



SPOLM 2007

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 08 e 09 novembro de 2007.

UMA ABORDAGEM NÃO-LINEAR PARA *SCHEDULING* DE NAVIOS-TANQUE EM PORTOS E TERMINAIS

Fabio Dias Fagundez

Laboratório de Otimização Avançada – COPPE/UFRJ
Centro de Tecnologia – Bloco I-2000 – I-034 (subsolo)

fabio.fagundez@ufrj.br

João Lauro Dorneles Facó

Departamento da Ciência da Computação - Instituto de Matemática/UFRJ
Prédio do NCE – CCMN/UFRJ

jldfaco@acd.ufrj.br

Adílson Elias Xavier

Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE/UFRJ
Centro de Tecnologia – Bloco H – 3º andar

adilson@cos.ufrj.br

Resumo

O transporte marítimo é uma das principais modalidades de transporte da indústria de petróleo, responsável por grande parte do seu comércio internacional. Nesse artigo abordamos o problema do *scheduling* de navios-tanque em portos por meio de um modelo de controle ótimo, resolvido como um problema de programação não-linear. Esse modelo é comparado com outros modelos de programação matemática existentes na literatura. Uma série de casos de teste são apresentados, para validar a abordagem proposta e ilustrar suas principais características.

Palavras-Chaves: *scheduling*; controle ótimo; programação não-linear.

Abstract

The maritime transportation is one of the main modes employed by the petroleum industry, in combination with pipeline transportation. In this article we approach the scheduling of tankers in ports via an optimal control model, solved as a nonlinear programming problem. This model is compared to other mathematical programming models from the literature. A series of test cases are presented to validate the proposed approach and illustrate its main features.

Keywords: scheduling; optimal control; nonlinear programming.

1. INTRODUÇÃO

As empresas de petróleo fazem parte de um ambiente de competição acirrada, regulado por normas ambientais cada vez mais restritivas, onde oportunidades para redução de custos não podem ser desperdiçadas [1]. O transporte marítimo é um dos principais modos

de transporte, com milhares de anos de história, cuja participação no comércio internacional vem crescendo ano após ano, tendo hoje quase que o monopólio do transporte internacional de grandes bens [2]. Dentro da cadeia de suprimentos da indústria de petróleo, é um dos dois modos mais importantes, ao lado do modo dutoviário [3]. Dessa forma, pode ser ao mesmo tempo uma fonte de oportunidades comerciais ou prejuízos inesperados.

Um processo adequado de planejamento pode auxiliar a otimização de recursos, redução de custos, permitir uma rápida reação à presença de novas oportunidades comerciais ou atrasos (e.g. causados por condições meteorológicas ou greves). Segundo diferentes autores [4, 5, 6], o processo de planejamento de uma empresa de petróleo segue o seguinte roteiro: primeiramente, um modelo econômico de programação linear – considerando custos financeiros, demanda, produção, refino, movimentações, exportação e importação – é executado mensalmente, gerando o planejamento global da empresa para o mês em questão. Em seguida, cada unidade da empresa (refinarias, terminais marítimos etc.) realiza o seu planejamento interno, restrito pela produção determinada no planejamento global. Decisões como a ordem de execução de campanhas de produtos, paradas de equipamentos para manutenção etc. fazem parte desse nível de planejamento. Além disso, cada unidade programa diariamente as suas operações para os próximos dias, considerando: (i) dados de planejamento; (ii) contratos locais de compra e venda de produtos; (iii) dados atuais de estoques, qualidades, indisponibilidades de equipamentos etc.; (iv) infra-estrutura física da planta; (v) informações de outras unidades: programação de navios e dutos. Esse processo de programação de curto-prazo é chamado de *scheduling*.

Dentro os muitos problemas de *scheduling* possíveis, esse artigo foca no *scheduling* de navios-tanque (*tankers*) em portos e terminais marítimos, considerando tanques, píeres, dutos e qualidades de produtos. O artigo se divide da seguinte maneira: na seção 2 discutimos o problema de *scheduling* de navios em portos, com uma breve revisão bibliográfica; na seção 3 propomos uma modelagem de controle ótimo para o problema; na seção 4, resultados experimentais que embasam a nossa abordagem. As conclusões são discutidas na última seção.

2. SCHEDULING DE NAVIOS-TANQUE EM PORTOS

O problema de *scheduling* de navios-tanque em portos é definido como o problema de determinar: (i) a atracação dos navios nos píeres; (ii) transferências entre navios e tanques; (iii) a seqüência de material (cru e derivados de petróleo) transportado por dutos, de forma a otimizar uma função-objetivo, respeitando restrições operacionais, físico-químicas e econômicas.

O sistema logístico associado ao problema pode ser dividido em três subsistemas complementares: porto, centros de distribuição (tancagem intermediária) e planta (refinaria). Cada subsistema se comunica com o outro por meio de dutos (Figura 1), de modo que o bombeio de crus e produtos nos dutos é a única forma de um subsistema afetar o outro. É importante que os materiais transferidos em seqüência nos dutos sejam de características semelhantes, evitando perdas na interface entre eles. Em certos casos, a refinaria se comunica diretamente com o terminal marítimo, sem o subsistema de tancagem intermediária. No Brasil temos exemplos com os três subsistemas, como a infraestrutura do estado de SP [3], e exemplos com uma refinaria conectada diretamente ao terminal marítimo por meio de um duto, como a REFAP no estado do RS [6]. Além desses três subsistemas, também pode-se considerar um quarto subsistema: o gerenciamento da frota de navios, cuja solução determina as datas de chegada dos navios com precisão.

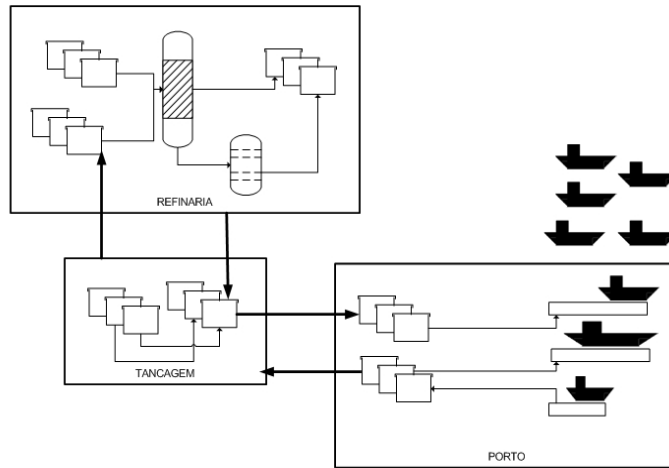


Figura 1 – Representação Esquemática dos subsistemas, conectados por dutos

Instâncias do mundo real são de grande porte, de modo que uma abordagem simultânea de todos os subsistemas normalmente é inviável computacionalmente. A abordagem mais comum é lidar com os sistemas de forma hierárquica: resolver um sistema, utilizar seus resultados como parâmetros de entrada para outro sistema (via programação de parcelas de cru e produtos nos dutos), resolver o outro sistema, e assim por diante. Em [3], os resultados da programação do porto são utilizados como entrada para o *scheduling* da tancagem intermediária e das refinarias; já em [7], ocorre o contrário: os resultados da refinaria são utilizados como entrada para o *scheduling* do porto.

