



SPOLM 2007

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 08 e 09 novembro de 2007.

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O MÉTODO DE ANÁLISE HIERÁRQUICA E O MÉTODO TODIM: UM ESTUDO DE CASO EM COMANDO E CONTROLE

Rodrigo Octavio Pereira e Ferreira

Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia de Computação. Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha, CEP 22290-270, Rio de Janeiro – RJ
rodrigoinrio@gmail.com

Eduardo Orlando L´Hotellier

Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia de Computação. Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha, CEP 22290-270, Rio de Janeiro – RJ
lhotellier@gmail.com

Aderson Campos Passos

Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia de Computação. Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha, CEP 22290-270, Rio de Janeiro – RJ
aderson@ime.eb.br

RESUMO

Este artigo compara dois métodos analíticos de apoio multicritério à tomada de decisão para a escolha do posicionamento de uma brigada de manutenção em um cenário hipotético de Comando e Controle. As duas metodologias utilizadas são: o Método de Análise Hierárquica e o TODIM. Inicialmente são apresentadas noções gerais dos dois métodos e depois é resolvido o estudo de caso com cada um deles.

Pode-se ressaltar que o método AHP apresenta certas deficiências que o método TODIM não possui. A principal característica do último é agregar o paradigma da Teoria das Perspectivas que modela o comportamento humano em face o risco. Apesar das inovações do método TODIM ambos os métodos indicaram a mesma ordenação de preferência das alternativas, o que é um indício que qualquer um dos dois pode ser usado para avaliações de cenários de decisão em Comando e Controle.

PALAVRAS-CHAVE

Análise de Decisão Multicritério, TODIM, MAH, Comando e Controle

ABSTRACT

This paper compares two multi-criteria decision analytical methods. This comparison is done with a case study in a hypothetical Command and Control scenario where the objective is to place a maintenance brigade.

The methods used are the Analytic Hierarchy Process (AHP) and TODIM, based in Kahneman and Tversky's Prospect Theory. Initially, it is given a brief background of the two methodologies and then the decision process is undertaken in the case study scenario.

Although the two multi-criteria methods rely on different decision paradigms, this application study showed that results were quite similar to justify the use of both in the practice of similar military decision-making.

KEY-WORDS

Multicriteria decision analysis, TODIM, AHP, Command and Control

1 - INTRODUÇÃO

Este artigo realiza uma análise comparativa entre a aplicação de dois métodos de apoio multicritério a decisão aplicados à resolução de um estudo de caso hipotético em Comando e Controle. A situação tratada envolve o processo de escolha do posicionamento de unidades militares em uma situação hipotética de conflito. No processo decisório em questão foi utilizado o Método de Análise Hierárquica (AHP) (SAATY - 1991). O outro método utilizado foi o TODIM, cuja sigla significa Tomada de Decisão Interativa Multicritério (GOMES e LIMA – 1992), que traz em sua estruturação matemática componentes da Teoria da Perspectiva (KAHNEMAN e TVERSKY - 1979) e, por isso, permite levar em conta o comportamento humano em face ao risco na modelagem dos problemas decisórios.

Partindo-se das informações iniciais que compõem o estudo de caso, foi conduzida a resolução deste problema através do método AHP primeiramente, e em seguida executou-se a análise pelo método TODIM. Após o estudo ter sido solucionado os resultados foram comparados, com o objetivo de analisar características dos dois métodos.

2 - O MÉTODO AHP

O Método da Análise Hierárquica foi desenvolvido na década de 70 por Thomas Saaty sob o nome original de *Analytic Hierarchy Process* (AHP). O método leva esse nome por ordenar os critérios de forma hierárquica na qual o objetivo do problema assume a posição do topo da hierarquia.

Após a escolha de critérios chaves para a tomada de decisão outros subcritérios são escolhidos de maneira a especificar melhor os critérios e facilitar a sua valorização e assim sucessivamente, tomando a forma de uma árvore.

