



SPOLM 2008

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 05 e 06 de agosto de 2008.

ALOCAÇÃO DE CÉLULAS DE TELEFONIA CELULAR A CENTRAIS ATRAVÉS DE UM ALGORITMO DE BEAM SEARCH

Cassilda Maria Ribeiro

FEG- Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto Pereira da Cunha 333. Pedregulho – Guaratinguetá – SP – CEP: 12516-410
cassilda@feg.unesp.br

Rodolfo Florence Teixeira Jr.

FEB- Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube 14-01 CEP: 17033-360 Bauru - SP
rodolfo@feb.unesp.br

Aníbal Tavares Azevedo

FEG- Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto Pereira da Cunha 333. Pedregulho – Guaratinguetá – SP – CEP: 12516-410
cassilda@feg.unesp.br

RESUMO

O problema de atribuição de células as centrais de telefonia móvel é um problema N-P difícil. Isto significa que não existe um método de otimização exata que seja capaz de encontrar a solução ótima global deste problema num tempo computacional razoável. Portanto, uma alternativa é utilizar métodos heurísticos, pois eles permitem que se encontre uma solução de boa qualidade num tempo computacional bastante satisfatório. Neste artigo é apresentado um algoritmo de Beam Search para resolver o Problema de Atribuição de Células as Centrais de Telefonia Móvel. Os resultados obtidos mostram que o algoritmo apresentado é bastante eficiente, quando comparado com outros métodos heurísticos.

Palavras-Chaves: Problema de Atribuição; Beam Search; Otimização Combinatória Telefonia Celular.

Abstract

This paper presents the assignment of cells to switches in a wireless network. Given cells and switches in a network (whose locations are fixed and known), the problem is assigning cells to switches such that the cost can be minimized. Two types of costs had been considered. One is the cost of cabling between a cell cite and its associated switch. The other is the cost of handoff between cells. The problem is constrained by the call volume that each switch can handle. The problem is formulated as an integer programming problem. For the first time it was solved by the Beam Search technique and its results had been compared with previous works showing better solution results in an affordable time.

Keywords: Assignment problem; Beam Search; Combinatorial Optimization; Wireless ATM

1. INTRODUÇÃO

O crescimento prodigioso das telecomunicações nos últimos anos faz com que ela esteja cada vez mais presente na sociedade moderna. A popularização de um dos equipamentos mais extraordinários de todos os tempos: o telefone celular acirrou a competição entre as operadoras do serviço, fazendo com que a busca por uma rede de telefonia celular cada vez mais eficiente e com capacidade de atender a demanda sempre crescente, fosse imprescindível.

1.1. DEFINIÇÕES E CONCEITOS.

Uma rede sem fio capaz de oferecer diferentes serviços tais como: voz, vídeo, correio eletrônico, etc.; e acessível a partir de um terminal único é chamada Rede de Comunicação Pessoal (RCP). Os diferentes serviços da RCP são oferecidos por regiões. Essas regiões, também chamadas de zona de cobertura são divididas em pequenas áreas geográficas denominadas de células.

As células são então, as unidades básicas do sistema de telefonia celular típica. Cada célula é responsável pelos serviços oferecidos (cobrir) a um certo número de assinantes. Para tanto, em cada célula existe uma estação básica (antena) que faz a comunicação entre os assinantes pertencentes à mesma célula. Além disso, cada célula está conectada a uma central telefônica móvel (central de comutação) que é a responsável por fazer as ligações entre os assinantes de duas células diferentes.

As células possuem, por razões de cálculos, o formato hexagonal, formando algo parecido com uma colméia de abelhas. O raio desse hexágono varia de acordo com o número de assinantes por unidade de superfície (1, 2, 4, 8, 16, 32 Quilômetros).

Cada central móvel tem capacidade de comutar um determinado número de assinantes. Assim várias células podem ser conectadas a uma mesma central, bastando que se respeite à capacidade máxima da mesma. Contudo, uma célula não pode estar conectada a duas ou mais centrais ao mesmo tempo.

No exemplo da figura 1 as células A e B estão conectadas a Central Telefônica 1 e as células C e D estão conectados a central telefônica 2.

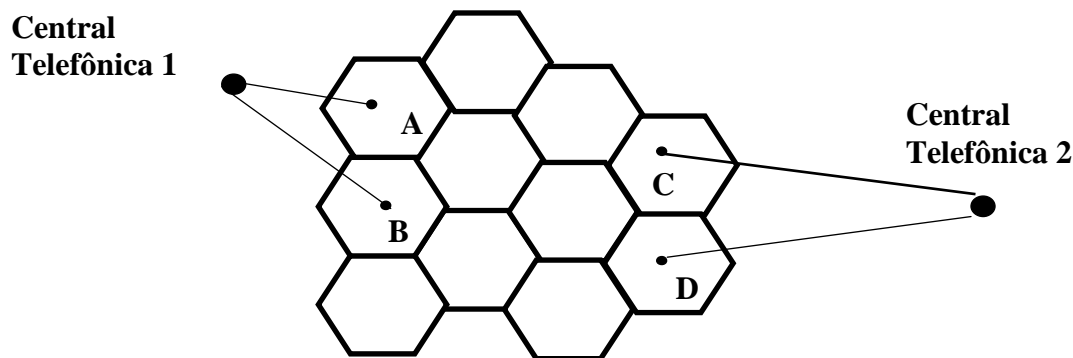


Figura 1. Divisão do sistema de telefonia celular em células.

As antenas utilizam canais de rádio para fazer a comunicação entre os assinantes da rede de telefonia móvel e para evitar interferências, os grupos de canais de rádios utilizados por duas células adjacentes são diferentes.