A tancagem do porto funciona como um *buffer* de segurança para o suprimento de petróleo: mantém estoque suficiente para atender sem interrupções a demanda de cru para refino em caso de atrasos nas chegadas dos navios. Assim, o *scheduling* precisa atender a demanda das refinarias e/ou manter os dutos operando sem parar. Já no caso dos produtos finais, os estoques são bem mais baixos, pois os produtos só são enviados para os portos para ser entregues a navios determinados [4]. Os tanques são segregados em relação ao tipo de produto estocado, ou seja, há tanques para diesel, gasolina, várias classes de cru etc. e um tanque de um tipo de material não deve ser utilizado para armazenar outros tipos de materiais (e.g. tanques de diesel não podem armazenar crus). Os tanques podem ser de terceiros ou da própria empresa de petróleo. Dessa forma, pode-se considerar os custos de tancagem no *scheduling*, apesar de ser um objetivo menos importante, se comparado com a garantia da demanda das refinarias e com o atendimento dos navios. Todos os tanques têm uma capacidade de armazenamento máxima e mínima (maior que zero em caso de tanques com teto flutuante).

Os navios são contratados para carregar e descarregar material em um certo intervalo de tempo, delimitado por uma data de chegada e uma data de saída. Alguns navios são multi-compartimentalizados (podendo ter cargas diferentes), enquanto outros apresentam apenas um compartimento (carga única). Em geral, a estimativa da data de chegada (ETA – *estimated time of arrival*) é incerta, e varia quase que diariamente, de acordo com as condições marítimas, atrasos em outros portos, problemas mecânicos etc. Assim, a programação deve ser revista diariamente, considerando a ETA mais atual como entrada no modelo [8]. Atrasos na liberação do navio do porto acarretam em multas (*demurrage*), e devem ser evitados ao máximo. Juntamente com o atendimento da demanda pelos dutos, esse é um dos objetivos mais importantes de um bom *schedule*.

Um porto é composto por píeres – com extensão, profundidade e pontos de atracação definidos – e bombas que podem ser restritivas em relação ao fluido bombeado. Dessa forma, cada navio pode atracar somente em um certos píeres, de acordo com as suas características e com as de sua carga [7]. É necessário considerar o tempo despendido para atracação e desatracação dos navios nos píeres. Somente após um navio ter desatracado totalmente é que

o pier se torna disponível para outro navio.

Após o bombeio de petróleo de um navio-tanque para um tanque, o tanque deve permanecer parado durante um tempo, para sedimentar/decantar certas impurezas do óleo (e.g. salmoura e areia), especialmente as que possam aumentar a corrosão nos dutos. Somente após esse tempo de “descanso” (ou “sedimentação”) é que o tanque pode ser utilizado para bombear óleo para um duto em direção à refinaria [3]. No caso de recebimento de produto final em um tanque, o mesmo é selado e somente após uma certificação laboratorial pode ser utilizado para envio de produto a navios ou dutos. Esse tempo de análise laboratorial é tratado da mesma forma que o tempo de “descanso” no modelo matemático do porto. Note que a presença do tempo de “descanso” impede que os tanques no porto operem de forma “pulmão”, recebendo e enviando material ao mesmo tempo. Uma outra regra bem comum na prática é evitar misturas em linha: somente um tanque deve ser empregado por vez, por transferência. Essa restrição só é abandonada em casos extremos, de modo que o *scheduling* não deve considerá-la, a menos que não haja outra solução.

A operações dos dutos que conectam o porto aos outros sistemas é importante: as bateladas de material devem ser programadas de forma a ter características físicas semelhantes, diminuindo perdas nas interfaces dentro dos dutos.

2.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na literatura encontram-se poucos trabalhos sobre o problema de *scheduling* de navios-tanque em portos, e dentre esses trabalhos, quase todos se referem somente ao *scheduling* de petróleo e não ao de produtos finais. Por ser um problema-chave da cadeia de suprimentos do petróleo, é relevante considerarmos na revisão bibliográfica também o transporte marítimo de petróleo por navios, bem como a relação com a programação de refinarias.

2.1.1. Transporte de Petróleo por Navios

Ronen constata em seu *survey* de 1983 [9] que poucos trabalhos relativos à otimização do transporte oceânico por navios (*fleet scheduling*) foram produzidos entre os anos 50 (quando os primeiros trabalhos na área apareceram) e os anos 80 (época de seu artigo). Segundo Ronen, as razões para essa escassez de trabalhos seriam: (i) tradicionalismo das companhias de transporte marítimo (afinal, navios já existem há milhares de anos); (ii) tamanho de instâncias reais (normalmente inviáveis para os *solvers* da época); (iii) relativa pouca importância do modo de transporte marítimo nos EUA; (iv) presença maciça de incertezas de difícil modelagem (greves em terra e em alto-mar, mudanças climáticas e problemas ambientais), entre outras. Em um segundo *survey* em 1993 [10], Ronen constata que o crescimento da produção acadêmica sobre transporte por navios durante o período 1983-93 ainda era aquém do esperado, considerando-se os avanços computacionais da década, e ainda muito menor que a literatura de outros problemas de transporte, como o de roteamento de veículos terrestres. Em 2004, Christiansen, Fagerhold e Ronen realizam um terceiro *survey* [11], onde nota-se um avanço significativo na produção acadêmica da área, em particular nos países nórdicos. Segundo os autores, a desregulamentação do mercado de transporte marítimo e as grandes fusões entre companhias operadoras de navios na década de 90 levaram à redução de margens, aumento da concorrência e racionalização do uso da frota. Assim, os métodos tradicionais não seriam mais adequados para esse novo cenário, forçando as empresas a se modernizarem por meio de sistemas de apoio à decisão, e adesão de profissionais com formação em engenharia, pesquisa operacional e computação aos seus quadros de pessoal.

Provavelmente, os primeiros artigos com aplicações de programação matemática para o problema de transporte oceânico de petróleo são os artigos de Flood [12] e Dantzig e Fulkerson [13] de meados dos anos 50: ambos baseados em modelos de programação linear (transportes e fluxos em rede, respectivamente). Brown *et al.* [14] abordaram o problema real de uma grande companhia petrolífera operando no Oriente Médio: o *scheduling* de navios

