



SPOLM 2009

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 05 e 06 de agosto de 2009.

## 071/2009 - UTILIZAÇÃO DE SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA *FUZZY* NA MINIMIZAÇÃO DE RECURSOS EM PROJETOS NÃO REPETITIVOS

**Lauro Bruno Guimarães e Silva**

Mestrando

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - Belo Horizonte - MG

[lauro.silva81@gmail.com](mailto:lauro.silva81@gmail.com)

**Luiz Ricardo Pinto**

Professor Adjunto

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - Belo Horizonte - MG

[luiz@dep.ufmg.br](mailto:luiz@dep.ufmg.br)

### Resumo

Uma das principais decisões que o gerente deve tomar no início de um projeto é a determinação da quantidade de recursos que ele necessitará para conduzir o empreendimento sob sua responsabilidade. A pressão pela redução prazos e pela redução dos custos do projeto, aliada à incerteza inerente ao início da condução dos trabalhos são ingredientes de um problema complexo de decisão. Assim, a determinação da quantidade mínima de recursos necessários para que o projeto seja concluído no menor tempo possível, torna-se um problema complexo quando é considerada a imprecisão na modelagem das durações das atividades de um projeto inédito que por definição não possui dados históricos e, em geral, possui várias atividades em paralelo. A utilização da metodologia proposta neste trabalho, baseada na análise da superfície de resposta *fuzzy*, mostrou-se adequada à resolução deste tipo de problema, inclusive com custo computacional menor do que a simulação de Monte Carlo.

**Palavras-Chaves:** Gerenciamento de Projetos; Simulação *Fuzzy*; Superfície de Resposta *Fuzzy*; Metaheurísticas.

### Abstract

*One of the main decisions that the manager should take at the beginning of a project is to define the amount of resources he will need to conduct the endeavor under its responsibility. The pressure for cost/time reduction and the uncertainty inherent to initial works are components of a complex decision problem. Therefore, due to the lack of activities duration historical data, this problem becomes harder when several parallel activities are considered at the project network. The methodology proposed in this paper, based on fuzzy response surface analysis, proved to be suitable to solve this kind of problem, even with smaller computational effort than Monte Carlo simulation.*

**Keywords:** *Project Management; Fuzzy Simulation; Fuzzy Response Surface; Metaheuristics.*

## 1. INTRODUÇÃO

Um fato que exerceu forte influência na ascensão do assunto Gerenciamento de Projetos foi o surgimento da técnica PERT/CPM no final da década de cinquenta. O PERT (do inglês, *Program Evaluation and Review Technique*) surgiu durante a construção de submarinos do programa Polaris da marinha americana, e o CPM (do inglês, *Critical Path Method*) foi desenvolvido pela empresa DuPont. Estas técnicas e suas sucessoras, geralmente conhecidas como PERT/CPM, transformaram-se em um dos pilares da moderna Gerência de Projetos [1].

Hoje os projetos são fundamentais para as empresas seja no desenvolvimento de novos produtos, serviços e processos ou na melhoria das operações do dia-a-dia. No entanto, segundo um guia de melhores práticas do gerenciamento de projetos, o guia PMBoK [2], os projetos apresentam geralmente resultados diferentes dos esperados.

Para melhorar a qualidade das entregas, reduzir os atrasos e respeitar o orçamento, considerando o ambiente de incerteza no qual os projetos estão inseridos, este trabalho propõe a utilização da experiência do gerente de projeto, aliada à utilização de ferramentas quantitativas implementadas em sistemas de suporte à decisão (SSD).

Dentro da pesquisa operacional (PO) existem vários tipos de modelagem e algoritmos que abordam os problemas do gerenciamento de projetos. Tradicionalmente, a simulação tem sido usada no cálculo da duração do projeto e do custo esperado [2]. No entanto, outras ferramentas da PO também poderiam ser empregadas na construção de um SSD.

Tavares [3] apresenta uma boa revisão sobre as contribuições gerais da PO ao gerenciamento de projetos. Leus [4], El Sakkout e Wallace [5] e Zhang et al [6] apontam métodos para solução de problemas de sequenciamento de projetos sob incerteza.

Um problema comum encontrado na prática é o da minimização de recursos e/ou duração do projeto. Comumente, nesses casos, os usuários de softwares de gerenciamento de projeto se valem da “tentativa e erro” para encontrar uma solução viável, usando uma função conhecida como nivelamento de recursos. Muito tempo pode ser perdido neste processo se a instância do problema for grande. Uma abordagem possível para problemas estocásticos e combinatórios como esse é a simulação para otimização [7]. No entanto, não foi encontrada na literatura nenhuma aplicação dessa técnica em problemas de gerenciamento de projetos. Uma forma de usar essa técnica é a criação de modelos em softwares comerciais de simulação que possuam rotinas de otimização integradas. No entanto, o elevado tempo de processamento é uma característica verificada nesses softwares já que a velocidade das heurísticas é dependente de características de cada problema. Em manuais de software como o *Optquest for Arena*<sup>®</sup> é inclusive sugerido que o usuário faça retro-alimentações com os resultados obtidos até determinado momento para aumentar a velocidade de processamento. A técnica utilizada pelo algoritmo de otimização desse software é denominada de *Scatter Search*, proposta inicialmente por Glover [8].

