



SPOLM 2008

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 05 e 06 de agosto de 2008.

# A SIMULAÇÃO MONTE CARLO NA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UM SISTEMA DE TRANSMISSÃO OFDM COM ESTIMATIVAS DE CANAL BASEADAS EM CORRELATION MATCHING

**Deolinda Fontes Cardoso**

Centro de Análises de Sistemas Navais – CASNAV - MB  
Praça Barão de Ladário s/ nº, Ilha das Cobras, Edifício, 3º andar – Centro  
[deolinda@casnav.mar.mil.br](mailto:deolinda@casnav.mar.mil.br)

**Fabian David Backx**

Centro de Estudos em Telecomunicações da PUC-Rio - CETUC  
Rua Marques de São Vicente nº 225 – Gávea  
[fdb@cetuc.puc-rio.br](mailto:fdb@cetuc.puc-rio.br)

**Raimundo Sampaio Neto**

Centro de Estudos em Telecomunicações da PUC-Rio - CETUC  
Rua Marques de São Vicente nº 225 – Gávea  
[raimundo@cetuc.puc-rio.br](mailto:raimundo@cetuc.puc-rio.br)

## Resumo

Neste estudo a simulação Monte Carlo é aplicada para investigação do desempenho das transmissões de dados através de modulação OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Para a construção do modelo da simulação é necessário desenvolver a modelagem analítica do problema por meio de equações matemáticas e estatísticas de segunda ordem (*Second Order Statistics*). As estimativas do canal de comunicação são baseadas na técnica de casamento da correlação dos dados recebidos e são obtidas por minimização de uma função custo. Essa função é definida como o quadrado da norma de Frobenius da matriz de erro resultante da comparação entre a matriz correlação dos dados recebidos com a sua estimativa. A metodologia proposta permitiu obter estimativas com convergência assintótica ótima quando comparadas a outras estimativas obtidas por um método de identificação de subespaço. As análises por simulação revelaram que o método de casamento de correlação proposto permite obter bons resultados com complexidade computacional inferior à dos tradicionais métodos de subespaço.

**Palavras-Chaves:** Simulação Monte Carlo; Técnica de Casamento de Correlação; Problema de Minimização Quadrática.

## Abstract

*In this work the computer simulation based in Monte Carlo Method is apply in OFDM wireless communication systems. The mathematical modeling is based in Correlation Matching and square minimization of the cost function; that is defined by the square Frobenius norm of the resulting error matrix. The error matrix is obtained with match the*

*correlation matrix against its sample average estimated from the received data. The results reveal that proposed method achieves good performance with lower computational complexity than subspace methods.*

**Keywords:** Monte Carlo Simulation, Correlation Matching Techniques; Square Minimization Problem.

## 1. INTRODUÇÃO

O primeiro passo para avaliar o desempenho de um sistema de transmissão de dados através de simulação em computador, é construir um consistente modelo matemático do problema [1]. Esse modelo é, tipicamente, composto por um conjunto de equações e expressões numéricas que permitem descrever o comportamento do sistema e, geralmente, são utilizados métodos matemáticos baseados em Estatísticas de Segunda Ordem (*Second Order Statistics*) do vetor dos sinais recebidos. As estatísticas são usadas para obter as estimativas, de parâmetros desconhecidos, relevantes para a modelo da simulação.

Na literatura destacam-se os métodos matemáticos baseados em: identificação de subespaço [2], em otimização com restrições [3,4]: como a de mínima variância [5,6] ou a de módulo constante [7], e casamento de correlação de dados recebidos [8,9].

Neste trabalho, nós aplicamos a técnica de casamento de correlação (*Correlation Matching*), que é um caso especial do método de momentos (*Moment Method*), para obter estimativas da resposta ao impulso do canal; as quais são fundamentais no algoritmo de estimação do canal, parte integrante, do modelo para a avaliação do desempenho de sistemas de comunicações digitais.