petroleiros para entregas a compradores da América do Norte e da Europa, com rotas pelo Cabo da Boa Esperança (quando carregados) ou pelo Canal de Suez (quando vazios). Os autores adotaram uma estratégia de decomposição do problema: um modelo de programação inteira gera *schedules*, que são então simulados por um simulador não-linear, que considera a relação não-linear entre a velocidade de cruzeiro e o consumo de combustível dos navios. Apesar do modelo apresentar bons resultados em tempo computacional viável, os autores destacam que as soluções são instáveis: basta adicionar uma nova entrega para que o *schedule* tenha de ser totalmente recalculado. Sherali *et al.* [15] apresentam um modelo misto-inteiro linear (MILP) para um problema semelhante ao de [14]: a programação das rotas dos petroleiros da KPC (Kwait Petroleum Corporation), do Oriente Médio para clientes na América do Norte e na Europa, podendo navegar pelo Canal de Suez (navios de pequeno/médio porte e vazios) ou pelo Cabo da Boa Esperança (navios carregados ou super-petroleiros). As dimensões do MILP tornaram-no intratável computacionalmente (para a época), de modo que os autores decidiram adotar uma abordagem decompositora: resolver um modelo agregado, depois um detalhado, restringido pelo agregado. Uma das diferenças ressaltadas pelos autores em relação ao modelo de [14], está o fato de considerarem navios de vários tamanhos e compartimentos com diferentes cargas. Iakovou e Douligeris [16] abordam o problema de transporte de óleo na costa americana sob a óptica do risco ambiental. Eles afirmam possuir um modelo não-linear para minimização dos riscos de derramamento, mas, infelizmente, o modelo não é apresentado no artigo. Hwang [17] apresenta um modelo MILP para o problema de *scheduling* de navios de materiais líquidos, considerando restrições de estoques. Uma série de restrições são linearizadas, o problema é decomposto em dois modelos lineares, um para navios e outro para portos e duas heurísticas são apresentadas para auxiliar à resolução do problema, uma que primeiro resolve o problema dos navios e depois dos portos, e outra que opera de forma contrária: primeiro os portos e depois os navios.

Em resumo, o problema de transporte de petróleo por navios oceânicos é um problema aberto na literatura, e o impacto do mesmo no planejamento e *scheduling* das companhias de petróleo é mais do que relevante. A previsão de ETA é uma atividade crítica e ainda se buscam modelos que possam ser utilizados em instâncias reais.

2.1.2. *Scheduling* de Petróleo e Derivados em Portos e Terminais

Em 1996, Shah apresenta uma abordagem de programação matemática para o *scheduling* de petróleo em portos, considerando navios, tanques, dutos e pieres [7]. O problema é representado como dois sistemas conectados por um duto: o porto (*upstream problem*) e a refinaria (*downstream problem*). Um caso exemplo é apresentado. Cada sistema é modelado como um MILP, e resolvidos de forma hierárquica: primeiro, a refinaria, depois, o porto, restrito pela programação de duto definida no primeiro modelo. São utilizadas variáveis binárias para alocações de cru, navios e tanques, e contínuas para as quantidades de cru transportadas em cada intervalo de tempo. A discretização do tempo é feita em intervalos de igual duração. Apesar de não considerar misturas de crus (por serem não-lineares) e nem fatores importantes como *demurrage*, tempo de “descanso/sedimentação” e custos operacionais, o artigo apresentou uma abordagem inovadora na época para o problema. Magalhães e Shah [6] estendem o modelo anterior de [7], considerando operações de “descanso/sedimentação”, uma função-objetivo que mede o desvio do *schedule* em relação ao planejamento geral feito pela companhia e discretização do tempo baseada em eventos (determinando intervalos de duração variável). Resultados de cinco casos de exemplo baseados na refinaria brasileira REFAP e seu terminal marítimo são exibidos, porém sem detalhes. Os autores frisam que o crescimento do número de variáveis binárias pode tornar o problema intratável, e que uma abordagem válida é fixar várias decisões *a priori*, por serem decisões usuais do operador ou por representarem atividades já programadas para ocorrer quando da realização do *schedule*. Os autores também discutem que o modelo precisaria ser modificado para evitar trocas desnecessárias de tanques, transferências de volumes irrisórios, e considerar custos de *demurrage*.

Em 2003, Más e Pinto [3] apresentam um modelo MILP para 2 subsistemas: porto e centro de distribuição (refinarias são tratadas por outros modelos de Pinto, ver [18]). Os autores afirmam que o problema se torna intratável para casos reais grandes, e ilustram essa afirmativa por meio de um limite superior para o número de variáveis binárias associadas ao problema. Operações de “descanso/sedimentação” e segregação de tanques de acordo com classes de petróleo são consideradas. A resolução dos modelos ocorre de forma hierárquica: primeiro resolvê-se o problema do porto, e em seguida o problema do centro de distribuição, restrito pela programação do duto conforme definida no primeiro problema. Refinarias são modeladas como centros consumidores de petróleo, com demanda média conhecida ao longo do cenário. O complexo da Petrobras em São Paulo é utilizado como problema-exemplo, sendo composto por um porto (GEBAST), dois centros de distribuição (SEBAT e SEGUA), conectados por dois dutos (OSVAT e OSBAT). Um problema de porto com dados reais (13 navios e 4 pieres) foi modelado em GAMS e resolvido com o *solver* CPLEX em aproximadamente 25 minutos.

O problema de descarregamento de navios petroleiros com navios auxiliares realizando operações de “sangria” (*lightering*) foi abordado por Lin *et al.* em 2003 [19] em um modelo MILP com tempo discretizado em eventos. Cinco casos de estudo de dificuldade crescente foram modelados em GAMS: o maior deles continha 12 petroleiros e 7 navios de *lightering*, gerando 114 variáveis binárias, 369 contínuas e 1326 restrições e foi resolvido em 100 minutos. Em 2004, Karimi, Srinivasan e co-autores apresentam em [20] um modelo MILP para o *scheduling* de petróleo, endereçando certos pontos que eles destacam como deficiências dos modelos anteriores da literatura (por exemplo em [3], [6] e [7]): representação da *demurrage*, cálculos de composições de misturas de crus, dutos com volumes negligenciados, trocas de tanques em meio a transferências, tempo de “descanso/sedimentação”, entre outros. A função-objetivo é maximizar o lucro operacional. As misturas de crus são aproximadas por modelos lineares. Exemplos computacionais com 8 tanques, 3 unidades de destilação e 2 tipos de crus são resolvidos, comparando a abordagem com tempo discreto em intervalos de igual duração (de um trabalho anterior dos autores) e duração variável (determinada por eventos, apresentada neste trabalho). Karimi, Srinivasan e Li [21] estendem o seu modelo MILP de intervalos iguais como um problema de programação estocástica, considerando incertezas nas ETA dos navios e nas demandas das refinarias, para obter *schedules* robustos. A função-objetivo de cada cenário é maximizar o lucro, a função de avaliação da robustez é o desvio-padrão dos lucros em todos os cenários. Cada cenário é construído a partir um cenário base (com 4 tanques, 4 crus e 2 unidades de destilação), com modificações aleatórias nas ETA e demandas de petróleo. Como o número de variáveis do problema estocástico explode com o número de cenários, os autores adotam uma estratégia onde cada cenário é resolvido separadamente e depois o cenário base é resolvido com uma função-objetivo modificada, penalizando o número de mudanças de operações.

Blanco *et al.* em 2005 [5] abordam o planejamento de terminais de distribuição de petróleo para refinarias (por oleodutos) e comércio marítimo (por meio de navios-tanque), possuidores de tancagem própria e misturadores onde são feitas misturas dos crus recebidos. As datas de chegada dos navios são conhecidas *a priori*, bem como a demanda das refinarias pelos oleodutos. O modelo é intrinsecamente não-linear, pois considera as operações de mistura de forma rigorosa, gerando termos bilineares. O objetivo é maximizar o lucro por meio da relação ótima entre os crus de baixa e alta qualidade nas misturas.