Quando um usuário em comunicação se move de uma célula para outra, a estação básica da nova célula tem a responsabilidade de manter a comunicação deste usuário, devendo para isso alocar para ele um novo canal de rádio. A transferência de comunicação de uma estação básica para outra é chamada (em inglês) de *handoff*. O mecanismo que envolve a transferência de um usuário entre duas estações básicas (células) ocorre quando o nível do sinal recebido pelo usuário fica muito fraco.

Existem dois tipos de *handoff*. No exemplo da figura 1, quando o usuário se move da célula A para a B, o *handoff* é chamado de simples porque as duas células estão conectadas à mesma central telefônica de comutação, e o custo induzido para se fazer a transferência de A para B não é elevado. Por outro lado, quando o usuário se move da célula A para a célula D, o *handoff* é dito ser complexo. O custo induzido para se fazer esta transferência é alto, pois as duas centrais de comutação (1 e 2) devem estar ativas durante o processo de *handoff* e a base de dados contendo informações sobre os assinantes deve ser atualizada.

2. O PROBLEMA DE ATRIBUIÇÃO DE CÉLULAS A CENTRAIS

Uma das tarefas mais importantes no planejamento de redes de telefonia celular móvel é encontrar uma atribuição de células a centrais telefônicas de comutação que seja ao mesmo tempo barata e eficaz. O que se pretende então é encontrar uma atribuição de células a centrais que respeite algumas restrições e minimize o custo total de operação considerando dois fatores. O primeiro fator a ser considerado é o custo da ligação entre os assinantes das células e a central telefônica a qual elas estão conectadas (custo de cabeamento). Este custo depende da distância entre a célula e sua central. O segundo fator é o custo gerado pelo *handoff* entre células. Assim, uma atribuição lógica é que duas células sejam conectadas a uma mesma central telefônica se a frequência do *handoff* entre elas é alta.

O problema de se atribuir n células a m centrais numa rede de telefonia celular é um problema NP completo e por isso os métodos de busca exaustiva, não são adequados para resolvê-los. Para se encontrar a solução ótima desse problema através de uma busca exaustiva, seria necessário examinar todo o espaço de soluções possíveis. Por exemplo, para uma rede com 150 células e 4 centrais telefônicas; rede esta considerada de tamanho médio; seria necessário examinar (4^{150}) soluções possíveis. Utilizando-se um computador capaz de examinar uma solução a cada 1ns, seriam necessários $6,46 \times 10^{73}$ anos para examinar todas as soluções possíveis. Devido à sua importância este problema vem sendo bastante estudado e invariavelmente os métodos utilizados são as heurísticas devido à dificuldade de resolução.

Um dos primeiros a propor uma heurística para a resolução do problema de atribuição de células a centrais foram Merchant e Sengupta [15], Battacharya et al [3] e Saha et al [22] apresentaram algumas heurísticas e fizeram algumas comparações com as heurísticas já existentes, comparando inclusive com a heurística de Merchant e Sengupta. Pierre et al têm estudado este problema de maneira sistemática. Eles usaram busca taboo (Houeto e Pierre [11]), algoritmos genéticos (Hedible and Pierre [9]); e Simulated Annealing (Quintero e Pierre [21]). Algoritmos combinando duas ou mais técnicas de solução também já foram propostas. Na abordagem proposta por Menon e Gupta [14] a técnica de Geração de Colunas é combinada com a meta-heurística Simulated Annealing. Quintero e Pierre [20] propuseram um Algoritmo Memético e na comparação com o busca taboo, ele obtiveram melhores resultados para problemas de tamanho médio e grande. Salomão [23] propôs um método de geração de colunas e AbuAmara M. H. et al [2] propuseram uma heurística usando técnicas de computação evolutiva.

2.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema de atribuição de células a centrais de comutação tal como foi descrito por Merchant e Sengupta [15] se formula como a seguir:

Sejam n células que devem ser atribuídas a m centrais de comutação. É assumido que a localização das células e das centrais é fixa e conhecida. Sejam H_{ij} e H'_{ij} respectivamente os custos por unidade de tempo dos handoffs simples e complexo que

ocorrem entre as células i e j ($i, j = 1, \Lambda, n$). As taxas de handoffs entre células podem ser estimadas usando-se ou as estatísticas de medição do tráfego de chamadas existentes nos sistemas, ou modelos analíticos e de simulação (Alonso et al [1], Nanda [16]). Portanto é assumido que os custos de handoffs são conhecidos e proporcionais à frequência de handoffs que ocorrem entre as células i e j .

Seja C_{ik} o custo de cabeamento por unidade de tempo entre a célula i e a central de comutação k ($i = 1, \Lambda, n; k = 1, \Lambda, m$). Seja λ_i o número de chamadas que a célula i faz por unidade de tempo e seja M_k a capacidade da central k de efetuar chamadas. O objetivo, deste problema, consiste em atribuir cada célula a uma central de modo a minimizar o custo total por unidade de tempo. O custo total por unidade de tempo tem dois componentes: o custo do handoff por unidade de tempo e o custo de cabeamento entre as células e as centrais. A otimização deste problema deve ser feita de modo que a capacidade máxima de cada central não seja violada e que cada célula seja atribuída a uma única central.

A formulação matemática do problema descrito acima foi feita utilizando programação inteira, e para tanto foram definidas as seguintes variáveis.