Dentro do contexto de incerteza e ausência de dados históricos, no qual grande parte dos projetos está inserida, este trabalho tem o objetivo de propor um modelo de simulação por eventos discretos que: (a) seja capaz de incorporar as melhores práticas descritas no guia

PMBok [2]; (b) possa considerar a experiência do gerente de projetos; (c) seja capaz de lidar com a imprecisão das estimativas dos dados associados ao prazo, devido à ausência dados históricos da duração das atividades; (d) não exija procedimento iterativo manual para obtenção de resultados; (e) possa atender as necessidades de um algoritmo de simulação para otimização (baixo custo computacional); e (f) seja capaz de determinar a quantidade mínima de recursos necessários para que a duração do projeto seja a menor possível.

## 2. METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta segue os seguintes passos: (1) coletar de dados de forma semelhante às sugeridas pelo guia PMBoK [2]; (2) definir os cenários que serão estudados; (3) construir o modelo conceitual do projeto; (4) implementar os modelos propostos no simulador *fuzzy*; e (5) analisar superfícies de resposta *fuzzy*.

Nas próximas seções serão apresentados os passos dessa metodologia, exemplificados por dados de um projeto proposto. Como será observada, a escolha dos dados (topologia da rede, quantidade de recursos, previsões de quatro pontos e atividades fantasma) garante a complexidade mínima necessária para uma generalização e favorece a compreensão da metodologia.

### 2.1. COLETA DE DADOS

#### 2.1.1. Passos para a Coleta de Dados

Para levantar os dados serão utilizadas as práticas descritas no guia PMBoK [2]. Para gerenciar o tempo em um projeto o guia apresenta os seguintes passos: (1) definição das atividades; (2) definição da relação de precedência entre atividades; (3) estimativa de recursos; e (4) estimativa de duração das atividades.

#### 2.1.2. Definindo Atividades e as Relações de Sucessão

A partir dos passos (1) e (2) é possível construir uma rede do projeto. A figura 2.1 apresenta um exemplo de topologia da rede. Vale lembrar que, esse projeto servirá única e exclusivamente para exemplificar o uso da metodologia, que pode ser aplicada a qualquer projeto cujas durações das atividades não são determinísticas, utilizam recursos e não existam dados históricos suficientes para realização de ajustes a distribuições de probabilidade.

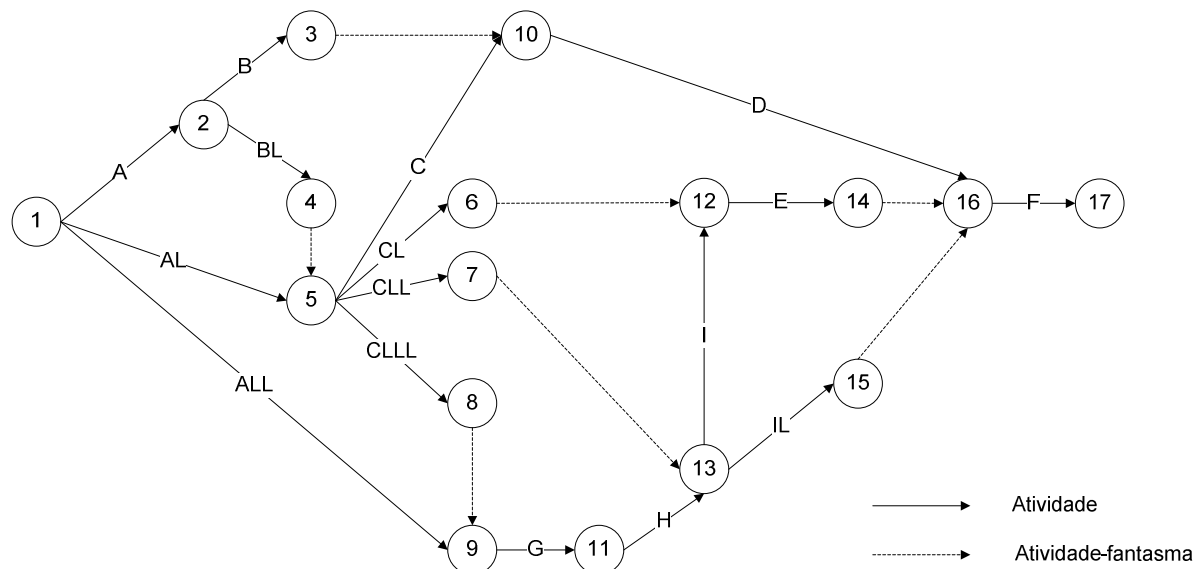


Figura 2.1: Diagrama de Rede do Projeto Proposto

No grafo da figura 2.1 as atividades são os arcos e os eventos (início ou fim de atividade) são os nós. O evento número 1, por exemplo, caracteriza o início das atividades A, AL e ALL, enquanto o evento número 7 caracteriza o fim da atividade CLL.

No diagrama de rede foi necessária a utilização de seis atividades fantasmas. Essas atividades, que não consomem nem recurso nem tempo, são usadas para representar a relação de dependência entre atividades de um determinado projeto. Por exemplo, as atividades I e IL só podem ser iniciadas se as atividades CLL e H já tiverem sido concluídas.

### 2.1.3. Estimando Durações e Recursos para as Atividades

Os passos (3) e (4), descritos na seção 2.1.1, são raramente analisados individualmente, já que é difícil estimar a duração de uma atividade sem considerar a quantidade de recursos necessários.