Uma abordagem de simulação é apresentada por Paolucci *et alli* em 2002 [8]. Ao invés de procurar um *schedule* ótimo, os autores propõe um sistema de apoio à decisão que permite ao usuário definir operações de transporte e observar as variações de estoque e qualidades. Um problema-exemplo é apresentado, considerando um porto com um único ponto de atracamento, navios em fila, 4 tanques no porto, 5 tanques na refinaria e 3 crus. Outra abordagem baseada em simulação é apresentada por van Asperen *et al.* em 2003 [22], onde estudam-se os efeitos nos estoques de um porto a partir dos diferentes processos de

chegada de navios para carregamento de produtos e descarregamento de matéria-prima no porto. O sistema é semelhante ao de *scheduling* de petróleo: os estoques funcionam como um *buffer*, mantendo um fluxo ininterrupto de matéria-prima para a planta química mesmo em caso de atrasos nos navios. Três processos foram estudados: datas de chegada programadas de acordo com estoque médio, de acordo com um revezamento de tipos de navios, e sem programação. Para observar os efeitos da incerteza nas datas de chegada, considerou-se que 10% dos navios chegariam antes do programado, e 10% após a data programada.

O problema da escolha dos pontos de atracação, de forma a otimizar a utilização dos equipamentos nos portos (*berth allocation problem*) é estudado por Dai *et al.* [23]. Embora seja um problema importante para operação de portos de cargas em *containers*, ele não é um problema fundamental para o *scheduling* de petróleo e derivados, onde os terminais marítimos e portos apresentam um número muito reduzido de alternativas para atracação.

Poucos autores abordam o *scheduling* de derivados de petróleo em portos, pois na maioria dos casos os produtos finais de um refinaria são transportados por polidutos ou caminhões. Entretanto, Duarte demonstrou em sua dissertação [4] que exportações de produtos finais podem ser feitas pela via marítima, de forma semelhante ao *scheduling* de petróleo.

Apesar das abordagens apresentadas, certos pontos são comuns: ETA são entradas para o *schedule*, mesmo incertas; pieres são restritivos; tanques são segregados de acordo com produtos; misturas só podem ser modeladas rigorosamente em modelos não-lineares; em instâncias reais, MILP tem crescimento exponencial de variáveis de decisão de acordo com a quantidade de intervalos de tempo.

3. MODELO DE CONTROLE ÓTIMO

3.1. PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO EM TEMPO DISCRETO

O problema de Controle Ótimo (CO) é o problema de otimizar a operação de um sistema ao longo de um horizonte (finito ou infinito) de tempo, medida por uma função de desempenho, respeitando restrições nas variáveis de controle e estado. A função de desempenho pode depender do estado final do sistema, de todos os estados intermediários do mesmo ao longo do tempo, ou de ambos. As variáveis de controle são utilizadas para gerar alterações no sistema, que são então mensuradas pelas variáveis de estado.

A formulação de um problema de controle ótimo em tempo discreto (Eq. 1) é equivalente a um problema de programação matemática, podendo ser aplicados métodos usuais de otimização [24, 25]. Nesse artigo, utilizamos esta abordagem.

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } J &= F(x_T) + \sum_{t=t_0}^{T-1} f(x_t, u_t) \\
 \text{s.a. : } x_t &= g(x_{t-1}, u_{t-1}) \\
 x_{\min,t} &\leq x_t \leq x_{\max,t} \quad t_0 \leq t \leq T \\
 u_{\min,t} &\leq u_t \leq u_{\max,t} \quad t_0 \leq t \leq T-1
 \end{aligned} \tag{1}$$

3.2. DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO

Dentro do campo de pesquisa em *scheduling* para indústria de petróleo, encontram-se com frequência duas famílias de modelos com abordagens distintas para discretização do tempo: os chamados modelos em “tempo discreto” – com um número fixo de intervalos de tempo de duração constante – e os modelos em “tempo contínuo” – com um número fixo de intervalos de duração variável, calculados a partir de eventos operacionais (por exemplo, ver [20]). Note que, apesar de suas denominações, ambas as famílias são compostas por modelos de programação matemática que empregam a discretização de tempo: nenhum dos dois modelos é efetivamente um modelo de tempo contínuo. Para evitar qualquer confusão com os

termos “controle ótimo em tempo discreto” e “controle ótimo em tempo contínuo”, nesse artigo chamamos as duas famílias como “tempo discreto com intervalos fixos” e “tempo discreto definido por eventos”.

Nesse artigo utilizaremos tempo discreto com intervalos de duração constante Δt , indexados de $t = t_0$ (tempo inicial) até $t = T$ (tempo final).

3.3. VARIÁVEIS DE ESTADO E CONTROLE

A definição das variáveis de estado $x(t)$ e de controle $u(t)$ vêm diretamente da definição do problema: o estado do sistema em um instante de tempo é consequência dos estados e controles anteriores, enquanto os controles são utilizados para alterar estados futuros. Vazões entre equipamentos são modeladas como controles (Eq. 2), enquanto os volumes e as propriedades dos produtos armazenados são modelados como estados (Eq. 3).

$$0 = u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}(t) \quad (2)$$

Algumas observações sobre o controle u :

- Em todos os instantes $t < T$, o vetor de controle $u(t)$ se encontra limitado inferiormente e superiormente.
- Cada escalar $u_{ij}(t)$ corresponde à vazão no instante t entre dois equipamentos “ i ” e “ j ” e é um valor não-negativo. No caso dos navios, há escalares $u_{i-k-j}(t)$, representando uma vazão entre o navio “ i ” no pier “ k ” e o tanque “ j ”.
- A definição de quais escalares u_{ij} existem é feita *a priori*, considerando a topologia do sistema e a compatibilidades de crus e produtos que podem ser armazenados. Por exemplo, não existe vazão possível entre um navio de cru e um tanque de gasolina, assim como não existe vazão possível entre dois equipamentos que não estão ligados fisicamente.
- O vetor de limites superiores pode variar de acordo com o instante t , por causa de restrições como: (i) “nenhum navio pode ser atendido antes de sua ETA”; (ii) “equipamentos em manutenção não participam de operações de transferência”; (iii) “alguns equipamentos operam em vazão reduzida nos chamados horários de ponta, para reduzir o consumo de energia”; entre outras.

$$x_{\min} = [v_{\min} \ p_{\min}]^T \leq x(t) \leq [v_{\max} \ p_{\max}]^T = x_{\max} \quad (3)$$

Algumas observações sobre o estado x :

- Em todos os instantes $t \leq T$, o vetor de estado $x(t)$ se encontra limitado inferiormente e superiormente. Ele é particionado em 2 vetores: $v(t)$ e $p(t)$;
- Os limites são fixos, pois as capacidades mínimas e máximas de cada tanque não mudam ao longo do *schedule*, bem como os limites aceitáveis das qualidades dos materiais armazenados (ou transportados, no caso dos dutos);
- Cada escalar $v_i(t)$ do vetor de volumes $v(t)$ representa o volume estocado ou em trânsito (no caso dos dutos) no equipamento “ i ” no instante “ t ”. Navios com mais de uma carga são modelados com um volume para cada carga: $v_{i,c}(t)$ para a carga “ c ” do navio “ i ”.
- Cada escalar $p_{i,q}(t)$ do vetor de propriedades p representa o valor de uma propriedade “ q ” (densidade, enxofre, fração de um componente na mistura etc.) no equipamento “ i ” no instante “ t ”. No caso dos navios com mais de uma carga, modela-se com propriedades $p_{i,q,c}(t)$, para cada carga “ c ”.