O AHP assume 3 considerações:

- É possível estabelecer uma preferência entre cada alternativa baseado em cada critério separadamente, de forma independente e com resultados numéricos.
- A valorização de cada critério pode ser calculada a partir de seus subcritérios, na forma de uma árvore.
- No nível mais baixo da hierarquia (folhas da árvore) os subcritérios podem ser valorados a partir de comparações paritárias.

Ao se comparar duas alternativas sobre a óptica de determinado subcritério devemos atribuir um valor numérico que representa a superioridade de uma alternativa sobre a outra nessa comparação. Quando lidamos com critérios quantitativos devemos levar em conta a idéia de função de utilidade antes de fazermos nossas comparações.

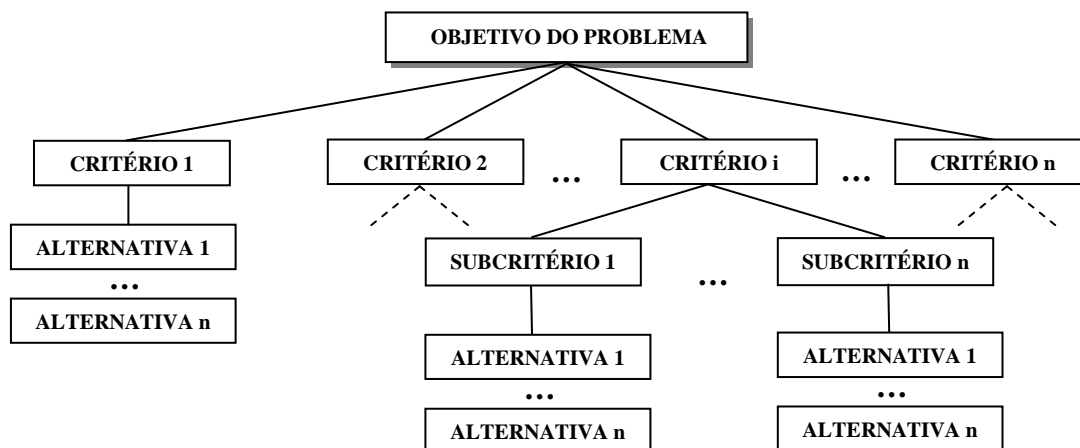


Figura 1 – Árvore de Critérios e Subcritérios

O método AHP determina 9 níveis para a comparação entre critérios. A existência de um limite superior mostrou-se útil para minimizar o problema da superestimação de valores quando as disparidades são muito elevadas. Foram escolhidos 9 níveis devido a inerente facilidade humana em avaliar um item através da tricotomia: rejeição, indiferença e aceitação, e da facilidade de subdividir cada um desses itens em três níveis: baixo, médio e alto.

Escala Numérica	Escala Verbal
1	Mesma Importância
3	Importância moderada de um sobre o outro
5	Importância essencial ou forte
7	Importância muito forte
9	Importância extrema
2,4,6,8	Valores intermediários

Tabela 1 – Escala Verbal do AHP

Com base nessas comparações é montada uma matriz quadrada para cada subcritério onde os valores de cada elemento da matriz são valores obtidos pela comparação das alternativas paritariamente. O autovetor normalizado da matriz determina a valoração de cada alternativa sob a luz de cada critério.

3 – TEORIA DA PERSPECTIVA

A Teoria da Perspectiva pertence ao campo da psicologia cognitiva e tem como base de seu paradigma a modelagem do comportamento do ser humano em face ao risco, no que diz respeito à tomada de decisões. O comportamento de decisores, observados pelos criadores da teoria, mostra que, nas situações que envolvem ganhos, seres humanos tendem a ser mais conservadores em relação ao risco e, em situações que envolvem perdas, mostram-se mais propensos ao risco. Isto é, quando se estabelece uma situação em que se pode ganhar, prefere-se um ganho menor, porém certo, a se arriscar por ganhos maiores e incertos. Em situações que envolvem perdas as pessoas preferem se arriscar a perder mais, porém, com a possibilidade de nada perderem, a ter uma perda menor, porém, certa. Foi verificado esse

comportamento dos seres humanos por meio de vários experimentos, aplicados a uma quantidade de pessoas considerada adequada.