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{se a célula } i \text{ for atribuída a central } k \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Como cada célula só pode ser atribuída a uma única central, tem-se a seguinte

$$\text{restrição: } \sum_{k=1}^m x_{ik} = 1 \quad \text{para } i = 1, \Lambda, n \quad (1).$$

A restrição de capacidade das centrais de efetuar chamadas é dada por:

$$\sum_{k=1}^m \lambda_i x_{ik} \leq M_k \quad \text{para } k = 1, \Lambda, m \quad (2).$$

O custo total de cabeamento é dado por: $\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m C_{ik} x_{ik}$.

Para se definir os custos de handoff foram criadas as seguintes variáveis adicionais:

$$z_{ijk} = x_{ik} x_{jk} \quad \text{para } i, j = 1, \Lambda, n \text{ e } k = 1, \Lambda, m. \quad (3)$$

Observe na equação (3) acima que $z_{ijk} = 1$ se as células i e j são conectadas na mesma central de comutação k e $z_{ijk} = 0$ caso contrário. Deste modo, pode-se definir:

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^m z_{ijk} = 1 \quad \text{para } i, j = 1, \Lambda, n. \quad (4)$$

Observe agora que $y_{ij} = 1$ se as células i e j são conectadas à mesma central de comutação e $y_{ij} = 0$ se elas estão conectadas a centrais distintas.

O custo total da rede é dado por:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m C_{ik} x_{ik} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_{ij} y_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H'_{ij} (1 - y_{ij}) \quad (5)$$

Segundo Hedible [9], o custo do handoff simples H_{ij} pode ser considerado irrelevante quando comparado ao custo do handoff complexo H'_{ij} . Fazendo-se então:

$$h_{ij} = H'_{ij} - H_{ij}, \text{ substituindo-a em (5) e desconsiderando a parte constante, a função}$$

objetivo a ser minimizada torna-se:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m C_{ik} x_{ik} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_{ij} (1 - y_{ij}) \quad (6)$$

Observe que as restrições (3) e (4) são restrições de igualdade que foram usadas para definir as variáveis z_{ijk} e y_{ij} . Consequentemente z_{ijk} pode ser substituída em (4) de modo a se

obter a equação $y_{ij} = \sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk}$, que por sua vez pode substituída na função objetivo. Deste

modo o problema a ser resolvido é o seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m C_{ik} x_{ik} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m h_{ij} x_{ik} x_{jk} \\ \text{sujeito a} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^m x_{ik} = 1 \text{ para } i = 1, \Lambda, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ik} \leq M_k \text{ para } k = 1, \Lambda, m \\ x_{ik} = 0 \text{ ou } 1 \text{ para } i = 1, \Lambda, n \text{ e } k = 1, \Lambda, m \end{array} \right. \end{aligned} \quad (7)$$

Note que as restrições (3) e (4) foram integradas na função objetivo e por isso puderam ser eliminadas do problema. Observe que o problema de alocação de células às centrais, tal como formulado em (7) é não linear.

Este problema tem sido resolvido como um problema de Programação Linear Inteira (veja: Menon e Gupta [14], Merchand e Sengupta [15], Salomão [23]). Para isso basta que não se incorpore as restrições (3) e (4) à função objetivo. Deste modo, um problema que já é grande torna-se maior ainda, pois para cada variável z_{ijk} , são acrescentadas mais quatro restrições. Neste artigo é proposto um algoritmo do tipo Beam-Search que utiliza a formulação matemática mostrada acima, sem transformá-lo em um problema linear. A seguir é apresentada uma comparação com o método desenvolvido por Salomão [23].

3. O ALGORITMO DE BEAM SEARCH

O Beam Search é um método heurístico para resolver problemas de Otimização combinatória. Pode-se dizer que ele é uma adaptação do método de Branch and Bound onde somente os nós mais promissores de cada nível da árvore de busca são guardados na memória para serem visitados, enquanto que os demais nós são descartados permanentemente. Como uma grande parte dos nós da árvore de busca é descartada, isto é, somente alguns poucos nós são selecionados para serem analisados, o tempo de execução do método é polinomial com o tamanho do problema. Em resumo pode-se dizer que o Beam Search é uma técnica de busca em árvore que utiliza um número de soluções em paralelo. O número de soluções em paralelo é chamado de **largura da busca** e é denotado por β .

O Beam Search foi usado pela primeira vez pela comunidade de Inteligência Artificial para tratar problemas de reconhecimento de fala (Lowerre [13]). Desde então, tem aparecido na literatura várias aplicações deste método em problemas de seqüenciamento da produção (Fox [7]; OW e Smith [19]). OW e Morton [17], [18] criaram uma variação do método, para o qual deram o nome de Beam Search filtrado. Outra variante do método foi proposta por Della Croce e T'kindt [5]. A esta variante foi dado o nome de Beam Search Recuperado, em inglês: "Recovering Beam Search". Em 2005, Valente e Alves [25] desenvolveram um Beam Search que mistura as versões propostas por Morton e Della Croce.

3.1. ÁRVORE COM TODAS AS SOLUÇÕES POSSÍVEIS.

Como já foi dito anteriormente, o algoritmo do tipo Beam Search consiste numa técnica de busca em árvore, logo é preciso que se gere uma árvore com as soluções possíveis do problema. Mas vale lembrar que está técnica não gera todas as soluções, pois não se trata de um algoritmo de busca exaustiva. Assim serão geradas somente as soluções dentro de uma, certa largura de busca β , pré-determinada.