Equações de estado são utilizadas para calcular o estado de um instante a partir do instante anterior. Há equações de estado para volumes (Eq. 4) e para propriedades resultantes

de operações de mistura em tanques e navios (Eq. 5):

$$v_i(t) = v_i(t-1) + \sum_{j \in J} U_{i,j} u_{i,j}(t) \Delta t \quad (4)$$

Algumas observações sobre a equação de estado (4):

- É uma equação linear que calcula o volume de um equipamento “*i*” no instante t , $t_0 < t \leq T$, a partir de seus volume e da vazão anteriores;
- J é o conjunto de índices representando os equipamentos “*j*” conectados ao “*i*”;
- Caso fosse adotada uma abordagem de intervalos de tempo de tamanhos variáveis, teríamos $\Delta t(t)$ ao invés de Δt , sendo $\Delta t(t)$ uma variável de controle. Assim, a equação (4) deixaria de ser linear, e se tornaria bilinear (não convexa).
- Os parâmetros U_{ij} assumem valor -1 se a vazão u_{ij} esvazia o equipamento “*i*”, e +1 em caso contrário: são definidos juntamente com as variáveis de controle u_{ij} .

$$p_{i,q}(t) = f(x(t-1), u_i(t-1)) \quad (5)$$

Algumas observações sobre a equação de estado (5):

- É uma equação não-linear que calcula a propriedade “*q*” de um equipamento “*i*” no instante t , $t_0 < t \leq T$, a partir de estado e controle anteriores: x é o vetor de estado e u_i é o vetor das vazões u_{ij} .
- Qualquer função f pode ser utilizada, desde que: (i) seja diferenciável; (ii) propriedades só mudam por misturas: se não houver vazão de entrada em “*i*”, então $p_{i,q}(t) = p_{i,q}(t-1)$;
- Um exemplo de equação para cálculo de propriedade é a equação (6), utilizada para cálculo de densidade, onde $J_{entrada}$ é o conjunto de índices representando os equipamentos “*j*” que podem enviar algum material para “*i*”:

$$p_{i,q}(t) = \frac{p_{i,q}(t-1) v_i(t-1) + \sum_{j \in J_{entrada}} p_{j,q}(t-1) u_{i,j}(t-1) \Delta t}{v_i(t-1) + \sum_{j \in J_{entrada}} u_{i,j}(t-1) \Delta t} \quad (6)$$

3.4. RESTRIÇÕES ADICIONAIS

Restrições adicionais podem ser modeladas como estados adicionais. Normalmente, elas se referem a decisões que poderiam ser modeladas com uso de variáveis binárias. Entretanto, uma abordagem alternativa equivalente é utilizar relações de complementaridade, que permitem somente um de seus termos adotar valor diferente de zero [26]. Mais a seguir, veremos que o uso de restrições de complementaridade permite modelos de menor tamanho que os obtidos com variáveis binárias:

- “Uma transferência só tem uma origem e um destino. Um equipamento só pode enviar ou receber ou estar parado em cada instante de tempo.”

$$0 = r_n(t) = \sum_{i \in J_s} \sum_{j > i \in J_d} u_i(t-1) u_j(t-1), \forall n \in \mathcal{N}, t_0 < t \leq T \quad (7)$$

A restrição é modelada como uma restrição de “vazão única” em cada equipamento n : $r_n(t) > 0$ se e somente se houver ao menos duas vazões $u_i(t) > 0$ e $u_j(t) > 0$ (em transferências envolvendo n). Em trabalhos anteriores [27, 28] experimentamos com outras formulações para essa restrição: não-diferenciável e com funções senoidais. Neste trabalho optamos por

relações complementares por serem mais adequadas teoricamente e computacionalmente.

- “Um tanque só pode enviar após observado o tempo de descanso (T_d).”

$$0 = z_n(t) = \sum_{i \in J_{n, SAIDA}} \sum_{j \in J_{n, ENTRADA}} \sum_{t'=t-T_d}^{t-1} u_i(t-1) u_j(t'), n \in \text{Tanques}, T_d < t \leq T-1 \quad (8)$$

- “Um navio só pode atracar após o navio anterior ter desatracado do pier (T_p).”

$$0 = s_n(t) = \sum_{i \in J_{n,p}} \sum_{j \in J_{n,p}} \sum_{t'=t-T_p}^{t-1} u_i(t-1) u_j(t'), m, n \in \text{Navios}, p \in \text{Pieres}, T_p < t \leq T \quad (9)$$

- “Certos dutos devem operar ininterruptamente, com vazão constante.”

$$0 = q_n(t) = \sum_{i \in J_n} u_i(t-1) - u_i(t_0), n \in \text{Equips}, t_0 < t \leq T-1 \quad (10)$$

A restrição (10) é linear, e pode ser facilmente adaptada para ao invés de vazão constante, obrigar uma vazão mínima maior que zero.

3.5. FUNÇÃO-OBJETIVO

A função-objetivo J do problema é a soma ponderada dos custos do porto, onde os pesos são utilizados para priorizar quais os custos mais importantes (Eq. 11):

$$J = \sum_{k \in \text{Custos}} w_k C_k \quad (11)$$

Observação: J é uma função linear e se considerados somente os custos de *demurrage* e não atendimento de demanda, tem-se $J = 0$ no *schedule* ótimo. Em trabalhos anteriores [27, 28] detalhamos diversos custos possíveis de ser considerados (inventário, demanda, *demurrage*, variação de vazões, interface em dutos), bem como funções não lineares que poderiam ser empregadas. Neste trabalho, vamos utilizar até três custos – atendimento de demanda em dutos, *demurrage* e inventário – modelados linearmente.

$$C_{demurrage} = \sum_{n \in \text{Navios}} \sum_{t \geq t_{MAX,n}} c_n \text{Gap}_n(t) \quad \bullet \text{Custo de } demurrage \text{ (Eq. 12):}$$

$$\text{Gap}_n(t) = v_n(t) - v_{final,n}$$

ou

$$\text{Gap}_n(t) = v_{final,n} - v_n(t) \quad (12)$$

Observação: $t_{MAX,n}$ é a data máxima de desatracação do navio sem pagar multa e $v_{final,n}$ é o volume final esperado para a carga do navio. Por exemplo, 0 (zero) se a carga do navio tiver de ser totalmente descarregada. A equação (12) é linear, pois sabe-se *a priori* como definir Gap_n .

- Custo de não atendimento de demanda (Eq. 13):

$$C_{demanda} = \sum_{n \in \text{Dutos}} \sum_{p \in \text{Produtos}} c_{n,p} (demanda_{n,p} - \sum_{t > t_n}^T v_{n,p}(T)) \quad (13)$$

Observação: $demanda_{n,p}$ é a demanda de produto p pelo duto n . A equação (13) é linear.

- Custo de inventário (Eq. 14):

$$C_{inventario} = \sum_{n \in \text{Tanques}} \sum_{t > T_s}^T c_n v_n(t) \quad (14)$$

Observação: c_n é o custo de inventário do tanque n (considerado conhecido pelo fato dos tanques serem segregados) e v_n . A equação (14) é linear.