O método TODIM utiliza na sua fundamentação a Teoria das Perspectivas, incorporando a curva da função de valor determinada experimentalmente por Kahneman e Tversky (1979) ao seu modelo analítico. A curva experimental é exibida na figura 2.

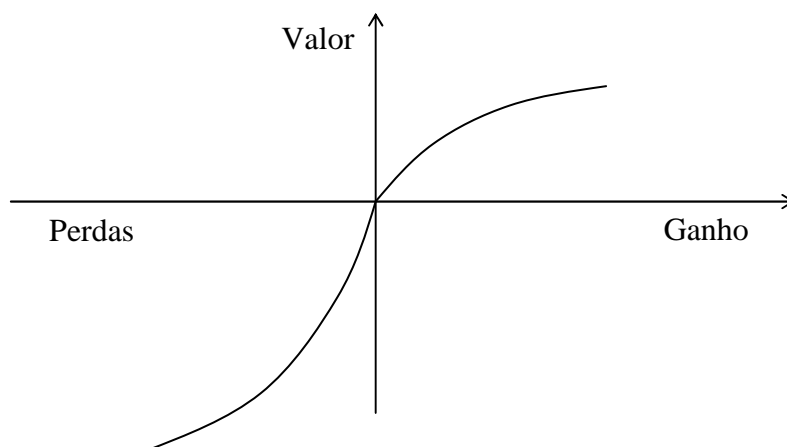


Figura 2 - Função de valor da Teoria da Perspectiva

A partir da incorporação dessa função de valor, permite-se estabelecer uma medida quantitativa da satisfação das pessoas, inserindo ao modelo a característica de aversão e propensão ao risco, natural dos seres humanos.

4 - O MÉTODO TODIM

O método TODIM, sigla que significa Tomada de Decisão Interativa Multicritério, é um método multicritério de análise de decisão, desenvolvido pelo professor brasileiro Luiz Flávio Autran Monteiro Gomes. Após sua aplicação é obtido como resultado as alternativas já ordenadas por ordem de preferência. O método utiliza modelagem matemática baseada em matrizes de comparações por pares como no AHP, porém, incorpora em seu modelo a Teoria da Perspectiva de Kahneman e Tversky (opus cit.), na qual se descreve o comportamento do ser humano em face ao risco.

Algumas pré-condições tornam-se necessárias antes que o método possa ser aplicado. Antes de iniciar a construção do modelo, é necessário que os critérios sejam bem selecionados atendendo ao pré-requisito de separabilidade, de forma que critérios não sejam contabilizados mais de uma vez dentro do mesmo modelo (CLEMEN - 1996). O método TODIM baseia-se também na Teoria da Utilidade Aditiva e para que haja separabilidade entre critérios, estes devem ser mutuamente preferencialmente independentes. Um atributo Y é dito preferencialmente independente do atributo X se as preferências para resultados específicos de Y não dependerem do nível do atributo X, e vice versa.

Após a seleção dos critérios e alternativas, montam-se duas matrizes. A primeira é a matriz de julgamentos, que possui n (número de alternativas) linhas e m (número de critérios) colunas. É realizada então uma consulta a pessoas (especialistas) capazes de opinar sobre a importância relativa das diversas alternativas, critérios e subcritérios do problema, sempre a partir de sua representação através da hierarquia. Estes decisores procedem com a valoração para cada uma das alternativas, critérios e subcritérios, e estes valores são inseridos na matriz.

Para o clássico exemplo da escolha de um automóvel, valores quantitativos (p.ex. consumo de combustível) são facilmente inseridos nas colunas. Já para julgamentos subjetivos (p.ex. conforto interno), são designados valores por meio da leitura da tabela 2 (PASSOS - 2002) que relaciona estes julgamentos de valor através de uma escala numérica. Posteriormente, faz-se a normalização através da divisão de cada coluna pelo seu maior valor.

