logística reversa para o retorno, processamento e recuperação de copadoras descartadas. Eles apresentaram um modelo MILP com base em um modelo de localização de armazéns multi-níveis não-capacitado. O modelo foi utilizado para determinar os locais e as capacidades das instalações de recuperação, bem como as ligações de transporte entre os vários locais. Jayaraman *et al.* (1999) analisaram uma rede logística de circuito fechado de uma empresa de remanufatura de equipamentos eletrônicos nos EUA. Eles propuseram um modelo MILP 0-1 para determinar a localização das instalações de distribuição/remanufatura, o transbordo, produção e estocagem das quantidades ideais dos produtos remanufaturados. Em Jayaraman *et al.* (2003) é proposto um modelo MILP 0-1 para um problema de distribuição de produtos de *recall*. Os autores analisaram o caso particular em que o cliente retorna o produto para uma loja de *retail* e o produto é enviado para um local de retificação que irá refazer o produto ou eliminá-lo corretamente. Com o objetivo de minimizar os custos fixos e de distribuição, o modelo tem de decidir quais lugares de coleta e

quais de reforma devem ser abertos, sujeitos a um limite no número de locais de coleta e locais de reforma que podem ser abertos. Shih (2001) propôs um modelo para lidar com uma rede de reciclagem de aparelhos elétricos e computadores em Taiwan. Sahyouni *et al.* (2007) apresentaram três modelos MILP genéricos de localização de instalações para a tomada de decisão no projeto de redes logísticas integrada *forward* e reversa. As formulações são baseadas no modelo conhecido de localização de custo fixo não-capacitado e incluem a localização dos centros de coleta de produtos usados e a alocação dos fluxos de retorno do produto para estes centros. Lu e Bostel (2007) apresentaram um problema de localização de dois níveis com três tipos de instalações a serem localizados em um sistema de logística reversa. Eles propuseram um modelo MILP 0-1 que considera simultaneamente fluxos *forward* e reverso e suas interações mútuas. O modelo tem de decidir o número e os locais dos três diferentes tipos de instalações: produtores, centros de remanufatura e centros intermediários.

Este trabalho faz duas contribuições principais. Em primeiro lugar, propõe duas formulações de programação matemática (forte e fraco) para um problema de cadeia de suprimentos reversa. Em segundo lugar, é realizado um estudo comparativo computacional das formulações propostas para instâncias de grande porte, e analisamos a qualidade do limite inferior fornecido por cada formulação e os tempos de computação gastos.

Neste trabalho, estudamos um problema de localização de três camadas para uma RMN. Em nosso problema são considerados os fluxos reversos. A cadeia de suprimentos é composta de três tipos de instalações: coleta, reprocessamento e remanufatura. Veremos que as decisões sobre localização de unidades de reprocessamento são fortemente ligadas aos locais de coleta e as instalações de remanufatura. Na seção seguinte, descrevemos o contexto do problema e apresentamos os modelos MILP.

3 Modelos para projetar uma cadeia de suprimentos de remanufatura

Nesta seção, vamos analisar três modelos MILP para o nosso problema de projetar uma rede de cadeia de suprimentos de remanufatura. Este problema pode ser classificado como um modelo de localização de um produto único, estático, de dois escalões, capacitado e com demanda conhecida. A rede da cadeia de suprimentos de remanufatura é composta por três tipos de membros: instalações de coleta (lugares de origem do produto de retorno, como uma loja de varejo), locais de reprocessamento e instalações de remanufatura. No nível dos clientes, há demandas de produtos e produtos usados prontos para ser recuperados. Supomos que os clientes devolvem os produtos a lugares de coleta como, por exemplo, uma loja de varejo. Na segunda camada da rede de cadeia de suprimentos existem centros de reprocessamento utilizados apenas no canal reverso e eles são responsáveis por atividades, tais como a limpeza, desmontagem, verificação e classificação, antes que os produtos devolvidos sejam enviados de volta para as instalações de remanufatura. Na terceira camada, as instalações de remanufatura aceitam os retornos provenientes de instalações de reprocessamento e são responsáveis pelo processo de condicionamento. Neste trabalho abordamos o fluxo para trás de retornos provenientes de instalações de coleta e que vão para as instalações de remanufatura através de instalações de reprocessamento adequadamente localizadas em locais pré-definidos. Em tal rede de cadeia de suprimentos, o fluxo reverso, desde clientes através de pontos de coleta para finalmente chegar a instalações de remanufatura, é formado por produtos utilizados, enquanto o outro fluxo (*forward*) - desde instalações de remanufatura diretamente para pontos de vendas - é composto por "novos" produtos. A Figura 1 mostra uma rede de remanufatura da cadeia de suprimentos composta por 6 grupos de clientes, 8 lugares candidatos para localizar instalações de reprocessamento (com três instalações abertas) e duas instalações de remanufatura.