3.6. MODELO ALTERNATIVO MISTO-INTEIRO LINEAR

Modelos MILP também podem modelar o problema de *scheduling* em portos [3, 6, 7], e servem de parâmetro de avaliação para o modelo de controle ótimo não-linear. Em especial, é importante notar que a função-objetivo adotada é uma função linear, de forma que o mínimo encontrado no MILP é um mínimo global. O modelo MILP proposto é baseado em [7], substituindo as equações (2, 7-9) por equações equivalentes (2a, 7a-9a):

$$b_{ij}(t)u_{min,ij} \leq u_{ij}(t) \leq b_{ij}(t)u_{max,ij}(t), b_{ij} \in \{0,1\} \quad (2a)$$

$$1 \geq r_n(t) = \sum_{i \in J_n} b_i(t-1) \quad (7a)$$

$$1 \geq z_n(t) = \sum_{i \in J_{SAIDA,n}} b_i(t-1) + \sum_{j \in J_{ENTRADA,n}} \sum_{t'=t-Td}^{t-1} b_j(t') \quad (8a)$$

$$1 \geq s_n(t) = \sum_{i \in J_{n,p}} b_i(t-1) + \sum_{j \in J_{n,p}} \sum_{t'=t-Tp}^{t-1} b_j(t') \quad (9a)$$

No caso das equações de mistura (5, 6), não há representação linear equivalente. Em [20], por exemplo, são considerados percentuais de crus em misturas armazenadas em tanques e navios como volumes independentes, o que pode ser modelado em nossa abordagem da mesma forma, com uma extensão do vetor de volumes: um volume para cada produto que um tanque pode armazenar. Assim, as equações 5 e 6 seriam removidas do modelo, considerando-se apenas as composições das misturas. Apesar de não termos realizado (ainda) uma prova matemática, podemos intuir por exemplos que as formulações MILP e NLP são intercambiáveis, embora a formulação NLP seja mais compacta, requerendo um número muito menor de variáveis e restrições (exemplo na Tabela 1).

Tabela 1 – Comparação de Modelos para o terminal GEBAST [3]

<i>Equipamento</i>	<i>MILP</i>	<i>NLP</i>
Navios	13	13
Pieres	4	4
Tanques	18	18
Classes de Crus	7	7
Oleodutos	2	2
Horizonte	168h	168h
V. Binárias	1039	0
V. Contínuas	1996	896
Restrições	7203	5209

4. RESULTADOS

4.1. MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO

Abadie demonstrou em [24] que o seu método GRG se adequa a problemas de controle ótimo, pois estes apresentam uma matriz Jacobiana das restrições esparsa (diagonal em blocos), e muitas restrições lineares. O GRG converge para um ótimo local e particiona as variáveis em dois conjuntos: básicas e não-básicas. O problema de otimização é resolvido em sua forma reduzida, em função somente das variáveis não-básicas. As variáveis básicas são calculadas a partir das não-básicas, pela resolução de um sistema não-linear, formado pelas restrições. Variáveis podem entrar e sair da base, conforme os seus limites. Facó [25] propôs uma versão especializada do GRG para problemas de controle ótimo, conhecido como GRECO. Este método incorpora algumas regras que distinguem as variáveis de controle e estado, auxiliando na escolha das variáveis para formação da base. Nós utilizamos em nossos experimentos o código LSGRG2 de Smith e Lasdon [29] para problemas de grande porte.

Como em qualquer abordagem não-convexa, a escolha do ponto inicial pode ser decisiva para a obtenção de um bom ótimo local. Em um trabalho anterior [27], apresentamos uma heurística gulosa que obtém bons pontos iniciais. Neste trabalho, inicializaremos os problemas com o vetor $u = 0.001e$ ou com uso da heurística.

4.2. RELAXAÇÃO E PENALIZAÇÃO DAS RESTRIÇÕES COMPLEMENTARES

Uma abordagem para resolução de problemas não-convexos é incorporar restrições na função-objetivo (J), sob a forma de uma penalidade. A função-objetivo passa a ser uma função de mérito (J'). Existem diversas maneiras de gerar penalidades, e neste trabalho vamos fazer uso de duas: penalidade linear (15) e logarítmica (15a), esta última conforme apresentada em [30].

$$J' = J + M \sum_n \sum_{t=t_n+1}^T s_n(t) + r_n(t) + z_n(t) + q_n(t) \quad (15)$$

$$J' = J + M (\log(\|s\|^2 + 1) + \log(\|r\|^2 + 1) + \log(\|z\|^2 + 1) + \log(\|q\|^2 + 1)) \quad (15a)$$

Em ambos os casos, relaxam-se as restrições (7-10), e tem-se a escolha do parâmetro M como fundamental para a validade da relaxação. Pode-se determinar M de maneira empírica, testando vários valores, ou de maneira iterativa, adotando valores crescentes de M , resolvendo relaxação após relaxação do problema (uma abordagem mais robusta de penalização, que pretendemos utilizar em trabalho futuro, é a penalização hiperbólica de Xavier [31]).

Uma característica importante de J e J' (15/15a) é que, se considerados apenas os custos de atendimento à demanda nos dutos e *demurrage*, o valor em um cenário ótimo é zero: $J = J' = 0$. O conhecimento desse valor ótimo *a priori* facilita a determinação do valor de M : pode-se fixar os custos $C_{demurr} = 0$ ou $C_{demanda} = 0$ como restrições lineares e otimizar somente em cima da penalização. Iterativamente, altera-se M até obter-se $J' = 0$. Também pode-se abordar o problema como a resolução de um sistema não-linear de Newton.

4.3. CASOS DE TESTE

Para validar nosso modelo de controle ótimo, construímos uma série de casos de teste de dificuldade crescente, executados em um *notebook* com a seguinte configuração: processador *Intel Core Duo T2250* 1.73GHz, RAM 1 GB, sistema operacional OpenSUSE 10.1.

Os 3 primeiros casos foram utilizados para comparar o modelo MILP com o NLP (Tabela 2) foram codificados em AMPL e resolvidos pelas versões de estudante dos *solvers*

CPLEX (v. 10.1.0), SNOPT (v. 6.1) e MINOS (v. 5.5). As suas dimensões foram obtidas após pré-processamento do interpretador AMPL. O caso 4 (Tabela 3) foi resolvido com o LSGRG2, representando uma situação próxima a situações da indústria, cujas dimensões já são de grande porte. O caso 1 foi executado também com o LSGRG2 para validarmos o modelo em C++ para este *solver* (não havia interface AMPL para ele).