A segunda matriz é a de comparação entre pares de critérios. Nessa matriz comparam-se os critérios entre si da mesma forma como se faz com o método AHP.

O método TODIM fornece como resultado final o valor global das alternativas ordenadas por ordem de preferência. Para que se façam os cálculos dos valores de cada alternativa, é necessário que, antes, sejam determinadas as dominâncias de cada alternativa em relação a cada uma das outras. A incorporação do paradigma da Teoria da Perspectiva pelo método TODIM se faz pela introdução dessa função de valor nas medidas de dominância de uma alternativa sobre a outra. Em um contexto multicritério, as perdas e os ganhos são definidos como diferenças entre os valores w_{ic} estabelecidos na matriz de julgamentos, para todas as alternativas, dentro de um critério c em particular. As equações constitutivas do método, portanto, são:

$$\delta(i, j) = \sum_{c=1}^m \Phi_c(i, j), \quad \forall(i, j)$$

Em que

$$\Phi_c(i, j) = \begin{cases} \sqrt{\frac{a_{rc}(w_{ic} - w_{jc})}{\sum_c a_{rc}}}, & \text{se } w_{ic} - w_{jc} > 0 \\ 0 & , \text{ se } w_{ic} - w_{jc} = 0 \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{(\sum_c a_{rc})(w_{ic} - w_{jc})}{a_{rc}}}, & \text{se } w_{ic} - w_{jc} < 0 \end{cases}$$

e

$\delta(i, j)$ = medida de dominância da alternativa i sobre a alternativa j ;

m = número de critérios;

c = critério genérico variando de 1 a m ;

a_{rc} = taxa de substituição do critério c pelo critério r (elemento da matriz de comparação por pares de critérios);

w_{ic}, w_{jc} = pesos das alternativas i e j , respectivamente, em relação ao critério c ;

θ = fator de atenuação de perdas

Na prática a função de valor incorporada ao TODIM se torna proporcional à raiz quadrada da diferença entre os valores w_{ic} . Isso significa que dado o aumento da diferença, maior será o valor da função $\Phi_c(i, j)$, porém ocorrerá em taxas decrescentes. Isso também é o que ocorre quando se interpreta o conceito da função de valor da Teoria da Perspectiva e indica a aversão ao risco.

Intensidade de importância	Definição	Comparação	Comparação
		Alternativa x Critério	Critério x Critério
0	Nenhuma importância	A alternativa i não contribui para o critério c	-
1	-	A alternativa i tem muito pequena importância para a o critério c	O critério p tem importância igual ao critério q
2	-	A importância da alternativa i está entre muito pequena e pequena para o critério c	A importância do critério p está entre igual e ligeiramente > do que a do critério q
3	Pequena importância	A alternativa i tem pequena importância para o critério c	A importância do critério p é ligeiramente > do que a do critério q
4	Importante	A alternativa i tem alguma importância para o critério c	O critério p é mais importante do que o critério q
5	Forte Importância	A alternativa i tem forte importância para o critério c	O critério p é fortemente mais importante do que o critério q
6	-	A importância da alternativa i está entre forte e bastante forte para o critério c	A importância do critério p está entre forte/> e muito forte/> do que o critério q
7	Muito Forte Importância	A alternativa i tem muito forte importância para o critério c	O critério p é muito fortemente mais importante do que o critério q
8	-	A importância da alternativa i está entre muito forte e absoluta para o critério c	A importância do critério p está entre muito fortemente > e absolutamente > do que o critério q
9	Absoluta Importância	A alternativa i tem absoluta importância para o critério c	O critério c é absolutamente mais importante do que o critério q