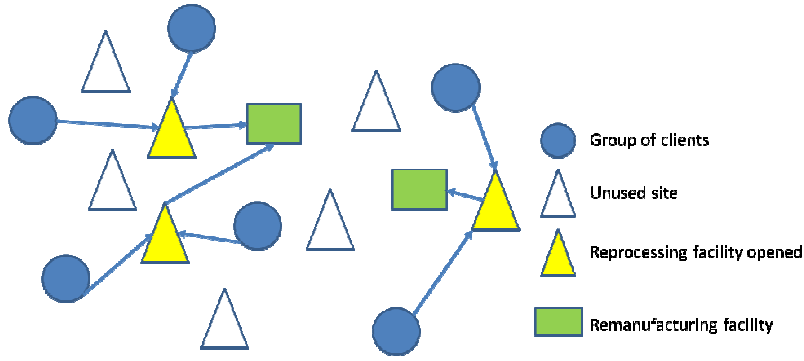


Figura 1: Exemplo de uma rede de uma cadeia de suprimentos de remanufatura

3.1 Modelo RSCP-1

Em nosso modelo é assumido que as demandas de produtos (novos) e as quantidades disponíveis de produtos utilizados nos clientes são conhecidas e não aleatórias. Todos os produtos devolvidos (produtos usados) são primeiramente enviados de volta para instalações de coleta, onde alguns deles serão eliminados por várias razões, como por exemplo, produtos de má qualidade. Os produtos de retorno já verificados serão então enviados de volta para instalações de remanufatura, onde alguns deles ainda podem ser eliminados. A demanda de produtos nos clientes pode ser atendida por pontos de venda, que recebem produtos das instalações de remanufatura. Em nosso problema, os produtos remanufaturados são considerados da mesma qualidade que os novos produtos provenientes de produtores "tradicionais" em termos de satisfazer as demandas dos clientes.

Apresentamos as seguintes entradas e conjuntos:

J = conjunto de instalações de coleta, indexadas por j

L = conjunto de instalações de remanufatura, indexadas por l

K = conjunto locais candidatos para localizar uma instalação de reprocessamento, indexadas por k

a_j = quantidade ofertada no ponto $j \in J$

b_l = quantidade demandada na instalação de remanufatura $l \in L$

f_k = custo fixo de localizar uma instalação de reprocessamento no local candidato $k \in K$

g_k = custo de gestão de fluxo instalação de reprocessamento no local candidato $k \in K$

c_{jk} = custo de transporte por unidade desde a instalação de coleta $j \in J$ até $k \in K$

d_{kl} = custo de transporte por unidade desde $k \in K$ até $l \in L$

u_k = capacidade de reprocessamento da instalação aberta em $k \in K$

Consideramos as seguintes variáveis de decisão:

$w_k = 1$ se uma instalação de reprocessamento é aberta no local $k \in K$, 0 caso contrário

x_{jk} = fluxo de produtos desde $j \in J$ até a instalação de reprocessamento $k \in K$

y_{kl} = fluxo de produtos desde a instalação de reprocessamento $k \in K$ até a instalação $l \in L$