Tabela 2 – Casos de Teste

<i>Caso</i>	<i>MILP (CPLEX)*</i>	<i>NLP (SNOPT)</i>	<i>NLP (MINOS)</i>
1 (A)	var. bin/con: 12/25 rest.: 31 Global 1460 CPU(s) <i>Iterações</i> < 1s 14	var. lin/nlin: 12/19 rest. lin/nlin: 19/6 Global 1460 < 1s 51	var. lin/nlin: 12/19 rest. lin/nlin: 19/6 Global 1460 < 1s 17
1 (B)	var. bin/con: 12/25 rest.: 36 Global 1600 CPU(s) <i>Iterações</i> < 1s 13	var. lin/nlin: 12/19 rest. lin/nlin: 24/6 Global 1600 < 1s 13	var. lin/nlin: 12/19 rest. lin/nlin: 24/6 Local 1625 < 1s 5
2	var. bin/con: 34/82 rest.: 111 Global 0.33 CPU(s) <i>Iterações</i> < 1s 63	var. lin/nlin: 34/77 rest. lin/nlin: 64/23 Global 0.33 < 1s 12	var. lin/nlin: 34/77 rest. lin/nlin: 64/23 Global 0.33 < 1s 191
3 (A)	var. bin/con: 93/158 rest.: 265 Global 0 CPU(s) <i>Iterações</i> ~ 1s 324 / 8	var. lin/nlin: 93/76 rest. lin/nlin: 92/11 Global 0 ~ 1s 812	var. lin/nlin: 93/76 rest. lin/nlin: 92/11 Global 0 ~ 1s 411
3 (B)	var. bin/con: 93/158 rest.: 275 Global 0 CPU(s) <i>Iterações</i> ~ 1s 397 / 25	var. lin/nlin: 57/78 rest. lin/nlin: 86/11 Local 18.27 < 1s 544	var. lin/nlin: 57/78 rest. lin/nlin: 86/11 Global 0 < 1s 472

(*) Iterações CPLEX: iterações SIMPLEX / nós B&B

4.4. CASO 1

Este caso apresenta uma estrutura composta por 2 tanques de cru e um oleoduto, cuja demanda deve ser atendida. Foram testadas duas configurações diferentes: (A) permite intervalos de tempo com o duto parado; (B) mantém fluxo constante no duto em todos os intervalos de tempo. Os modelos de (A) são compostos pelas seguintes equações: (2 (2a no MILP), 3, 4, 6, 7 (7a), 12, 13, 14), enquanto em (B) acrescenta-se a 10. A função-objetivo é a (11) no MILP e a (15) no NLP. No caso 1(B), o MINOS convergiu para um ótimo local com um maior custo de inventário. Esse caso também foi codificado em C++ e testado com o LSGRG2, que convergiu para o ótimo global em ambos os casos: 1(A) $J' = J = 1460$ em 16 iterações, sendo 2 na fase 0 de obtenção de viabilidade; 1(B) $J' = J = 1600$ em 58 iterações, sendo 28 na fase 0 de obtenção de viabilidade.

4.5. CASO 2

Este caso apresenta uma estrutura composta por 2 tanques de cru, 1 pier e dois navios de cru, que devem ser descarregados. Os modelos são compostos pelas seguintes equações: (2 (2a), 3, 4, 6, 7 - 9 (7a - 9a), 12, 14). A função-objetivo é a (11) no MILP e a (15) no NLP.

4.6. CASO 3

Este caso apresenta uma estrutura composta por 3 tanques de cru, 1 pier, 1 duto, cuja demanda deve ser atendida, 3 navios de cru, que devem ser descarregados. Foram testadas duas configurações diferentes: (A) permite intervalos de tempo com o duto parado; (B) mantém fluxo constante no duto em todos os intervalos de tempo. Os modelos de (A) são compostos pelas seguintes equações: (2(2a), 3, 4, 6, 7 - 9 (7a - 9a), 12 - 14), enquanto em (B) acrescenta-se a 10. A função-objetivo é a (11) no MILP e a (15) no NLP. No caso 3 (B) o solver SNOPT converge a um ótimo local, que gera custos de *demurrage*.

4.7. CASO 4

Este caso representa uma situação em que não é possível atender todos os navios sem atrasos. Nesse tipo de situação, é importante determinar qual o melhor navio a ser atrasado, de modo a minimizar o custo de *demurrage*. O problema é composto por 3 tanques, 2 pieres, 1 oleoduto e 8 navios. A função-objetivo é a (15a) e M foi determinado de forma iterativa, conforme a Tabela 3. Cada problema relaxado foi inicializado com a solução da relaxação anterior, sendo que o primeiro foi inicializado com um ponto obtido heurísticamente. As Figuras 2 e 3 exibem os volumes dos tanques no ponto inicial e na solução encontrada.

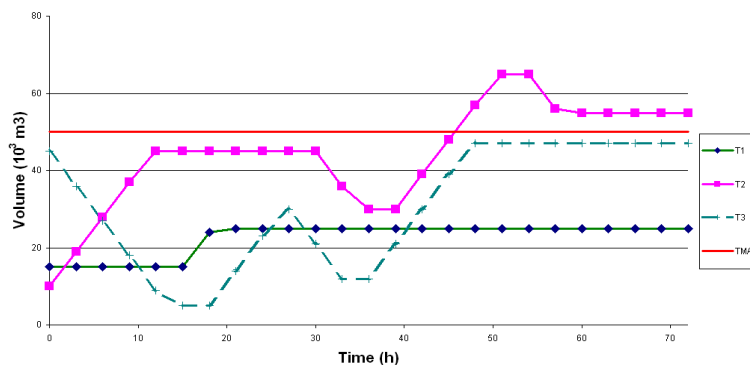


Figura 2 – Caso 4: volumes de tanques no ponto inicial

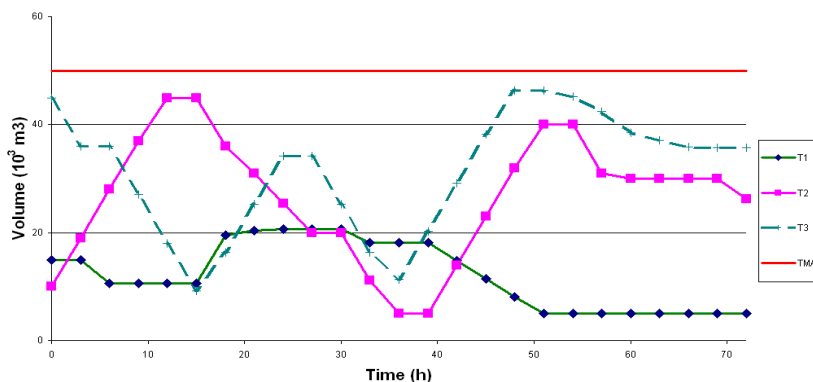


Figura 3 – Caso 4: volumes de tanques na solução encontrada

Tabela 3 – Caso de Teste 4

<i>Prob. Relaxado</i>	<i>J</i>	<i>J'</i>	<i>M</i>	<i>Tamanho</i>
<i>Ponto Inicial</i>	165,5	175,77	-	<i>var. lin:</i> 650
<i>Problema Relaxado 1</i>	0,08	9,32	1	<i>var. nlin:</i> 576
<i>Problema Relaxado 2</i>	0,75	5,41	10	<i>rest. lin/nlin:</i> 1498/1152
<i>Problema Relaxado 3</i>	5,24	5,25	100	<i>CPU(s):</i> 60s