As análises por casamento de correlação permitem o desenvolvimento de métodos de convergência assintótica ótima quando comparados a outras técnicas de estimação, porém com menor complexidade computacional. Dessa forma, nós investigamos a aplicabilidade do método de casamento de correlação em um sistema padrão de transmissão de dados OFDM com múltiplas portadoras. No procedimento analítico a matriz correlação dos dados recebidos, parametrizada pelo vetor desconhecido dos coeficientes do canal de transmissão, é comparada com a sua estimativa, obtida por amostragem média. A função custo a minimizar é definida como o quadrado da norma de Frobenius da matriz Erro resultante dessa comparação.

Empregando um conjunto de poderosos operadores matemáticos como o: produto de Kronecker, gradiente complexo e vetor de empilhamento de colunas de matrizes é possível desenvolver a modelagem matemática vetorial para a construção do modelo analítico dos sinais. O modelo analítico é necessário e primordial para a construção do modelo de simulação do sistema. Assim, o objetivo do trabalho é ressaltar a importância do uso da simulação em computador como uma ferramenta de auxílio para avaliar o desempenho de um complexo sistema de comunicações. O método de simulação escolhido é o de Monte Carlo por apresentar uma estrutura simples e bastante flexível e por permitir obter as distribuições mais prováveis neste problema de complexidade exponencial. Todavia, um elevado número de simulações é necessário para reduzir o erro da estimativa da solução procurada.

Os resultados de desempenho simulado do Erro Médio Quadrático (*Mean Square Error*) e da Taxa de Erro de Bit - BER (*Bit Error Rate*) mostraram que o método de casamento de correlação (empregado no algoritmo de estimação) permite obter estimativas despolarizadas com convergência assintótica e comparado aos tradicionais métodos de subespaço apresentam menor magnitude computacional.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção 2 descreve a Modelagem Matemática do Sistema onde estão apresentadas as análises para minimização da função de custo. A Seção 3 apresenta o Modelo da Simulação ressaltando o método de Monte Carlo; a Seção 4 descreve os resultados experimentais obtidos por simulação; e na Seção 5 apresentamos as conclusões do trabalho.

*Notação adotada:* caracteres maiúsculos em negrito denotam matrizes; caracteres minúsculos em negrito denotam vetores. Os operadores  $(\cdot)^T$ ,  $(\cdot)^H$  indicam transposto de um vetor e hermitiano (transposto conjugado) de um vetor; o operador  $\otimes$  representa o produto de Kronecker. O operador vetor  $vec\{\cdot\}$  é obtido pelo empilhamento de cada coluna de uma matriz sobre outra coluna, resultando em um vetor longo composto por todas as colunas da matriz.;  $\|\mathbf{A}\|_F$  representa a *norma de Frobenius* da matriz  $\mathbf{A}$ , definida como  $[\text{vec}^H(\mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{A})]^{1/2}$ . O operador  $E[\cdot]$  representa o valor esperado.

## 2. A MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA

Neste estudo consideramos o equivalente a tempo discreto de um sistema OFDM de transmissão de blocos através de  $M$  subportadoras ortogonais. Os símbolos de dados transmitidos são descorrelatados, com energia unitária e oriundos de constelações BPSK (*Binary Phase Shift Keying*). No transmissor a cada bloco de  $M$  símbolos é aplicada uma operação de Transformada Inversa Discreta de Fourier de  $M$  pontos e, a seguir, um intervalo de guarda do tipo ZP (*Zero Padding*) composto por  $G$  símbolos [2] é adicionado ao final de cada bloco para garantir a ausência da sobreposição de blocos na recepção. O bloco OFDM resultante, de dimensão  $P=M+G$  (onde  $G$  é o comprimento do intervalo de guarda) é transmitido através de um canal com múltiplos percursos cujo equivalente discreto é modelado por uma matriz de convolução Toeplitz triangular inferior  $\mathbf{H}_c$  de dimensões  $P \times P$  na qual a primeira coluna é a resposta ao impulso do equivalente discreto  $\mathbf{h}$  do canal estendida com zeros; supondo-se que esse vetor tem comprimento  $L$  ( $L$  coeficientes) o comprimento do intervalo de guarda  $G$  deve ser no mínimo igual a  $(L - 1)$ .