O problema de projeto de uma cadeia de suprimentos de remanufatura (RSCP-1) pode ser modelado como segue:

$$\text{Min} \sum_{i \in I} f_k w_k + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{jk} x_{jk} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} g_k x_{jk} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} d_{kl} y_{kl} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{j \in J} x_{jk} \leq u_k w_k \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{jk} \leq a_j \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$\sum_{l \in L} y_{kl} \geq b_l \quad \forall l \in L \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} x_{jk} = \sum_{l \in L} y_{kl} \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$x_{jk}, y_{kl} \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall l \in L, \forall k \in K \quad (6)$$

$$w_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (7)$$

Neste problema, o número e local onde serão abertas instalações de reprocessamento deve ser decidido. A função objetivo (1) minimiza a soma dos custos de instalação das instalações de reprocessamento mais os custos de transporte entre as instalações de coleta e as instalações de reprocessamento, como também entre estas últimas e as instalações de remanufatura. As restrições (2) asseguram que todos os produtos de retorno de um lugar de coleta vão para uma instalação aberta $k \in K$ com capacidade suficiente para atender a esse fluxo. As restrições (3) asseguram que o fluxo total de produtos de retorno que se origina em um lugar de coleta $j \in J$, seja menor que sua capacidade. As restrições (4) asseguram que a demanda da instalação de remanufatura $l \in L$ seja atendida. As restrições (5) estabelecem o equilíbrio de fluxo para cada instalação de reprocessamento $k \in K$. As restrições (6) e (7) estabelecem o domínio das variáveis de decisão. Este modelo tem $O(n^2)$ variáveis contínuas, sendo $n = \max\{|J|, |L|, |K|\}$, e $|K|$ variáveis binárias. O número de restrições é $O(n)$.

3.2 Modelo RSCP-2

Propomos um modelo diferente - RSCP-2 - para o problema acima seguindo Geoffrion e Graves (1974). Como observaram esses autores, modelos como o RSCP-1 esquecem a origem dos produtos que chegam às instalações de remanufatura, perdendo-se o rastreamento dos produtos. Em algumas aplicações reais, por exemplo resíduos biomédicos, nós gostaríamos de controlar a origem dos produtos que chegam às instalações de remanufatura. Neste modelo RSCP-2, introduzimos variáveis triplamente subscriptas para gerenciar a origem de fluxos de produtos até o destino. As seguintes alterações nos parâmetros e variáveis devem ser consideradas:

c_{jkl} = custo de transporte por unidade desde a instalação de coleta $j \in J$ até a instalação de remanufatura $l \in L$ passando pela instalação $k \in K$. Este parâmetro corresponde à soma dos parâmetros c_{jk} e d_{kl} descritos no modelo RSCP-1.

x_{jkl} = fluxo de produtos da instalação de coleta $j \in J$ até a instalação de remanufatura $l \in L$ passando pela instalação $k \in K$.

RSCP-2

$$\text{Minimize} \sum_{k \in K} f_k w_k + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} c_{jkl} x_{jkl} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} g_k x_{jkl} \quad (1a)$$

Sujeito a

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} x_{jkl} \leq a_j \quad \forall j \in J \quad (2a)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{jkl} \geq b_l \quad \forall l \in L \quad (3a)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} x_{jkl} \leq u_k w_k \quad \forall k \in K \quad (4a)$$

$$x_{jkl} \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (8)$$

Nesta formulação, as restrições (2a) asseguram que a quantidade de todos os produtos enviados a partir de um lugar de coleta j deve ser menor que sua capacidade. As restrições (3a) asseguram que a demanda da instalação de remanufatura l seja satisfeita. As restrições (4a) asseguram que o fluxo de produtos passando pela instalação de reprocessamento k seja menor que sua capacidade e que esta instalação esteja aberta. Observe que neste modelo o número de variáveis positivas é $O(n^3)$, enquanto que o número de variáveis binárias e restrições permanecem igual ao do modelo anterior. As restrições (2a) e (3a) são equivalentes às restrições (3) e (4) respectivamente, e as restrições (4a) são equivalentes às restrições (2).