5. CONCLUSÕES E PRÓXIMOS PASSOS

A conclusão mais importante desse trabalho é que abordagem não-linear de controle ótimo pode modelar o problema estudado, conforme se observou nos casos de teste e na comparação com o modelo MILP. O uso de equações de complementaridade para problema de *scheduling* é uma abordagem inovadora, que permite uma representação do problema mais compacta do problema, sem variáveis discretas, sob o preço da não-convexidade. Dessa forma, ao contrário da abordagem MILP, os resultados obtidos são ótimos locais que dependem do ponto inicial fornecido e do método de resolução. Avanços nos métodos de otimização global, sejam baseados em algoritmos rigorosos ou em meta-heurísticas, podem tornar essa abordagem mais eficiente. Como passos futuros de pesquisa podemos listar: (i) desenvolvimento de um sistema de apoio à decisão para uso na indústria; (ii) extensão do modelo para outros problemas da cadeia de suprimentos da indústria de petróleo; (iii) utilização do método GRECO [25] no lugar do LSGRG2 [29], combinado com o método de penalidade de Xavier [31], (iv) detalhamento matemático da equivalência do modelo MILP e do modelo NLP e (v) uso de (outros) métodos de otimização global.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. H. Gary, G.E. Handwerk (2001) *Petroleum Refining Technology and Economics Fourth Edition*. Marcel Dekker, Inc.:New York.
- [2] OPTIMAR (2005) "OPTIMAR: Optimization in Maritime Transportation and Logistics. Researcher project 2005- 2009" Relatório de descrição de projeto. Norwegian University of Science and Technology.
- [3] R. Más, J.M. Pinto (2003) "A mixed-integer optimization strategy for oil supply in distribution complexes," *Optimization and Engineering*, 4, 1, pp. 23-64.
- [4] D. A. L. Duarte (2002) "Aplicação da modelagem de um sistema de apoio à decisão para o planejamento das operações logísticas de produtos especiais,". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis.
- [5] A. M. Blanco, A. B. M. Díaz, A. R. Angeles, A. Sánchez (2005) "Operational Planning of Crude Oil Processing Terminals," in *European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, L. Puigjaner & A. Espuña (ed.), Elsevier.
- [6] M. V. Magalhães, N. Shah (2003) "Crude Oil Scheduling," in *Foundations of Computer-Aided Process Operations Proceedings*, pp.323–326.
- [7] N. Shah (1996) "Mathematical Programming Techniques for Crude Oil Scheduling," *Computers and Chemical Engineering*, 20 (sup.), pp.S1227-S1232.
- [8] M. Paolucci, R. Sacile, A. Boccalatte (2002) "Allocating crude oil supply to port and refinery tanks: a simulation-based decision support system," *Decision Support Systems*, 33, pp. 39-54.
- [9] Ronen, D. (1983) "Cargo Ships Routing and Scheduling: A survey of models and problems," *European Journal of Operations Research*, 12, 119.
- [10] Ronen, D. (1993) "Ship Scheduling: the last decade," *European Journal of Operations Research*, 71, 325.
- [11] Christiansen, M., K. Fagerholt, D. Ronen (2004) "Ship routing and scheduling: status and perspectives," *Transportation Science*, 38, 1, pp. 1-18.
- [12] M. F. Flood (1954) "Application of Transportation Theory to Scheduling a Military Tanker Fleet," *Operations Research*, 1, pp. 150-162.

- [13] G. B. Dantzig; D. R. Fulkerson (1954) "Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule," *Naval Research Logistics Quarterly*, 1, pp. 217-222.
- [14] G. G. Brown; G. W. Graves; D. Ronen (1987) "Scheduling Ocean Transportation of Crude Oil," *Management Science*, 33, 3, pp. 335-346.
- [15] H. D. Sherali; S. M. Al-Yakoob; M. M. Hassan (1999) "Fleet Management Model and Algorithms for an oil tanker routing and scheduling problem," *IEE Transactions*, 31, pp. 395-406.
- [16] E. Iakovou; C. Douligeris (1996) "Strategic Transportation Model for Oil in US Waters," *Computers and Industrial Engineering*, 31, 1/2, pp. 59-62.
- [17] S.-J. Hwang (2005) "Inventory Constrained Maritime Routing and Scheduling for Multi-Commodity Liquid Bulk," Tese de Ph.D., Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- [18] M. Joly, L.F.L Moro, J.M. Pinto (2002) "Planning and Scheduling for Petroleum Refineries using Mathematical Programming," *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 19, 2, pp. 207-228.
- [19] X. Lin, E. D. Chajakis, C. A. Floudas (2003) "Scheduling of Tanker Lightering via a Novel Continuous-Time," *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 42, pp. 4441-4451
- [20] P. C. P. Reddy, I.A. Karimi, R. Srinivasan (2004) "A new continuous-time formulation for scheduling crude oil operations," *Chemical Engineering Science*, 59, pp. 1325-1341.
- [21] J. Li, I. A. Karimi, R. Srinivasan (2006) "Robust Scheduling of Crude Oil Operations under Demand and Ship Arrival Uncertainty," in AIChE Annual Meeting, paper 662f, San Francisco.
- [22] E. van Asperen, R. Dekker, M. Polman, H. de S. Arons, L. Waltman (2003) "Arrival processes for vessels in a port simulation," *ERIM Report Series Research in Management*, ERS-2003-067-LIS, Erasmus Research Institute of Management, pp.1-15.
- [23] J. Dai, W. Lin, R. Moorthy, C.-P. Teo (2004) "Berth Allocation Planning Optimization in Container Terminals," Relatório Técnico, Georgia Institute of Technology and University of Singapore.
- [24] J. Abadie (1970) "Application of the GRG algorithm to Optimal Control problems", in *Integer and Nonlinear Programming*, J. Abadie (ed.), North-Holland: Amsterdam, pp. 191-212.
- [25] J. L. D. Facó (1990) "A Generalized Reduced Gradient Algorithm for Solving Large-scale Discrete-time Nonlinear Optimal Control Problems", in *Control Applications of Nonlinear programming and Optimization*, H.B. Siguerdidjane & P. Bernhard (ed.), Pergamon Press: Oxford.
- [26] P. M Pardalos, O. A. Prokopyev, S. Busygin (2006) "Continuous Approaches for Solving Discrete Optimization Problems," in *Handbook on Modeling for Discrete Optimization*, G. Appa, L. Pitsoulis, H. P. Williams (ed.). Springer: Berlin.
- [27] F. D. Fagundez; J. L. D. Facó (2005) "Modelos de Controle Ótimo do Scheduling de Petróleo e Derivados em Portos," in *Anais do XXVII SBPO*, Gramado.
- [28] F. D. Fagundez, J. L. D. Facó (2006) "Jetty Scheduling Optimal Control Models," in *Book of Abstracts of ISMP 2006*, Rio de Janeiro.
- [29] S. Smith and L.S. Lasdon (1992), "Solve Large-Sparse Nonlinear Programs using GRG," *ORSA Journal of Computing*, 4, pp. 1-15.

- [30] F. D. Fagundez, J. L. D. Facó (2007) “Optimal Control Models for Jetty Scheduling,” in *Proceedings of ORP³ Meeting 2007*, pp. 225-234, Guimarães.
- [31] A. E. Xavier (2001) “Hyperbolic Penalty: a new method for nonlinear programming with inequalities,” *International Transactions in Operational Research*, 8, pp. 659-671.