Tabela 2 – Substituição da Escala Verbal pela Escala Cardinal

Após serem efetuados os cálculos será montada a matriz quadrada de ordem n $\delta(i, j)$, onde n é o número de alternativas. Esta matriz é denominada matriz de dominâncias relativas das alternativas. Os valores totais das alternativas são determinados através do seguinte cálculo:

$$\xi_i = \frac{\sum_{j=1}^n \delta(i, j) - \text{Min} \sum_{j=1}^n \delta(i, j)}{\text{Max} \sum_{j=1}^n \delta(i, j) - \text{Min} \sum_{j=1}^n \delta(i, j)}$$

Cada valor ξ_i é uma soma de linhas normalizadas da matriz de dominâncias. Após calculados os valores, estes são ordenados e, assim, determina-se as alternativas a serem escolhidas.

5 - O ESTUDO DE CASO

O estudo de caso resolvido foi construído a partir de uma situação hipotética de conflito militar na região de fronteira da zona da 5ª RM (Paraná e Santa Catarina) com países vizinhos (BERGMANN et al - 2006). A idéia geral do estudo de caso é definir a melhor localização para o posicionamento de um Batalhão de Manutenção (Btl Mnt) de forma que este possa prestar apoio de 3º Escalão para as duas brigadas de Infantaria Mecanizada e para uma Brigada de Blindados já previamente posicionados no terreno. O Estado Maior da 5ª RM

levantou 4 alternativas de possíveis localizações para a instalação do Batalhão de Manutenção. A Figura 3 fornece uma visualização da situação apresentada.

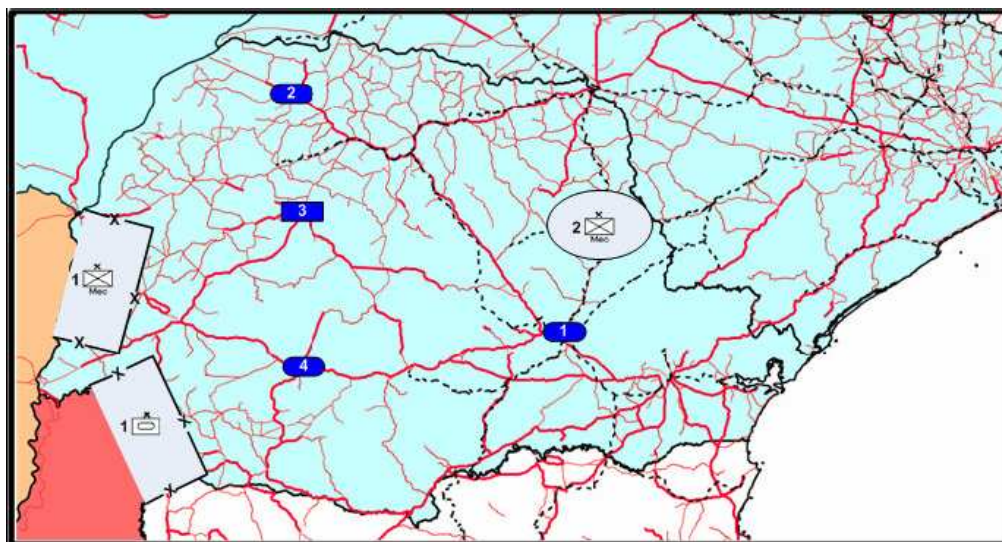


Figura 3 - Visão geral das opções de localização do do Batalhão Manutenção em relação ao terreno.

O problema presente no estudo de caso foi resolvido utilizando cada um dos métodos de análise de decisões, MAH e TODIM.

Os critérios levados em consideração para a aplicação dos métodos foram:

- Distância média de atendimento
- Vias de Transporte, analisados a partir dos subcritérios:
 - Capacidade de Transporte
 - Alternativas e Interligações
- Recursos Locais
- Segurança

A comparação paritária fornece a importância de cada critério para a escolha da alternativa. Com isso é possível determinar quais os critérios terão um peso maior na escolha final. A seguir as figuras 4 e 5 estabelecem os pesos relativos dos subcritérios e dos critérios respectivamente.