Será utilizado um exemplo para mostrar como seria a árvore de soluções se fossem consideradas todas as soluções possíveis. Sejam $n = 4$, o número de células (antenas) que devem ser atribuídas a $m = 2$ centrais de comutação. Cada célula (antena) A_i tem capacidade de realizar um número fixo de chamadas λ_i por unidade de tempo. Assim o número de chamadas cobertas pela antena A_1 é λ_1 , e λ_2 é o número de chamadas cobertas pela antena A_2 e assim por diante. Essas chamadas serão realizadas pela central de comutação C_j , se a célula A_i

estiver conectada à central C_j . Cada uma dessas centrais tem uma capacidade M_j de efetuar chamadas. Então M_1 é a capacidade da central C_1 , M_2 é a capacidade da central C_2 e assim sucessivamente. Cada célula só pode estar conectada a uma única central. A variável é x_{ij} , onde $x_{ij} = 1$ significa que a célula i está conectada a central j e $x_{ij} = 0$ caso contrário. A Figura 2 apresenta uma representação do problema em grafo bipartido.

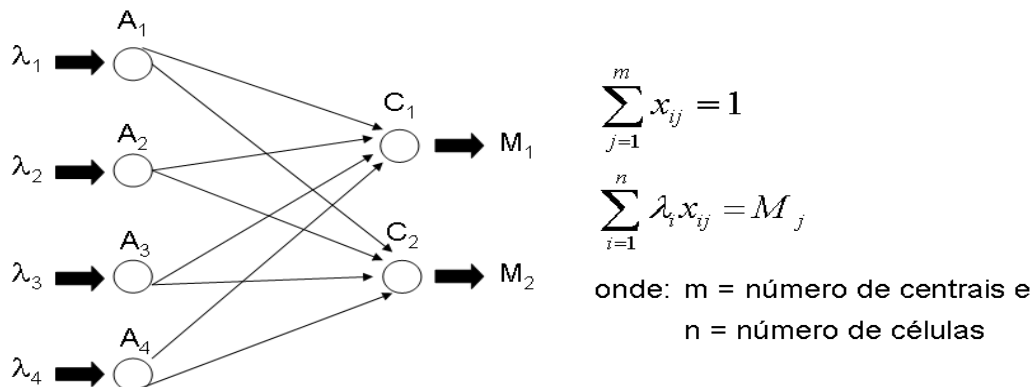


Figura 2: Representação do problema de atribuição através de um grafo bipartido

As Tabelas 1, 2, 3 e 4 mostradas a seguir apresentam as informações sobre custo de cabeamento, custo de handoff, número de chamadas de cada antena e capacidade das centrais, para o problema da Figura 2.

Antena	Central 1	Central 2
1	0	0
2	4	4
3	4	4
4	8	8

Tabela 1: Custo de Cabeamento C_{ij} entre as antenas e as centrais

Antena\Antena	1	2	3	4
1	0	3	2	2
2	3	0	1	51
3	2	1	0	4
4	2	51	4	0

Tabela2: Custo de handoff h_{ij} entre as antenas

Antena	No. chamadas
1	4
2	4
4	4

Tabela 3: Número de chamadas λ_i para cada antena.

Central	Capacidade
1	10
2	10

Tabela 4: Capacidade M_j de cada central

Antes de construir a árvore de decisões com todas as soluções possíveis para esse problema, é necessário estabelecer as seguintes definições:

- (D.1) A árvore é construída por níveis e a cada nível k é estabelecida a atribuição da k -ésima Antena a uma Central.
- (D.2) Os nós da árvore associados ao nível 1 são chamados de nó semente.
- (D.3) De (D.1) vem que a árvore possui n níveis e que uma solução completa, com a atribuição de todas as Antenas a todas as Centrais só será obtido ao se definir as atribuições até o nível n .
- (D.4) A cada nível k , ao se realizar a atribuição da k -ésima antena a uma central, são contabilizados dois custos: custo fixo de cabeamento e custo de handoff considerando todas as $k-1$ atribuições anteriores.

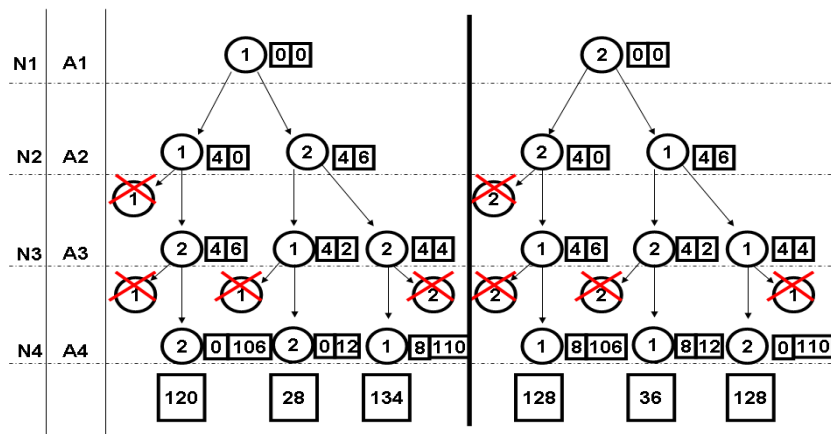


Figura 3: Árvore de soluções factíveis considerando o nó semente C_1 no nível 1 (árvore da esquerda) e C_2 no nível 1 (árvore da direita).

A Figura 3 mostra como é a árvore de decisões, para esse problema, considerando-se todas as soluções possíveis. Os nós de cada nível da árvore representam uma atribuição. Começa-se a árvore fixando uma central, por exemplo, a central C_1 e atribuindo a ela uma célula, por exemplo, A_1 . Assim, o nó 1 do nível N1 significa que a célula A_1 foi atribuída a central C_1 , isto é, $x_{11} = 1$. A esta atribuição inicial foi dado o nome de nó semente. Uma vez feita a atribuição do nó semente segue-se fazendo as demais atribuições, sempre levando em conta as atribuições que já foram feitas nos nós anteriores. Note que o número de nós sementes é igual ao número de centrais m , logo vão ser criadas m árvores, uma para cada central.