Considerando-se o equivalente discreto do sistema, descrito acima, tem-se que o modelo vetorial do sinal recebido correspondente ao  $i$ -ésimo bloco OFDM transmitido é dado pela seguinte expressão:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{H} \mathbf{F}^H \mathbf{b}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (1)$$

onde a matriz  $\mathbf{H}$  é uma matriz *Toeplitz*, de dimensões  $P \times M$  formada pelas primeiras  $M$  colunas da matriz  $\mathbf{H}_c$ ; a matriz  $\mathbf{F}^H$  de dimensões  $M \times M$  implementa a Transformada Inversa Discreta de Fourier realizada na transmissão e satisfaz a condição  $\mathbf{F} \mathbf{F}^H = \mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{I}_M$ ; sendo  $\mathbf{I}_M$  a matriz identidade de dimensões  $M \times M$ ; o vetor  $\mathbf{b}(i)$  representa o bloco de  $M$  símbolos de dados transmitido; e o vetor de ruído  $\mathbf{n}(i)$ , originado pelo ruído branco gaussiano presente na entrada do receptor é um vetor gaussiano de média nula e matriz covariância  $\mathbf{Cov} = E[\mathbf{n}(i)\mathbf{n}^H(i)] = \sigma^2 \mathbf{I}_P$ .

A partir do vetor do sinal recebido (1) calcula-se a sua matriz correlação, de dimensões  $P \times P$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r &= E[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)] \\ &= \mathbf{H} \mathbf{F} E[\mathbf{b}(i)\mathbf{b}^H(i)] \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H + E[\mathbf{n}(i)\mathbf{n}^H(i)] \\ &= \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_P \\ &= \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_P \end{aligned} \quad (2)$$

onde foi utilizado  $E[\mathbf{b}(i)\mathbf{b}^H(i)] = \mathbf{I}_M$  (símbolos descorrelatados com energia unitária) e o parâmetro  $\sigma^2$  representa a potência do ruído.

As colunas da matriz *Toeplitz* do canal  $\mathbf{H}$  podem ser expressas como o produto entre  $M$  matrizes esparsas  $\mathbf{S}_m$  ( $m = 1 \dots M$ ) de dimensões  $P \times L$  e o vetor  $\mathbf{h}$  dos coeficientes do canal de dimensão  $L \times 1$ :

$$\mathbf{H} = [\mathbf{S}_1 \mathbf{h} \mid \mathbf{S}_2 \mathbf{h} \mid \dots \mid \mathbf{S}_M \mathbf{h}] \quad (3)$$

onde a matriz  $\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_L \\ \dots \\ \mathbf{0}_{P-L} \end{bmatrix}$  é formada pela matriz identidade de dimensões  $L \times L$  e por

uma matriz  $\mathbf{0}_{P-L}$  com  $(P-L)$  linhas de zeros e as outras matrizes  $\mathbf{S}_m$  são formadas deslocando-se a matriz identidade de uma linha abaixo:  $\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(i-1)} \\ \dots \\ \mathbf{I}_L \\ \dots \\ \mathbf{0}_{(P-L-i)} \end{bmatrix}$

Substituindo (3) na expressão (2) temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r &= \sum_{m=1}^M \mathbf{S}_m \mathbf{h} \mathbf{h}^H \mathbf{S}_m^T + \sigma^2 \mathbf{I}_P \\ &= \sum_{m=1}^M \mathbf{S}_m \mathbf{A} \mathbf{S}_m^T + \sigma^2 \mathbf{I}_P \end{aligned} \quad (4)$$

Assim, a expressão da matriz correlação,  $\mathbf{R}_r(\mathbf{h}, \sigma^2)$ , é função de  $L+1$  parâmetros: os  $L$  coeficientes do canal  $\mathbf{h}$ ; e a potência do ruído  $\sigma^2$ . A matriz  $\mathbf{A} = \mathbf{h} \mathbf{h}^H$  é uma matriz de *posto unitário*, com dimensões  $L \times L$ .