Para a estimativa da duração da atividade, o guia de melhores práticas PMBoK [2] descreve a estimativa de três pontos. Segundo essa prática, a exatidão da estimativa de duração da atividade pode ser aumentada considerando sua variabilidade. Assim, a estimativa de três pontos baseia-se na determinação de três valores estimados: (a) mais provável; (b) otimista; e (c) pessimista. Como orientação, o PMBoK [2] sugere o uso de uma média ponderada das durações estimadas para fornecer uma estimativa mais exata da duração da atividade, atribuindo peso 1 para os valores otimista e pessimista e peso 2 para o valor mais provável. No entanto, dessa forma, ainda seria usado apenas um valor médio e, por isso, não seria contemplada a variabilidade da duração das atividades. Por este motivo, a partir deste ponto, a metodologia deste trabalho segue caminhos diferentes das práticas orientadas pelo PMBoK [2].

Segundo Zhang et al [6], a abordagem mais adequada para essa situação é a simulação *fuzzy*. Suas principais características são: (a) não necessidade de dados históricos; (b) facilidade da verbalização da duração das atividades; (c) processo de simulação simplificado com baixo custo computacional. Outro fator não citado por Zhang et al [6], mas que é detalhado neste trabalho, é a possibilidade de união da simulação *fuzzy* com a abordagem da simulação para otimização, mais especificamente, através de técnicas associadas à análise de superfície de resposta. Muitas dessas técnicas são detalhadas por Kleijnen et al [9].

A partir da escolha da simulação *fuzzy*, modelou-se a natureza imprecisa da duração das atividades com números *fuzzy* trapezoidais definindo valores para D1, Dm1, Dm2 e D2 (poderiam ter sido usados *fuzzy* triangulares fazendo Dm1 = Dm2). A figura 2.2 mostra graficamente o significado dos componentes D1, Dm1, Dm2 e D2.

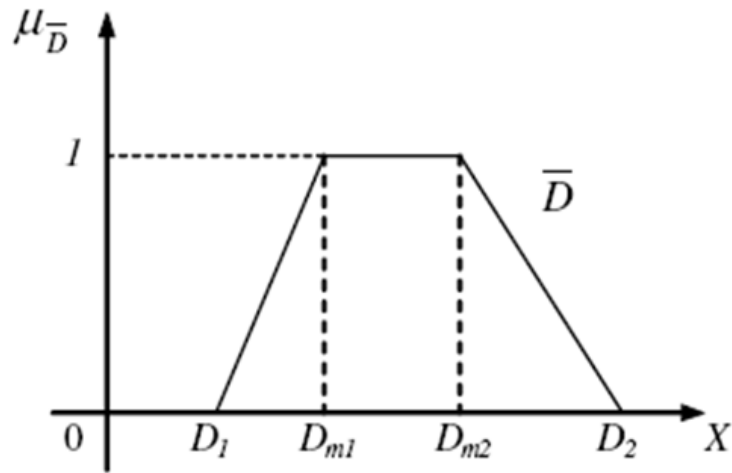


Figura 2.2: Função fuzzy trapezoidal

Assim, a função de pertinência  $\mu_{\bar{D}}(x)$  para números da forma trapezoidal tem a seguinte forma:

$$\mu_{\bar{D}}(x) = \begin{cases} \frac{x - D_1}{D_{m1} - D_1} & D_1 \leq x \leq D_{m1} & \text{e} & D_1 \neq D_{m1} \\ 1, & D_{m1} \leq x \leq D_{m2} \\ \frac{x - D_2}{D_{m2} - D_2} & D_{m2} \leq x \leq D_2 & \text{e} & D_{m2} \neq D_2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

Na tabela 2.1 são apresentadas as durações fuzzy das atividades para o projeto exemplificado e as quantidades de recursos necessários para a conclusão no prazo determinado. Nessa tabela são apresentados dois tipos de recurso, X e Y. Esses recursos podem ser interpretados como trabalhadores com qualificações diferentes, mas complementares, de modo que, para que qualquer atividade seja concluída é obrigatória a participação desses dois tipos de trabalhadores.

Tabela 2.1: Duração e Recursos das Atividades do Projeto Proposto

Atividade	Duração Fuzzy				Necessidade de Recurso X (unid.)	Necessidade de Recurso Y (unid.)
	D1	Dm1	Dm2	D2		
A	1,0	1,2	1,3	1,5	1	1
AL	1,1	1,3	1,4	1,5	1	1
ALL	1,9	2,8	3,7	4,6	1	1
B	1,3	1,6	1,9	2,0	1	1
BL	0,5	1,0	2,0	3,0	1	1
C	1,5	2,0	2,5	3,0	1	1
CL	1,0	3,0	5,0	7,0	1	1
CLL	1,1	3,2	5,3	7,4	1	1
CLLL	0,6	0,9	1,1	1,5	1	1
D	1,2	1,4	1,6	1,8	1	1
E	2,0	4,0	6,0	8,0	1	1
F	2,9	3,9	4,9	5,9	1	1
G	5,0	5,1	5,2	5,3	1	1
H	3,0	3,1	3,2	3,3	1	1

I	4,0	4,1	4,2	4,8	1	1
II	3,2	3,3	3,4	3,6	1	1

Conforme mencionado anteriormente, uma das vantagens da modelagem *fuzzy* é a capacidade de interpretar em linguagem natural as funções de pertinência. Assim, os parâmetros da atividade A podem ser lidos da seguinte forma: É esperado que a duração da atividade A fique entre 1,2 e 1,3 unidades de tempo. No entanto, essa duração pode chegar a 1,5 unidades de tempo e, na melhor das hipóteses, 1,0 unidade de tempo.