Em cada nó, da Figura 3, também estão representados, os custos fixos de cabeamento e custos de handoff relativa à atribuição efetuada no nó. Os nós marcados com uma cruz fornecem uma atribuição infactível e por esta razão eles são automaticamente eliminados do processo. É importante frisar que o número total de soluções é de $m^n = 2^4 = 16$ soluções possíveis, mas que dentre estas apenas 6 eram factíveis, justificando a aplicação de um procedimento de busca em árvore.

Lembrando que a cada nível é feita a atribuição de uma antena às centrais. No nível 1 é feita, por exemplo, a atribuição da antena A_1 a cada uma das centrais (nós sementes). No nível 2 é feita a atribuição da antena A_2 a cada uma das centrais, no nível 3 é feita a atribuição da antena 3 e assim por diante. Observe, na Figura 3, que os nós do segundo nível são todos aqueles que estão ligados no nó do 1º nível. Os nós do 3º nível são todos aqueles que estão ligados aos nós do nível 2 e assim por diante. Então, uma solução só será completa quando se chega ao último nível da árvore, isto é ao último nó. O número de níveis da árvore é igual ao comprimento da mesma que por sua vez, é igual ao número de antenas. Deste modo o ramo da árvore contendo os nós A_1C_1 , A_2C_1 , A_3C_2 , e A_4C_2 indica que foram feitas as seguintes atribuições: $x_{11} = 1$, $x_{21} = 1$, $x_{32} = 1$, $x_{42} = 1$. Os custos das soluções são calculados parcialmente a cada nível. Nos nós do nível 1 só se tem o custo de cabeamento (custo linear). Nos nós do nível 2 têm-se os custos lineares mais os custos do handoff do nó raiz até o nó em questão. Então, à medida que se vai descendo na árvore, o custo vai se completando pela decisão tomada.

3.2. ÁRVORE DE SOLUÇÕES DO BEAM SEARCH

No algoritmo proposto não são gerados todos os nós da árvore. Existem algumas regras para que eles possam ser gerados. Essas regras têm a finalidade de impedir que sejam geradas todas as soluções possíveis e com isso eliminar o crescimento exponencial da árvore de busca. As regras visam também, a impedir a criação de soluções infactíveis. Em cada nó da árvore serão armazenadas as seguintes informações:

- (1) Identificação da Central;
- (2) Identificação da Antena (célula);
- (3) Soma dos custos de handoff, desde o nó raiz;

- (4) Capacidade restante de central que ele representa. É subtraída da capacidade da central a quantidade de chamadas referente às demandas das antenas que já foram alocadas a ela.
- (5) Custo do nó: representa o custo parcial da solução, pois ele compreende o custo total de cabeamento mais o custo de handoff, considerando a atribuição feita até àquele nó;

O primeiro critério para se criar ou não um nó, é a capacidade da central. Um nó só vai ser criado se o número de chamadas λ_i cobertas pela célula (antena) A_i é menor que a capacidade M_j da central C_j . Então se $M_j < \lambda_i$, todos os ramos que originariam deste nó não vão existir, pois a célula i não poderá ser atribuída a central j .

Depois de passar pelo critério da capacidade da central, o nó só vai permanecer na árvore de solução se ele passar pelo critério da largura da busca β . Por exemplo, se a largura de busca escolhida pelo usuário for $\beta = 2$, a cada nível, só vão permanecer na árvore, os nós que gerarem as duas menores soluções calculadas pela técnica do algoritmo guloso. Assim, de cada nó (para $\beta = 2$) só sairão dois ramos, e serão aqueles que geraram as soluções gulosas de menor custo.

O algoritmo utilizado para se gerar a árvore é o seguinte:

Inicialmente o algoritmo encontra-se no nível de solução zero, pois as atribuições começarão a serem feitas agora. A seguir faz-se **nível = 1** e começam ser criados os nós deste nível. Será então criado um nó para cada central (nó semente) e para cada um desses nós é atribuída uma célula (antena) do vetor de células, levando-se em conta a capacidade da central. A seguir, calculam-se os custos de cabeamento e handoff de cada um desses nós.

Enquanto (**nível** < número de antenas) faça:

1º Passo:

Faça **nível = nível + 1**

Criar os nós deste novo nível de acordo com a regra de capacidade da central.

Para cada nó criado no **nível i** , faz-se:

- Armazenar a identificação da central e da antena;
- Armazenar o custo de handoff do nó semente até o nó criado;
- Armazenar o custo do nó, isto é, o custo de cabeamento (custo linear) mais o custo do handoff do nó semente até o nó criado;
- Armazenar a capacidade restante de todas as centrais;

Observe que a partir do momento que uma célula é atribuída a uma central, reduz-se da capacidade desta central a capacidade consumida pela célula alocada a ela e atualiza-se a capacidade restante da mesma.

Se (**nível** < número de antenas)

Então faça o *2º Passo* abaixo.