3.3 Modelo RSCP-3

Finalmente, nós propomos e analisamos uma terceira formulação para o mesmo problema - modelo RSCP-3 - inspirada em Jayaraman *et al.* (2003). Neste modelo definimos as variáveis de fluxo x_{jkl} representando uma fração da demanda da instalação l a ser atendida j através de k . Introduzimos uma constante M como sendo a cardinalidade do conjunto J . O restante dos parâmetros e variáveis continua a ser como nos outros modelos. Nós trabalhamos com a formulação fraca do problema.

RSCP-3

$$\text{Minimize} \sum_{k \in K} f_k w_k + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} c_{jkl} a_j x_{jkl} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} g_k a_j x_{jkl} \quad (1b)$$

Sujeito a

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} x_{jkl} = 1 \quad \forall j \in J \quad (2b)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} a_j x_{jkl} \leq b_l \quad \forall l \in L \quad (3b)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} a_j x_{jkl} \leq u_k \quad \forall k \in K \quad (4b)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} x_{jkl} \leq M w_k \quad \forall k \in K \quad (5b)$$

Nesta formulação, sem perda da generalidade, é assumido que $\sum_{j \in J} a_j = \sum_{l \in L} b_l$. As restrições (2b) asseguram que toda a oferta de produtos de retorno do lugar de coleta j seja escoada para as instalações l passando pelas instalações k . As restrições (3b), juntamente com as restrições (2b), garantem que toda a demanda da instalação l seja atendida. As restrições (4b) garantem que a quantidade de produtos passando através da instalação k seja menor que a

sua capacidade. As restrições (5b) asseguram que os produtos de retorno sejam escoados através de instalações k efetivamente abertas. O número de variáveis e restrições é igual ao modelo *RSCP-2*.

4 Resultados Computacionais

Nesta seção são apresentados e analisados os resultados computacionais obtidos para os diferentes modelos propostos. O propósito é analisar o desempenho dos modelos em relação ao tempo computacional para obter a solução ótima ou limite inferior e a qualidade do limite inferior dos diferentes modelos.

Todos os modelos foram testados em *GAMS* e usamos o *CPLEX* com a configuração padrão de seus parâmetros. Todos os experimentos foram realizados usando um PC com 1 GB RAM e 2,3 GHz. Como não existe um conjunto de dados para teste para este tipo de problema na literatura, nós geramos aleatoriamente 15 instâncias de teste seguindo metodologias similares às usadas por outros autores para problemas similares ao discutido neste artigo (por exemplo: Li, 2011; Lu e Bostel, 2007). Estas instâncias do problema, que podem ser obtidas por solicitação aos autores, correspondem a redes de até 500 lugares de coleta, 100 locais candidatos para localizar instalações de reprocessamento e 40 instalações de remanufatura. Segundo nosso conhecimento até agora, estas são as maiores instâncias para testar problemas de cadeia de suprimentos de remanufatura. As principais características dessas instâncias são descritas na Tabela 1. Todos os custos de transporte foram gerados aleatoriamente usando uma distribuição uniforme com parâmetros $[1, 40]$. Os custos de gerenciamento foram configurados em 30 para todas as instâncias, exceto para a instância 1. Os parâmetros das instâncias 9-15 são os mesmos das instâncias 1-8, à exceção dos custos fixos que foram obtidos multiplicando por 10 os custos fixos das instâncias 1-8. As unidades de oferta (a_j), capacidades de instalações de reprocessamento (m_k) e capacidades das instalações de remanufatura (b_l) são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Características das instâncias