A escolha das durações mostradas na tabela 2.1 foi proposital. Como se pode perceber os valores são próximos. Essa proximidade é um fator complicador para o tipo de simulação escolhido uma vez que são necessárias comparações entre números *fuzzy* que podem se sobrepor. Para vencer esse obstáculo, foi utilizado o método de comparação de números *fuzzy* triangulares e trapezoidais [10].

A escolha de dois tipos de recurso, bem como suas quantidades também foi proposital e feita por questões didáticas. A utilização de dois tipos de recursos proporcionará a análise gráfica da superfície de resposta. A definição das necessidades de recursos com valores iguais proporcionará uma simetria que será útil na análise das superfícies de resposta. Vale lembrar que poderiam ser usados outros dados, no entanto esses valores não agregariam valor ao trabalho, uma vez que dificultariam a compreensão da metodologia proposta.

## 2.2. DEFININDO OS CENÁRIOS

Em função do número de atividades paralelas possíveis em um mesmo intervalo de tempo no projeto e da necessidade de recursos X e Y dessas atividades, definiu-se a área de busca da melhor solução. Como o projeto proposto é composto por 16 (dezesesseis) atividades, deve-se escolher um valor menor que 16 para a quantidade de recursos. Dessa forma, a área de busca será dada pela combinação das quantidades de recurso associadas a cada tipo de recurso (X e Y).

Assim, os recursos X e Y foram escolhidos para variar no intervalo [1,10], e consequentemente, a área de busca é formada pelas 100 combinações (X, Y) possíveis.

## 2.3. MODELANDO A REDE DO PROJETO PARA O SIMULADOR *FUZZY*

Nesta etapa da metodologia, deve-se construir um modelo de simulação representativo do projeto. Este modelo pode ser feito via Diagrama de Ciclo de Atividades – DCA, ou outra técnica qualquer. O simulador *fuzzy* implementado neste trabalho foi baseado no Método das Três Fases proposto por Tocher [11] e por isso a modelagem via DCA é a mais conveniente, já que a mesma foi proposta pelo mesmo autor e segue os mesmos princípios do método, facilitando assim a implementação computacional do modelo.

## 2.4. O SIMULADOR *FUZZY*

A implementação do simulador *fuzzy* foi feita em linguagem C++ seguindo o paradigma da orientação a objeto e contemplando as peculiaridades desse tipo de simulação descritas por Zhang et al [6]. Segundo este autor, o simulador *fuzzy* possui as seguintes características principais: (a) são inseridas durações *fuzzy* para as atividades; (b) o algoritmo é baseado no *activity scanning* (AS); (c) não existe geração de números pseudo-aleatórios; (d) a duração de um projeto, que constitui a saída do modelo de simulação, dada uma quantidade de recursos específica, também é um número *fuzzy*; (e) com apenas um ciclo de simulação já são obtidos os resultados; e (f) utilização de uma rotina para comparação de números *fuzzy*.

Além das características mencionadas acima a qualidade dos resultados obtidos a partir da simulação *fuzzy* foi testada e comparada com a simulação de Monte Carlo. As figuras 2.3 e 2.4, adaptadas de Zhang et al [6], mostram o resumo dos resultados obtidos.

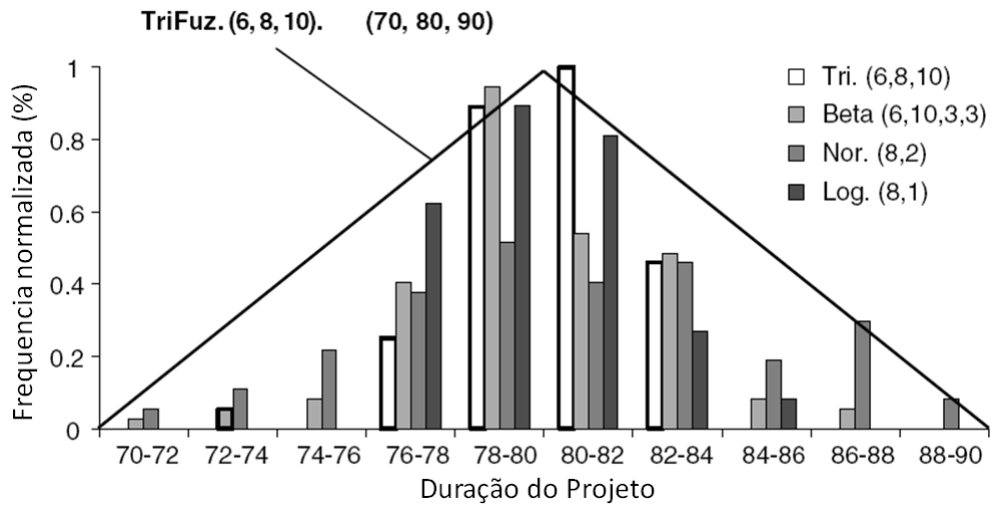


Figura 2.3: Comparação entre os resultados da simulação obtidos a partir de números *fuzzy* triangulares e de distribuições de probabilidade (adaptado, Zhang et al, 2005).