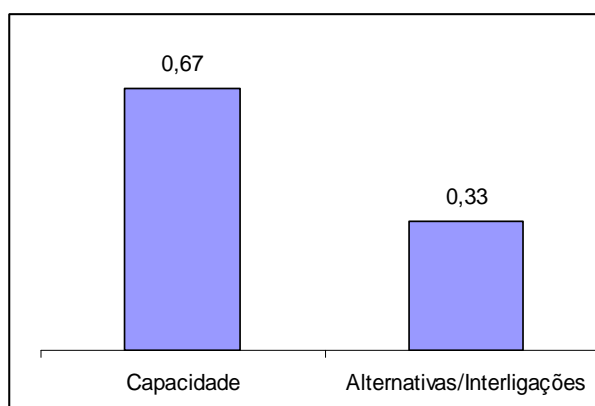


Figura 4 – Peso dos Subcritérios

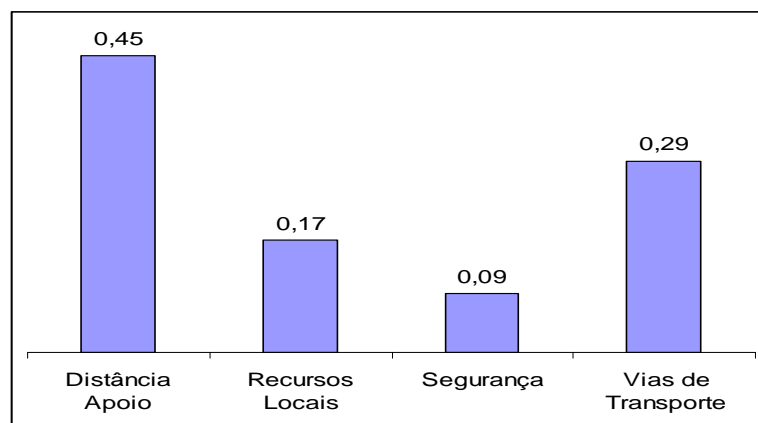


Figura 5 – Peso dos Critérios

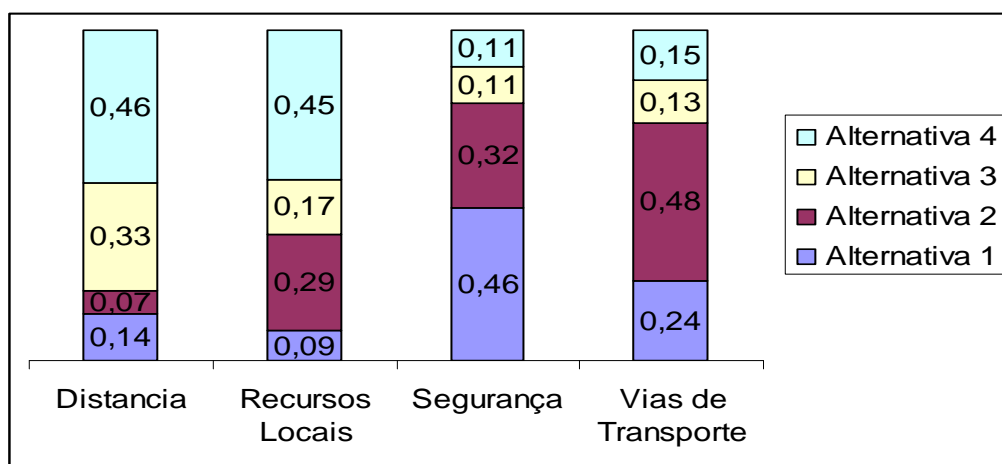


Figura 6 – Avaliação das alternativas sob a óptica dos critérios

Após o julgamento dos especialistas e a realização das comparações paritárias foi obtida a valoração para cada alternativa sobré a óptica de cada critério indicada na figura 6.

O resultado final pelo método AHP é calculado pela soma dos valores de cada alternativa em relação a cada critério ponderada pelos pesos dos critérios. O resultado esta representado na tabela 3.