#	Instâncias	J	K	L	Custos Fixos	a_j	m_k	b_l
1	40x20x15	40	20	15	300	150	400	400
2	100x40x20	100	40	20	500	150	400	750
3	150x40x20	150	40	20	1000	200	800	1500
4	200x80x20	200	80	20	1000	300	800	3000
5	300x80x40	300	80	40	2000	200	800	1500
6	350x100x40	350	100	40	2000	200	800	1750
7	400x100x40	400	100	40	2000	200	1500	2000
8	500x100x40	500	100	40	2000	200	1500	2500
9	100x40x20	100	40	20	5000	150	400	750
10	150x40x20	150	40	20	10000	200	800	1500
11	200x80x20	200	80	20	10000	300	800	3000
12	300x80x40	300	80	40	20000	200	800	1500
13	350x100x40	350	100	40	20000	200	800	1750
14	400x100x40	400	100	40	20000	200	1500	2000
15	500x100x40	500	100	40	20000	200	1500	2500

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos usando *GAMS* com *CPLEX* para os diferentes modelos. Comparamos o valor da função objetivo para a relaxação linear de cada modelo (z_L) e o valor ótimo da solução inteira (z^*). A tabela também mostra os tempos computacionais obtidos em segundos. Podemos observar que, para todas as instâncias, o modelo *RSCP-1* tem um melhor desempenho que os outros modelos em termos de tempo computacional gasto para encontrar a solução do problema. Nós também observamos que, para todas as instâncias de

problemas testados, o limite inferior obtido pelo modelo RSCP-1 é igual ao limite obtido pelo modelo RSCP-2. Não podemos concluir qual modelo pode ser mais forte. Ambos os modelos obtiveram um melhor limite inferior que o limite obtido pelo modelo RSCP-3. Também podemos observar que, para instâncias de problemas com mais de 300 locais de coleta (marcados com a letra “a” na tabela), os modelos RSCP-2 e RSCP-3 não conseguem obter a solução inteira ótima seja porque estouraram a capacidade de memória, seja porque ultrapassam o tempo limite definido. Em relação aos tempos computacionais gastos, observamos que o modelo RSCP-1 obtém a solução ótima inteira em um tempo muito menor se comparado com os outros modelos.

Tabela 2: Limite inferior (z_L), valor ótimo inteiro (z^*) e tempo computacional (segundos)

#	RSCP-1				RSCP-2				RSCP-3			
	z_L	seg.	z^*	seg.	z_L	seg.	z^*	seg.	z_L	seg.	z^*	seg.
1	142050	0.297	142550	0.437	142050	0.657	142550	1.516	137850	0.83	142550	1.218
2	519850	0.375	520100	0.625	519850	2.548	520100	10.265	501600	2.97	520100	5.014
3	1061600	0.672	1062800	1.063	1061600	5.125	1062800	20.642	1025100	4.749	1062800	21.313
4	2082300	1.226	2082700	2.39	2082300	22.704	2082700	72.015	2008300	15.406	2082700	73.203
5	2122600	1.655	2122700	3.188	2122600	53.593	2122700	280.53	1974600	61.547	2122700	458.45
6	2456900	2.265	2458650	13.516	2456900	170.22	a	-	2283900	96.702	a	-
7	2713867	6.889	2723700	454.02	2713867	105.03	a	-	2609200	168.985	a	-
8	3370633	5.392	3378000	290.88	3370633	166.16	a	-	3239300	343.952	a	-
9	688600	0.813	691100	0.75	688600	2.516	691100	16.203	506100	2.343	691100	19.064
10	1399100	0.547	1404800	0.875	1399100	3.969	1404800	42.656	1034100	4.703	1404800	37.265
11	2757300	3.515	2757700	2.281	2757300	16.172	2757700	56.374	2017300	12.533	2757700	51.155
12	3472600	4.03	3472700	3.578	3472600	68.047	3472700	295.64	1992600	55.876	3472700	365.75
13	4031900	2.905	4042650	13.64	4031900	132.08	a	-	2301900	100.061	a	-
14	3673867	3.124	3695700	395.42	3673867	143.02	a	-	2627200	168.22	a	-
15	4570633	7.453	4584000	502.20	4570633	204.84	a	-	3257300	226.749	a	-

Na Tabela 3 são apresentados os *gaps* para os diferentes modelos.