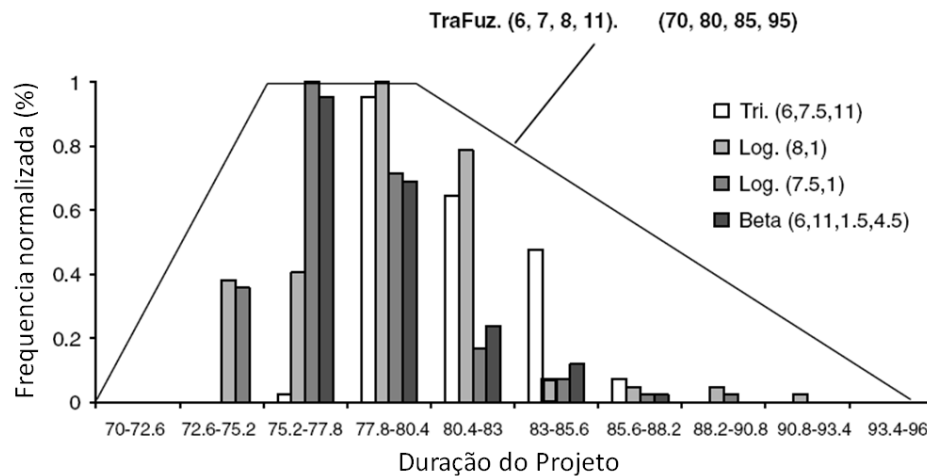


Figura 2.4: Comparação entre os resultados da simulação obtidos a partir de números *fuzzy* trapezoidais e de distribuições de probabilidade (adaptado, Zhang et al, 2005).

Conforme pode ser observado pelos gráficos das figuras 2.3 e 2.4 os resultados obtidos a partir de simulações baseadas em durações *fuzzy* das atividades são similares aos resultados obtidos através da modelagem convencional da duração das atividades através de distribuições de probabilidade. Por exemplo, na figura 2.3, comparando-se o número *fuzzy* triangular (6, 8, 10) com a distribuição triangular com parâmetros (6, 8, 10), nota-se que o comportamento é semelhante.

Além de incorporar essas características típicas da simulação *fuzzy*, o simulador construído neste trabalho baseia-se no método das três fases. Conforme descrito por Pinto [12], esse método é uma das formas usuais de estruturação de programas de simulação a eventos discretos. Segundo esse método toda atividade está delimitada por dois eventos, o primeiro que caracteriza seu início (tipo C) e o segundo seu término (tipo B).

Todo evento C é também chamado de condicional, porque para uma atividade ter início, uma ou mais condições devem ser satisfeitas. A cada atividade está associado um único evento C, que está condicionado à existência de entidades nas filas e/ou fontes que precedem a atividade e desde que existam recursos disponíveis para a sua execução.

Os eventos B têm sua ocorrência predeterminada, porque a duração de cada atividade é determinada antes de seu início, via amostragem na distribuição de probabilidade representativa da duração da atividade. No simulador *fuzzy* os eventos B são definidos executando-se a soma *fuzzy* entre tempo corrente de simulação a duração *fuzzy* da atividade. Por exemplo, a atividade AL foi iniciada em um instante de tempo representado pelo número *fuzzy* (3;5;6;9) e possui uma duração representada por (4;5;6;7). Logo seu término ocorrerá no instante representado por (7;10;12;16).

Para cada entidade participante da atividade é definido um evento B distinto. Assim, a cada atividade está associado um único evento C e tantos eventos B quantas forem às entidades que dela participam. O evento B libera as entidades que participaram da atividade a ele relacionada para as filas subsequentes àquela atividade.

Baseado da descrição de Pinto [12], as três fases que caracterizam o método são: (a) Fase A – Corresponde ao avanço do relógio da simulação. Nesta fase o relógio é avançado para o instante quando se dará o término da próxima atividade. Para tanto, o programa consulta a lista de eventos B e encontra, via comparação *fuzzy*, aquele que ocorrerá em primeiro lugar. No caso do simulador *fuzzy*, a identificação para que o avanço do relógio de simulação possa ser efetuado é função da rotina de comparação de números *fuzzy* [10]; (b) Fase B – Termina a atividade e executa todos os eventos B programados para aquele



momento, liberando os recursos e permitindo que a atividade sucessora possa ser iniciada, isso é, adiciona as entidades participantes da atividade nas filas subsequentes; e (c) Fase C – Executa a verificação das condições de início de todas as atividades do sistema. Inicia as atividades cujas condições foram satisfeitas, calculando suas durações e programando os eventos B associados a elas. O início de cada atividade é caracterizado pela saída das entidades das filas que a precedem. Uma atividade é iniciada quantas vezes sua condição de início for satisfeita.

## 2.5. GERANDO SUPERFÍCIES DE RESPOSTA

Depois de definido os cenários a serem analisados, ou seja, a combinação de quantidades de cada tipo de recurso (X,Y), o próximo passo é gerar os resultados da simulação que, para a aplicação proposta, é o tempo de execução de projeto.