Alternativa 4	0,33
Alternativa 2	0,25
Alternativa 3	0,22
Alternativa 1	0,19

Tabela 3 – Ordenação das alternativas pelo AHP

A resolução a partir do método TODIM se inicia a partir da matriz de julgamentos fornecida no estudo de caso que representa a opinião dos decisores. A matriz possui a seguinte composição, conforme os valores fornecidos:

	Critérios			
	Distância de Apoio	Recursos Locais	Segurança	Vias de Transporte
Alternativa 1	303	1	9	
Alternativa 2	320	3	4	
Alternativa 3	240	2	3	
Alternativa 4	227	7	3	

Tabela 4 - Matriz de Julgamentos dos critérios

	Vias de Transporte	
	Subcritérios	
	Capacidade	Alternativas e Interligações
Alternativa 1	30885	1
Alternativa 2	32065	7
Alternativa 3	24450	5
Alternativa 4	26805	4

Tabela 5 - Matriz de Julgamento dos subcritérios do critério Vias de Transporte

Entretanto, ainda são necessárias algumas modificações na matriz de julgamentos de forma que possa ser aplicado o método de maneira correta.

Deve-se verificar se entre os critérios quantitativos há algum critério para o qual é desejável ter seu valor minimizado e, caso haja, os valores para este critério deverão ser substituídos pelos seus valores invertidos. É o caso do critério quantitativo *Distância de apoio*, quanto maior o valor dado ao critério menos desejável é a alternativa e por isso antes de prosseguir com a aplicação do método estes deverão ter seus valores substituídos pelo seu inverso.

É necessário ainda normalizar os valores de cada coluna. A normalização é realizada dividindo-se cada elemento da coluna pelo elemento de maior valor da mesma coluna. Obtemos então a matriz de julgamentos normalizada, que será utilizada no método.

	Critérios			
	Distância de Apoio	Recursos Locais	Segurança	Vias de Transporte
Alternativa 1	0,75	0,14	1,00	
Alternativa 2	0,71	0,43	0,44	
Alternativa 3	0,94	0,29	0,33	
Alternativa 4	1,00	1,00	0,33	

Tabela 6 - Matriz de Julgamentos dos critérios normalizada

A partir da Matriz de Julgamentos calculam-se as diferenças entre os valores $w_{ic} - w_{jc}$ que são os julgamentos dentro de cada critério específico. Essa diferença representa a dominância da alternativa i sobre a alternativa j e está fundamentada na teoria da perspectiva. Com essas diferenças calculadas, é possível montar as matrizes de dominâncias parciais $\Phi(i, j)$ para cada critério específico. O critério de referência para o cálculo das dominâncias parciais será o critério *Distância de Apoio*, pois ele possui o maior peso. Com ele, será

possível calcular a taxa de substituição que será utilizada nas equações de $\Phi_c(i, j)$. Essa taxa de substituição será o quociente entre o peso do critério de referência e o peso do critério a ser utilizado para o cálculo da matriz Φ_c específica.

	Vias de Transporte	
	Subcritérios	
	Capacidade	Alternativas e Interligações
Alternativa 1	0,96	0,14
Alternativa 2	1,00	1,00
Alternativa 3	0,76	0,71
Alternativa 4	0,84	0,57

Tabela 7 - Matriz de Julgamentos dos subcritérios do critério Vias de Transporte normalizada

As tabelas 8 e 9 têm as taxas de substituição dos critérios e subcritérios e foram expostas como auxílio para os cálculos.

Taxas de Substituição	Critérios
1,00	Distância de Apoio
0,38	Recursos Locais
0,21	Segurança
0,65	Vias de Transporte

Tabela 8 - Taxas de Substituição para cada um dos critérios

Taxas de Substituição	Vias de Transporte Subcritérios
1,00	Capacidade de Transporte
0,50	Alternativas e Interligações

Tabela 9 - Taxas de Substituição para cada um dos subcritérios do critério Vias de Transporte

Partindo das matrizes de dominâncias parciais $\Phi(i, j)$ calculadas, monta-se a matriz de dominâncias $\Sigma \Phi_c(i, j)$, de mesma ordem, cujos elementos a_{ij} são a soma de cada a_{ij} das matrizes de dominâncias parciais calculadas. Com essa matriz de dominâncias é possível calcular os valores totais das alternativas e, dessa forma, ordená-las de acordo com as preferências dos especialistas ou agentes de decisão consultados.