Tabela 3: *Gap* [$100(z^* - z_L)/z_L$] para os diferentes modelos

#	RSCP-1 Gap (%)	RSCP-2 Gap (%)	RSCP-3 Gap (%)
1	0.352	0.352	3.410
2	0.048	0.048	3.688
3	0.113	0.113	3.678
4	0.019	0.019	3.705
5	0.005	0.005	7.500
6	0.071	0.071	7,651
7	0.362	0.362	4,388
8	0.219	0.219	4,282
9	0.363	0.363	36.554
10	0.407	0.407	35.848
11	0.015	0.015	36.703
12	0.003	0.003	74.280
13	0.267	0.267	75,622
14	0.594	0.594	40,671
15	0.292	0.292	40,730
Mínimo	0,003	0,003	3,410
Máximo	0,594	0,594	75,622
Média	0,209	0,209	25,247

Pela Tabela 3, observamos que os limites inferiores (relaxação linear) obtidos pelo modelo RSCP-3 para as instâncias 9-15, são muito piores que os obtidos para as instâncias 1-8. Vale lembrar que as instâncias (9-15) foram obtidas multiplicando por 10 os custos fixos das outras instâncias. Todos os valores de *gap* (%) foram arredondados para três casas decimais. Observe que o valor do *gap* para o modelo RSCP-3, para todas as instâncias de problemas testados, é pior que aquele obtido pelos outros modelos RSCP-1 e RSCP-2. Observe também que, os *gaps* obtidos para os modelos RSCP-2 e RSCP-3, para as instâncias (6-8) e (13-15) foram calculados usando o valor da solução ótima obtida pelo modelo RSCP-1. O *gap* médio obtido pelos modelos RSCP-1 e RSCP-2 é de 0,209%, enquanto o *gap* obtido pelo modelo RSCP-3 é de 25%.

5 Conclusões

Neste artigo analisamos um tipo de problema de projeto de uma rede de cadeia de suprimentos de remanufatura. Trata-se de um problema de otimização combinatória *NP*-difícil que considera uma rede em três camadas em que deve ser decidida a localização de instalações de reprocessamento e o fluxo de transporte entre as diferentes instalações da rede de forma a minimizar os custos envolvidos. Nós propomos duas novas formulações de programação linear mista inteira 0-1 para o problema e comparamos o desempenho dessas formulações com outra existente na literatura. Foram geradas instâncias do problema de grande porte de até 500x100x40 e testes foram realizados usando *GAMS* e *CPLEX*. Podemos concluir que, para todas as instâncias testadas, o modelo RSCP-1 mais compacto apresenta um melhor desempenho em termos do tempo computacional gasto para obter a solução ótima inteira e o limite inferior. Este modelo requer um menor número de variáveis e o limite inferior é o mesmo que aquele obtido pela formulação baseada em Geoffrion e Graves (1974) tendo esta última um número muito maior de variáveis. Estes dois modelos RSCP-1 e RSCP-2 apresentaram melhores resultados tanto em termos de tempo computacional quanto em termos de qualidade do limite inferior encontrado. Finalmente, observamos que existem algumas instâncias do problema que só podem ser resolvidas otimamente pelo modelo RSCP-1. É necessário ressaltar que este resultado é de importância para a elaboração de algoritmos de otimização que visam resolver instâncias de grande porte para este tipo de problema.

Referências

- Altıparmak, F., Gen, M., Lin, L., & Paksoy, T. (2006). A genetic algorithm approach for multiobjective optimization of supply chain networks. *Computers & Industrial Engineering*, 51, 197–216.
- Barros, A.I., Dekker, R., & Scholten, V. (1998). A two-level network for recycling sand: a case study. *European Journal of Operational Research*, 110, 199–214.
- Blackburn, J.D., Guide, V.D.G., Souza, C., & Van Wassenhove, L.N. (2000). Reverse Supply Chains for Commercial Returns. *California Management Review*, 46, 6-22.
- Beaulieu, M., Martin, R., & Landry, S. (1999). Logistique à rebours: un portrait nord-américain. *Logistique & Management*, 7, 5–14.
- Bloemhof-Ruwaard, J.M., Salomon, M., & Van Wassenhove, L.N. (1996). The capacitated distribution and waste disposal problem. *European Journal of Operational Research*, 88, 490–503.
- Choi, T.Y., & Wu, Z. (2009). Taking the leap from dyads to triads: Buyer–supplier relationships in supply networks. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 15, 263-266.
- Daskin, M.S., Snyder, L.V., & Berger, R.T. (2005). Facility Location in Supply Chain Design. In A. Langevin and D. Riopel (Eds.), *Logistics Systems: Design and Optimization* (pp. 39-65). New York: Springer.