Deve-se lembrar neste momento que a saída de um simulador *fuzzy* é um número *fuzzy* e que a superfície de resposta é mais complexa que um mero gráfico de três dimensões. Na verdade são geradas quatro superfícies, cada uma delas correspondendo a um dos valores D1, Dm1, Dm2, D2. Essas superfícies formam três camadas capazes de representar as durações dos projetos modelados a partir de números *fuzzy* trapezoidais e/ou triangulares. Para exemplificar a visualização dessa superfície foi gerado um gráfico de três dimensões para a componente *fuzzy* D1, mostrado na figura 2.5.

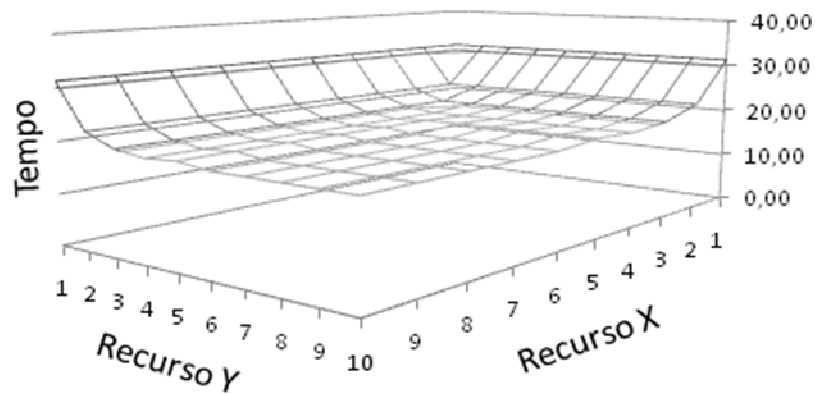


Figura 2.5: Superfície de Resposta Considerando Duração D1 do Projeto

### 3. ANÁLISE DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA FUZZY E DETERMINAÇÃO DOS RESULTADOS

As tabelas 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 apresentam as durações do projeto em função dos recursos empregados, respectivamente D1, Dm1, Dm2 e D2.

Tabela 3.1: Duração D1 do Projeto em Função dos Recursos Empregados

D1		Recursos Y									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Recursos X	1	31,30	31,30	31,30	31,30	31,30	31,30	31,30	31,30	31,30	31,30
	2	31,30	22,60	22,60	22,60	22,60	22,60	22,60	22,60	22,60	22,60
	3	31,30	22,60	20,20	20,20	20,20	20,20	20,20	20,20	20,20	20,20
	4	31,30	22,60	20,20	19,40	19,40	19,40	19,40	19,40	19,40	19,40
	5	31,30	22,60	20,20	19,40	19,80	19,80	19,80	19,80	19,80	19,80
	6	31,30	22,60	20,20	19,40	19,80	19,00	19,00	19,00	19,00	19,00
	7	31,30	22,60	20,20	19,40	19,80	19,00	19,00	19,00	19,00	19,00
	8	31,30	22,60	20,20	19,40	19,80	19,00	19,00	19,00	19,00	19,00
	9	31,30	22,60	20,20	19,40	19,80	19,00	19,00	19,00	19,00	19,00
	10	31,30	22,60	20,20	19,40	19,80	19,00	19,00	19,00	19,00	19,00

A tabela 3.1 descreve o comportamento da duração otimista do projeto em função da quantidade de recursos a ele associadas. Assim, caso o projeto seja executado com 9 recursos do tipo X e 2 recursos do tipo Y a duração do projeto será, em uma expectativa otimista, de 22,60 unidades de tempo.

O comportamento da superfície de resposta é explicado através dos valores que foram inseridos no simulador. Como todas as atividades necessitam de um recurso de cada tipo para serem executadas, conforme mostrado na tabela 3.1, a matriz de resposta apresenta uma simetria, na qual o tempo de duração do projeto cai à medida de são incluídos simultaneamente quantidades unitárias nos dois tipos recursos. No entanto, se a quantidade de um tipo de recurso é acrescida e a do outro não, a duração do projeto se mantém inalterada.

Apesar de apresentar de maneira geral o comportamento descrito acima, a simulação *fuzzy* guarda uma curiosidade. Analisando o tempo de duração de um projeto desse tipo para quantidade de recursos  $X=Y=4$  e a adição de uma unidade a cada tipo de recurso, ou seja,  $X=Y=5$ , a duração do projeto parece aumentar de 19,40 para 19,80 unidades de tempo.

Tabela 3.2: Duração Dm1 do Projeto em Função dos Recursos Empregados

Dm1		Recursos Y									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Recursos X	1	41,90	41,90	41,90	41,90	41,90	41,90	41,90	41,90	41,90	41,90
	2	41,90	29,40	29,40	29,40	29,40	29,40	29,40	29,40	29,40	29,40
	3	41,90	29,40	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00	26,00
	4	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,90	23,90	23,90	23,90	23,90
	5	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,90	23,90	23,90	23,90	23,90
	6	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,30	23,30	23,30	23,30	23,30
	7	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,30	23,30	23,30	23,30	23,30
	8	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,30	23,30	23,30	23,30	23,30
	9	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,30	23,30	23,30	23,30	23,30
	10	41,90	29,40	26,00	23,90	23,90	23,30	23,30	23,30	23,30	23,30

Analisando a duração Dm1, na tabela 3.2, não é verificado nenhum tipo de

comportamento aparentemente anômalo como aquele verificado na duração otimista D1. Ou seja, a duração do projeto tende a cair à medida que são adicionadas quantidades simultâneas dos dois tipos de recursos até que é atingido um ponto de saturação, no qual a adição de recursos adicionais não resulta em redução da duração do projeto. Considerando-se apenas a duração Dm1, quantidades de recursos acima de 6 unidades não resultam em redução da duração do projeto.