1°	Alternativa 4	1,00
2°	Alternativa 2	0,92
3°	Alternativa 3	0,29
4°	Alternativa 1	0,00

Tabela 10 – Ordenação das Alternativas pelo método TODIM

Chega-se ao resultado final pela normalização dos valores das somas de cada linha da matriz de dominâncias, fazendo-os variar entre zero e um. Ao final, ordenam-se as alternativas, conforme mostrado na Tabela 10:

6 – CONCLUSÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Apesar de terem abordagem diferente, ambas as metodologias indicaram a mesma ordenação para as alternativas. Tal fato ocorreu devido a uma relação estreita entre os julgamentos de valores em cada metodologia que basearam-se numa mesma base de dados e num mesmo grau de satisfação sobre cada aspecto.

Entretanto, algumas ressalvas devem ser feitas com relação ao AHP. Quando há uma grande quantidade de alternativas aumenta a probabilidade de que as matrizes de comparações paritárias apresentem um valor maior de inconsistência, isso ocorre devido ao processo decisório longo e cansativo ao qual o decisor estaria exposto. Podemos ter ainda a *reversão de ordem* que pode acontecer ao ser inserida uma nova alternativa. Devido ao caráter de inconstância que possa haver entre as comparações paritárias essa nova alternativa inverte a ordem de outras já existentes. Essa reversão de ordem pode ser atenuada substituindo a normalização convencional pela divisão de todos os elementos do vetor pelo maior elemento (Belton e Gear, 1983).

Já o método TODIM calcula o seu vetor de pesos de maneira distinta, evitando assim essa anomalia. Além disso o método TODIM ainda apresenta a possibilidade de se modelar critérios interdependentes.

Por ser um método muito tradicional e difundido o AHP provavelmente será o método de referência ao se tratar sobre métodos de análise multicritério por um longo tempo. Entretanto como foi visto, o método TODIM traz vantagens em relação ao seu antecessor principalmente no que tange a inserção da Teoria da Perspectiva no modelo, avaliando com isso o comportamento humano frente ao risco.

Os resultados aqui obtidos pressupõem a realização de criteriosa análise de sensibilidade, que revise e confirme os julgamentos fornecidos para a obtenção dos resultados.

7 – REFERÊNCIAS

BELTON, V; GEAR, T. “On a short-coming of Saaty’s method of analytic hierarchies”. *Omega*, v. 11,n. 3, p. 227-230, 1982.

BERGMANN, U. et al. “Documento de Exercício: projeto interdisciplinar otimização da cadeia logística na função manutenção da 5ª RM/TOT”. GT 1, Doc nº 4, proposta de otimização. Escola de Comando e Estado Maior de Exército, 2006.

CLEMEN, R.T. “Making Hard Decisions: an introduction to decision analysis”. Duxbury Press, 1996.

GOMES, L.F.A.M.; LIMA, M.P.P. “From Modelling Individual Preferences to Multicriteria Ranking of Discrete Alternatives: a Look at Prospect Theory and the Additive Difference Model”. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, vol 17, nº 3, 1992.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. “Prospect Theory: an analysis of decision under risk”. *Econometrica*, vol 47, nº 2, pg 263 – 292, março, 1979.

PASSOS, A. C. “Avaliação Multicritério de Material de Emprego Militar”. Dissertação de Mestrado, Faculdades Ibmecc, Rio de Janeiro 2002.

SAATY, T. L. "Método de Análise Hierárquica". Editora McGraw-Hill, São Paulo 1991.