- Dekker, R., & Van Der Laan, E.A. (1999). Gestion des stocks pour la fabrication et la refabrication simultanées: synthèse de resultants récents. *Logistique & Management*, 7, 59–64.
- Farahani, R.Z. & Hekmatfar, M. (Eds.). (2009). *Facility location: concepts, models, algorithms and case studies*. Berlin:Physica-Verlag HD.
- Fleischmann, M., Bloemhof-Ruwaard, J.M., Dekker, R., Van Der Laan, E., Van Nunen, J., & Van Wassenhove, L.N. (1997). Quantitative models for reverse logistics: a review. *European Journal of Operational Research*, 103, 1–17.
- Fleischmann, M., Beullens, P., Bloemhof-Ruwaard, J.M., & Van Wassenhove, L.N. (2000). *The Impact of Product Recovery on Logistics Network Design*. Working paper of the Center for Integrated Manufacturing and Service Operations, 2000/33/TM/CIMSO 11.
- Geoffrion, A.M., & Graves, G.W. (1974). Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition. *Management Science*, 20, 5, 822-844
- Guide Jr., V.D.R., & Van Wassenhove, L.N. (2009). The Evolution of Closed-Loop Supply Chain Research. *Operations Research*, 57, 1, 10–18.
- Jayaraman, V., Guide Jr., V.D.R., & Srivastava, R.A. (1999). A closed-loop logistics model for remanufacturing. *Journal of the Operational Research Society*, 50, 497–508.
- Jayaraman, V., Patterson, R.A., & Rolland, E. (2003). The design of reverse distribution networks: Models and solution procedures. *European Journal of Operational Research*, 150, 128–149
- Krikke, H.R., Van Harten, A., & Schuur, P.C. (1999). Business case OCE: Reverse logistics network re-design for copiers. *OR Spektrum*, 21, 381–409.
- Li, N. (2011). *Research on Location of Remanufacturing Factory Based on Particle Swarm Optimization*. Proceedings of IEEE MSIE 2011, 1016-1019.
- Lu, Z. & Bostel, N. (2007). A facility location model for logistics systems including reverse flows: The case of remanufacturing activities. *Computers & Operations Research*, 34, 2, 299–323.
- Rogers, D.S., & Tibben-Lembke, R.S. (1998). *Going backwards: reverse logistics trends and practices*. Reno: Reverse Logistics Executive Council.
- Sahyouni, K., Savaskan, R.C., & Daskin, M.S. (2007). A Facility Location Model for Bidirectional Flows. *Transportation Science*, 41, 4, 484-499.
- Shih, L. (2001). Reverse logistics system planning for recycling electrical appliances and computers in Taiwan. *Resources, Conservation and Recycling*, 32, 55–72.
- Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., & Simchi-Levi, E. (2007). *Designing & Managing the Supply Chain* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Srivastava, S. (2007). Green Supply-Chain Management: A State-of-the-Art Literature Review. *International Journal of Management Reviews*, 9, 53-80.
- Thierry, M.C., Salomon, M., Van Nunen, J., & Van Wassenhove, L.N. (1995). Strategic issues in product recovery management. *California Management Review*, 37, 114–35.
- Tohamy, N. (2009). Green Journey Needs a Roadmap. *Supply Chain Management Review*, 1. Disponível em <http://www.scmr.com/toc-archive/2009/20090101.html>, acesso em 16 de julho de 2009.