Tabela 3.3: Duração Dm2 do Projeto em Função dos Recursos Empregados

Dm2		Recursos Y									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Recursos X	1	52,70	52,70	52,70	52,70	52,70	52,70	52,70	52,70	52,70	52,70
	2	52,70	36,50	36,50	36,50	36,50	36,50	36,50	36,50	36,50	36,50
	3	52,70	36,50	31,70	31,70	31,70	31,70	31,70	31,70	31,70	31,70
	4	52,70	36,50	31,70	28,30	28,30	28,30	28,30	28,30	28,30	28,30
	5	52,70	36,50	31,70	28,30	27,80	27,80	27,80	27,80	27,80	27,80
	6	52,70	36,50	31,70	28,30	27,80	27,90	27,90	27,90	27,90	27,90
	7	52,70	36,50	31,70	28,30	27,80	27,90	27,90	27,90	27,90	27,90
	8	52,70	36,50	31,70	28,30	27,80	27,90	27,90	27,90	27,90	27,90
	9	52,70	36,50	31,70	28,30	27,80	27,90	27,90	27,90	27,90	27,90
	10	52,70	36,50	31,70	28,30	27,80	27,90	27,90	27,90	27,90	27,90

Analisando as durações Dm2 na tabela 3.3, observa-se como em Dm1, um comportamento aparentemente anômalo, no qual a duração do projeto aumenta com a adição de recursos. Além disso, neste caso o problema parece ser mais grave dado que a partir de 6 recursos de cada tipo (X e Y) a saturação se dá a um nível 0,1 unidades de tempo mais alto que quando se tem X=Y=5.

Tabela 3.4: Duração D2 do Projeto em Função dos Recursos Empregados

D2		Recursos Y									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Recursos X	1	64,20	64,20	64,20	64,20	64,20	64,20	64,20	64,20	64,20	64,20
	2	64,20	44,10	44,10	44,10	44,10	44,10	44,10	44,10	44,10	44,10
	3	64,20	44,10	37,80	37,80	37,80	37,80	37,80	37,80	37,80	37,80
	4	64,20	44,10	37,80	33,40	33,40	33,40	33,40	33,40	33,40	33,40
	5	64,20	44,10	37,80	33,40	32,30	32,30	32,30	32,30	32,30	32,30
	6	64,20	44,10	37,80	33,40	32,30	33,30	33,30	33,30	33,30	33,30
	7	64,20	44,10	37,80	33,40	32,30	33,30	33,30	33,30	33,30	33,30
	8	64,20	44,10	37,80	33,40	32,30	33,30	33,30	33,30	33,30	33,30
	9	64,20	44,10	37,80	33,40	32,30	33,30	33,30	33,30	33,30	33,30
	10	64,20	44,10	37,80	33,40	32,30	33,30	33,30	33,30	33,30	33,30

Analisando a tabela 3.4, que representa a duração de projeto pessimista, outro comportamento aparentemente anômalo também ocorre. É dessa vez a magnitude é ainda maior. A diferença entre as durações de projeto com X=Y=5 e X=Y=6 é 10 vezes maior que o encontrado para durações do tipo Dm2.

A explicação para estes comportamentos aparente anômalo está na própria definição do número *fuzzy*. Quando as durações das atividades do projeto são modeladas pelo número *fuzzy* não se está preocupado apenas com a duração otimista, pessimista, ou mais provável. A grande vantagem é a representação dos 3 (ou 4, no caso do número trapezoidal) em um único número *fuzzy*. Por isso, para analisar os resultados acima, deve-se ter em mente que não se

deve observar as medidas separadamente.

Analisando, por exemplo, a primeira anomalia aparente nos dados gerados para D1 para quantidades de recurso X e Y iguais a 4 e em seguida iguais a 5, aparentemente tem-se um aumento da duração do projeto com o crescimento da quantidade de recursos. No entanto, ao se analisar o número *fuzzy* completamente, ou seja: (a) Para recursos X = 4 e Y = 4, tem-se tempo de duração igual a (19,4; 23,9; 28,3; 33,4); e (b) Para recursos X = 5 e Y = 5, tem-se tempo de duração igual a (19,8; 23,9; 27,8; 32,3).

Para comparar números *fuzzy* trapezoidais será usado o método proposto por Tran e Duzkstein [10]. Esse método é baseado na comparação dos seguintes alvos pré-determinados: (a) Crisp máximo (Max); e (b) Crisp mínimo (Min). O princípio é que um número *fuzzy* é maior se sua distância para o crisp máximo  $D_{max}$  é a menor, mas sua distância para o crisp mínimo  $D_{min}$  é a maior. Os valores Max e Min são escolhidos segundo a operação abaixo:

$$\text{Min} \leq \inf \left( \bigcup_{i=1}^1 s(A(i)) \right) \quad (2)$$

$$\text{Max} \leq \sup \left( \bigcup_{i=1}^1 s(A(i)) \right) \quad (3)$$

Onde  $s(A(i))$  é o suporte do número *fuzzy*  $A(i)$  a ser ordenado. Baseado na metodologia de ordenação para tomadores de decisão aversos ao risco, a fórmula para calcular  $D_{max}$  e  $D_{min}$  para um número *fuzzy*  $A(a_1, a_2, a_3, a_4)$  é apresentada a seguir:

$$D^2(A, M) = \left( \frac{a_2 + a_3}{2} - M \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{a_2 + a_3}{2} - M \right) \times [(a_4 - a_3) - (a_2 - a_1)] + \frac{2}{3} \left( \frac{a_2 + a_3}{2} \right)^2 + \frac{1}{9} \left( \frac{a_3 - a_2}{2} \right) [(a_4 - a_3) + (a_2 - a_1)] + \frac{1}{18} [(a_4 - a_3)^2 + (a_2 - a_1)^2] - \frac{1}{18} [(a_4 - a_3)(a_2 - a_1)] \quad (4)$$