Neste passo é feita uma busca em profundidade na árvore, indo até ao último nível da mesma. A busca em profundidade é feita do seguinte modo:

Para cada nó criado no *1º passo* e considerando-se os custos calculados até então, achar uma solução gulosa para o problema, partindo deste nó. Para isto faz-se uma arborescência a partir deste nó, escolhendo para fazer parte desta solução gulosa os nós dos níveis abaixo do **nível i** que são factíveis e com menor custo local. As soluções gulosas vão servir para se escolher os nós do **nível i** que vão permanecer na árvore. Essa escolha é feita da seguinte maneira:

- Ordenar os nós criados no **nível i** , em ordem crescente, de acordo com o resultado do custo da solução gulosa que eles geraram.
- Entre os nós do **nível i** escolher para permanecer na árvore os β nós que geraram as soluções gulosas de menor custo, onde β é a largura da busca. Cortar os demais nos nós do **nível i** , isto é: Se largura de busca é $\beta = 2$, só vão continuar a fazer parte da árvore os dois nós que geraram as duas soluções de menor custo.
- Excluir as soluções gulosas dos nós que permaneceram na árvore;

Fim Enquanto

Quando o **nível** da árvore de solução for igual ao número de antenas, o algoritmo termina, pois já se chegou ao final da árvore. Observe que, no cálculo da solução gulosa do **2º. passo**, três valores são calculados em cada nó:

- (1) A capacidade remanescente na central j depois da atribuição da antena A_i ;
- (2) O custo parcial linear, isto é o custo de se ligar a antena A_i a central C_j .
- (3) O custo parcial do handoff, isto é o custo do handoff do nó semente até o nó atual.

Somente após descer no último nó do ramo é que se terá o custo total do ramo, isto é o custo linear mais custo de handoff total. O valor do custo total para um ramo da árvore encontrado na solução gulosa, é usado como limitante superior (corte) para se gerar ou não os outros nós da árvore, no **1º. passo**. Este limitante superior deve ser atualizado à medida que for encontrado um ramo com custo menor. Com isto têm-se dois critérios de corte para se gerar ou não os nós da árvore. O primeiro deles é a capacidade das centrais e o segundo é o custo total dos ramos obtido pela solução gulosa.

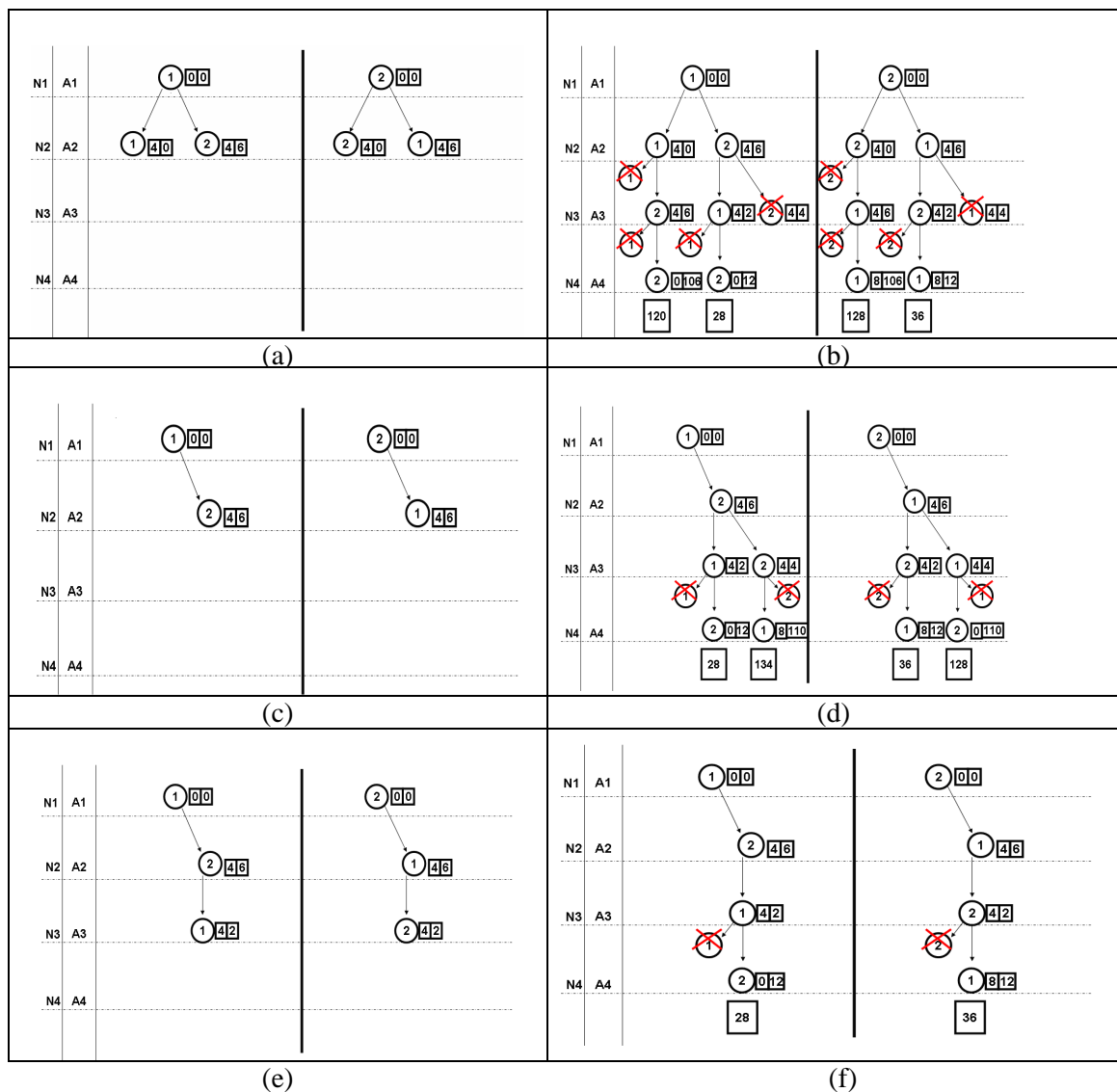


Figura 4: Passos da execução do Beam Search para o Exemplo da seção 3.1.

As Figuras 4 (a)-(f), apresentam a resolução detalhada do Exemplo da Seção 3.1 pelo algoritmo do Beam Search. No exemplo é considerada largura igual à $\beta = 2$. Os passos a serem seguidos para se resolver o exemplo são:

- (1) Construir os nós do Nível 1 (um nó para cada central) . Os custos de cabeamento e handoff, neste nível são iguais à zero (veja os custos nas tabelas 1 e 2).
- (2) No Nível 2 inicialmente são criados 4 nós, pois a partir da atribuição feita no nível 1, existem 4 atribuições possíveis para a antena 2 a saber: A_2C_1 , A_2C_2 , na árvore da

esquerda e A_2C_2 , A_2C_1 na árvore da direita. Esta situação está descrita na Figura 4(a) e corresponde ao 1º. Passo do Beam Search. Como a largura da busca é dois, somente dois desses nós vão permanecer na árvore.

(3) Para escolher quais nós do Nível 2 vão permanecer é realizada uma busca em profundidade, até o último nível, para cada uma das 4 alocações parciais do nível 2. Esta busca escolhe os nós com atribuições factíveis e com menor custo de cabeamento mais handoff. Tal situação está descrita na Figura 4 (b) e corresponde ao 2º. Passo do Beam Search. A Figura 4(c) mostra quais foram os nós escolhidos para ficar na árvore. A seguir é feita uma arborescência dos nós do nível 3 (passo 1) e depois uma busca em profundidade a partir desses nós (Figura 4(d)), para se escolher quais nós do nível 3 vão permanecer na árvore. A Figura 4(e) mostra os nós escolhidos do nível 3. A figura 4(f) mostra arborescência (passo1) dos nós da Figura 4(e) e nova solução gulosa (passo2). Obtêm-se assim duas soluções finais: A_1C_1 , A_2C_2 , A_3C_1 , A_4C_2 com custo de 28 e A_1C_2 , A_2C_1 , A_3C_2 , A_4C_1 com custo de 36. Adota-se então a solução de menor custo entre as duas.

4. TESTES COMPUTACIONAIS

Foram feitos alguns testes computacionais com intuito de se fazer comparações entre o algoritmo aqui proposto e alguns algoritmos da literatura. Para tanto foram utilizadas as mesmas instâncias utilizadas por Salomão [23]; Hedible e Pierre [9] e Merchant e Sengupta [15]. Foram rodadas 18 instâncias começando com problemas de tamanho considerado pequeno (15 antenas e 2 centrais), até problemas de tamanho médio (75 antenas e 3 centrais). A tabela 5 mostra os valores de função objetivo obtidos com o Método de Geração de Colunas de Salomão [23]; com a heurística de Merchant e Sengupta, [15] e com o Beam Search aqui proposto.

Instância	No. de Células	No. de Antenas	Valor da função Objetivo		
			Beam Search	Geração de Colunas	Merchant-Sengupta
1	15	2	130,9110	130.911	130.9110
2	15	3	124,624	124.624	124.6243
3	15	4	100,4599	100.833	100.8334
4	15	5	103,895	103.895	103.8951
5	30	2	328,2806	328.281	328.2806
6	30	3	345,539	345.539	345.5388
7	30	4	285,995	285.995	303.4802
8	30	5	243,7274	245.727	246.7576
9	45	2	940,623	940.623	1116.61
10	45	3	554,7255	546.088	584.18
11	45	4	507,574	507.574	640.43
12	45	5	426,9526	427.953	497.93
13	60	2	921,914	921.914	921.914
14	60	3	707,702	707.702	856.89
15	60	4	728,6649	729.071	750.78
16	60	5	693,0659	694.712	823.12
17	75	2	1537,676	1537.676	1537.68
18	75	3	995,417	995.417	995.42

Tabela 5: Resultados para o problema de alocação de antenas

Pode ser observado na tabela 5 que o algoritmo de Beam Search obteve melhores resultados que os obtidos com a heurística de Merchant e Sengupta [15] em cem por cento dos casos. Com relação ao método de Geração de Colunas, o Beam Search obteve melhores resultados em 5 casos e nos demais, obteve resultados iguais.

5. CONCLUSÕES

Até o presente momento os testes realizados com o algoritmo proposto são muito bons. Testes com exemplos de dimensões maiores ainda estão sendo feitos e não houve tempo hábil de incluí-los neste artigo.

As comparações de tempo computacional entre os três métodos também não foi possível ser realizada porque eles foram rodados em computadores diferentes e não estão implementados na mesma plataforma computacional. A heurística de Merchand e Sengupta foi implementada em Matlab 7.0.1, Windows XP. O Beam Search foi implementado numa interface desenvolvida por Teixeira Jr. [24] que utilizou Borland Delphi 7.0, gerando um sistema executável no sistema operacional "Microsoft Windows". Os resultados do algoritmo de Geração de Colunas de Salomão foram obtidos através de sua tese de doutorado [23]. Tanto a heurística de Merchand e Sengupta, como o Beam Search foram executados num Pentium 4 com clock de 2 GHz e memória Ram de 1Gb e em todos os exemplos rodados o tempo de execução do Beam Search foi relativamente pequeno. Por exemplo, para o caso de 175 antenas e 3 centrais o tempo de execução foi de 1,53 segundos.

A grande vantagem do Beam Search advém do fato dele não necessitar de uma solução inicial e toda solução que ele fornece é sempre factível..