Na qual, (a)  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  representam os quatro parâmetros descritos no número *fuzzy* trapezoidal  $A$ ; (b)  $M$  é tanto Max quanto Min. Logo,  $D_{min} = \sqrt{D^2(A, Min)}$  e  $D_{max} = \sqrt{D^2(A, Max)}$ .

Comparando as durações de projeto para X=Y=4 e X=Y=5, nota-se que (19,4; 23,9; 28,3; 33,4) > (19,8; 23,9; 27,8; 32,3). E, além disso, analisando os demais dados, observa-se que a quantidade de recursos que resulta na menor duração de projeto acontece quando X\*=Y\*=5. Pode-se dizer que utilizando X=Y=5 a duração mínima do projeto será de 19,8 unidades de tempo, a duração máxima do projeto será de 32,3 unidades de tempo e é esperado que a duração fique entre 23,9 e 27,8 unidades de tempo.

#### 4. CONCLUSÃO

A utilização da metodologia proposta neste trabalho, baseada na análise da superfície de resposta *fuzzy*, mostrou-se valiosa na resolução de projetos cujos tempos de atividades não possuem valores históricos, inclusive com custo computacional menor do que a simulação de Monte Carlo. Tendo o devido cuidado na análise da superfície de resposta *fuzzy*, essa metodologia é recomendada para a solução deste tipo de problema. As principais vantagens dessa metodologia são: (a) facilidade para descrever a duração das atividades através da linguagem verbal; (b) menor esforço computacional em comparação com a simulação de Monte Carlo; (c) pode ser adaptado para simulação para otimização.

Talvez o principal benefício deste tipo de abordagem seja a aderência com a

realidade. A duração das atividades é em geral facilmente descrita através da linguagem verbal. Além disso, a modelagem da duração das atividades através de números *fuzzy* compensa a ausência de dados históricos inerente a projetos inéditos.

Para comprovar a vantagem, dentro deste contexto de imprecisão, da simulação *fuzzy* em relação à simulação de Monte Carlo no que diz respeito à velocidade de processamento, deve-se compreender os fundamentos e implicações desse tipo de simulação. A utilização de números *fuzzy* para descrever a duração das atividades do projeto permite a soma direta da data de término da atividade com a duração da atividade subsequente. Dessa forma, elimina-se a necessidade de amostragens e a realização de diversas replicações. Com essas simplificações a simulação necessita de apenas um ciclo completo para gerar o(s) resultado(s) de um determinado cenário.

A adaptação de técnicas da superfície de resposta à superfície de resposta *fuzzy* possibilitaria a construção de algoritmos de simulação para otimização *fuzzy*, que, em tese, seriam capazes de retornar o valor já otimizado. Outro fator favorável à simulação *fuzzy* para aplicação em simulação para otimização é a rapidez de geração de resposta de cada cenário.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] PRADO, D. S. (2004). Planejamento e Controle de Projeto. Editora INDG Tecs, Belo Horizonte.
- [2] PROJECT MANAGEMENT INSTITUTE. A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK). Maryland: Project Management Institute Inc., 2004.
- [3] TAVARES, L. V.. A review of the contribution of Operational Research to Project Management. *European Journal of Operational Research*, v. 136, p. 1-18. 2002.
- [4] LEUS, R.. Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials. *European Journal of Operational Research*, v. 165, p. 289-306. 2005.
- [5] EL SAKKOUT, H., WALLACE, M.. Probe backtrack search for minimal perturbation in dynamic scheduling. *Constraints*, v. 5 (4), p. 359–388. 2000.
- [6] ZHANG, H., TAM, C. M., LI, H.. Modeling uncertain activity duration by *fuzzy* number and discrete-event simulation. *European Journal of Operational Research*, v. 164, p. 715-729. 2005.
- [7] FU, M. C.. Optimization for Simulation: Theory vs. Practice. *INFORMS Journal on Computing*, v. 14 (3), p. 192-215. 2002.
- [8] GLOVER, F.. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, v. 8, p. 156-166. 1977.
- [9] KLEIJNEN, J. P. C., SANCHEZ, S. M., LUCAS T. W., CIOPPA T. M.. A User's Guide to the Brave New World of Designing Simulation Experiments. *INFORMS Journal on Computing*, v. 17 (3), p. 263-289. 2005.
- [10] TRAN, L., DUZKSTEIN, L.. Comparison of *fuzzy* numbers using a *fuzzy* distance measure. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 130, p. 331-341. 2002.
- [11] TOCHER, K. D. (1963). The art of simulation. English Universities Press, Londres.
- [12] PINTO, Luiz Ricardo. Abordagens usadas em simulação. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2003. 6 f. Notas de aula.