O Beam Search também pode ser facilmente implementado em paralelo. Como cada Central, no nível 1, resulta numa árvore independente (nó semente), basta colocar um processador para trabalhar em cada uma dessas árvores. A vantagem da implementação em paralelo é que cada uma dessas árvores pode ser resolvidas de modo totalmente independente, não sendo necessário nenhuma comunicação entre processadores durante o processo de resolução das árvores.

6. REFERÊNCIAS

- [1] **Alonso, E.; Meier-Hellstern, S.; Pollini, G.P.**, " Influence of Cell Geometry on Handover and Registration Rates in Cellular and Universal Personal Telecommunications Networks", *8th ITC Specialist Seminar on Universal Communication*, Genova, Italy, 1992.
- [2] **AbuAmara, M. H.; Sait, S. M.; Subhan, A.**, "A Heuristics Based Approach for Cellular Mobile Network Planning". The International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC06), July 2006, Vancouver, Canada.
- [3] **Battacharya, P. S., Saha, D.; Mukherjee, A.**, "Heuristic for assignment of cells to switches in a PCSN: a comparative study", *Proceedings 1999 IEEE Int. Conf. On Personal Wireless Comm*, Feb 1999, pp. 331-334.
- [4] **Cerny, V.** "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulation algorithm". *Journal Optimization Theory Applications*, v. 45, n. 1, p. 41-51, 1985.
- [5] **Della Croce, F.; T'kindt, V.**, "A Recovering Beam Search Algorithm for the One-Machine Dynamic Total Completion Time Scheduling Problem", *Journal of the Operational Research Society*, vol 54, pp. 1275-1280, 2002.
- [6] **Dianati, M., Naik, S., Shen, X., Karray, F.**, " A Genetic Algorithm Approach for Cell to Switch Assignment in Cellular Mobile Networks". *Proc. 2003 Canadian Workshop on Infor. Theory*, pp. 159-162, Waterloo, Ontario, Canada, May 18-21, 2003.
- [7] **Fox, M.S.**, *Constraint-Directed Search: A case Study of Job-Shop Sheduling*, PhD. thesis, Carnegie-Mellon University, USA, 1983.
- [8] **Glover, F.**, "Tabu Search-Oart I", *ORSA Journal on Computing*, 1 (3) (1989), 190-206.
- [9] **Hedible, C., Pierre, S.**, "Genetic algorithm for the assignment of cells to switches in personal communication networks", *Electrical and Computer Engineering, Canadian Conf. on*, vol. 2, 2000, pp. 1077 -1081, 2000.
- [10] **Holland, J. H.**, "Adaptation in natural and artificial systems". Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.

- [11] **Houeto, F., Pierre, S.**, "Assigning cells to switches in cellular mobile networks using taboo search", *Systems, Man and Cybernetics, Part B, IEEE Transactions on*, vol. 32 Issue: 3, Jun 2002, pp. 351 –356.
- [12] **Ignácio, A.A.V., Ferreira Filho, V.J.M., Galvão, R.D.** "Métodos heurísticos num entorno paralelo". In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 32*. Anais. Universidade Federal de Viçosa, p. 769-788, 2000.
- [13] **Lowerre, B. T.**, *The HARPY Speech Recognition System*, PhD. thesis, Carnegie-Mellon University, USA, 1976.
- [14] **Menon, S.; Gupta, R.** Assigning cells to switches in cellular networks by incorporating a pricing mechanism into simulated annealing. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, v. 34, n. 1, p. 558-565, 2004.
- [15] **Merchant., Sengupta** "Assignment of Cells to Switches in PCS Networks", *IEEE/ACM Transaction on Networking*, Vol. 3, No. 5, October, 1995.
- [16] **Nanda, S.**, "Teletraffic models for urban and suburban microcells: cell sizes and handoff rates", *8th ITC Specialist Seminar on universal Communication*, Genova, Italy, 1992.
- [17] **OW, P.S, Morton T.E.**, "Filtered Beam Search in Scheduling", *International Journal of Production Research*, vol. 26, pp. 35-62, 1988.
- [18] **OW, P.S; Morton T.E.**, "The Single Machine Early/Tardy problem", *Management Science*, vol.35, pp. 177-191, 1989.
- [19] **OW, P.S, Smith S.F.**, "Viewing Scheduling as an Opportunistic Problem-Solving Process", *Annals of Operations Research*, vol. 12, pp. 85-108, 1988.
- [20] **Quintero, A.; Pierre S.** "A memetic algorithm for assigning cells to switches in cellular mobile networks". **IEEE Communication Letters**, v. 6, n. 11, p. 484-486, 2002.
- [21] **Quintero, A.; Pierre S.** "Assigning cells to switches in cellular mobile networks: a comparative study". **Computer Communications**, v. 26, n. 9, p. 950-960, 2003.
- [22] **Saha, D.; Mukherjee, A.; Bhattacharya, P.** "A simple heuristic for assignment of cells to switches in a PCS network". *Wireless Personal Communications*, v. 12, n. 3, p. 209-223, 2000.
- [23] **Salomão, S.N. A.**, "Métodos de Geração de Colunas para Problemas de Atribuição". Tese de Doutorado, INPE, São José dos Campos, 2005.
- [24] **Teixeira Jr, R.F.**, " Sistema de Apoio a Decisão para a Programação da Produção em Fundições de Mercado", Tese de Doutorado em Engenharia de Produção, UFSCAR, São Carlos- SP, 2005.
- [25] **Valente, J. M. S, Alves, R. A. F. S.**, "Filtered and Recovering Beam Search Algorithm for the Early/Tardy Scheduling Problem with No Idle Time", *Computers & Industrial Engineering*, vol. 48, pp. 363-375, 2005.