Neste estudo, a estimativa da matriz correlação, no  $i$ -ésimo intervalo de transmissão, é obtida como uma média temporal ao longo dos blocos de símbolos transmitidos:

$$\overline{\mathbf{R}}_r(i) = 1/i \sum_{j=1}^i \mathbf{r}(j) \mathbf{r}^H(j) \quad (5)$$

Definindo a matriz Erro  $\mathbf{E}(i)$ , de dimensões  $P \times P$ , como o erro resultante da comparação da matriz correlação, dada na equação (4), com a sua estimativa, dada em (5), temos:

$$\mathbf{E}(i) = \mathbf{R}_r - \overline{\mathbf{R}}_r(i) \quad (6)$$

A função custo considerada é definida como o quadrado da norma de Frobenius da matriz de erro  $\mathbf{E}(i)$ , para cada bloco de símbolo de dados transmitido, assim:

$$J(i) = \|\mathbf{E}(i)\|_F^2 = \text{vec}^H[\mathbf{E}(i)] \text{vec}[\mathbf{E}(i)] \quad (7)$$

Aplicando o operador  $\text{vec}(\cdot)$  na matriz de erro (6), temos:

$$\text{vec}(\mathbf{E}(i)) = \text{vec}(\mathbf{R}_r) - \text{vec}(\overline{\mathbf{R}}_r(i)) \quad (8)$$

A expressão (4) pode ser reescrita como:

$$\text{vec}(\mathbf{R}_r) = \sum_{m=1}^M \text{vec}(\mathbf{S}_m \mathbf{A} \mathbf{S}_m^T) + \sigma^2 \text{vec}(\mathbf{I}_P) \quad (9)$$

utilizando-se a propriedade  $\text{vec}(\mathbf{S}_m \mathbf{A} \mathbf{S}_m^T) = (\mathbf{S}_m \otimes \mathbf{S}_m) \text{vec}(\mathbf{A})$ , onde  $\otimes$  representa o *Produto de Kronecker*, podemos reescrever a expressão (9) na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{R}_r) &= \sum_{m=1}^M (\mathbf{S}_m \otimes \mathbf{S}_m) \text{vec}(\mathbf{A}) + \sigma^2 \text{vec}(\mathbf{I}_p) \\ &= \mathbf{D} \text{vec}(\mathbf{A}) + \sigma^2 \text{vec}(\mathbf{I}_p) \end{aligned} \quad (10)$$

Substituindo (10) na expressão (8), obtém-se:

$$\text{vec}(\mathbf{E}(i)) = \mathbf{D}\mathbf{x} + \sigma^2 \mathbf{j} - \mathbf{q}(i) \quad (11)$$

onde  $\mathbf{D} = \sum_{m=1}^M (\mathbf{S}_m \otimes \mathbf{S}_m)$ ,  $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{A}) \Rightarrow \mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{h} \mathbf{h}^H)$ ,  $\mathbf{j} = \text{vec}(\mathbf{I})$  e  $\mathbf{q}(i) = \overline{\text{vec}(\mathbf{R}_r(i))}$

Assim, a expressão da função de custo em (7) incorporando as quantidades definidas torna-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(i) &= [\mathbf{D}\mathbf{x} + \sigma^2 \mathbf{j} - \mathbf{q}(i)]^H [\mathbf{D}\mathbf{x} + \sigma^2 \mathbf{j} - \mathbf{q}(i)] \\ &= \mathbf{x}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{j}^H \sigma^2 \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{j}^H \sigma^4 \mathbf{j} + \mathbf{x}^H \mathbf{D}^H \mathbf{j} \sigma^2 + \mathbf{q}(i)^H \mathbf{q}(i) - \mathbf{q}(i)^H \mathbf{D} \mathbf{x} \\ &\quad - \mathbf{q}(i)^H \mathbf{j} \sigma^2 - \mathbf{x}^H \mathbf{D}^H \mathbf{q}(i) - \mathbf{j} \sigma^2 \mathbf{q}(i) \end{aligned} \quad (12)$$

A função custo  $\mathbf{J}(i)$  é real e quadrática nas variáveis complexas  $(\mathbf{x}, \sigma^2)$  e uma estimativa da variável (vetor)  $\mathbf{x}$ , para posterior obtenção do vetor  $\mathbf{h}$  desejado, pode ser obtida através da minimização dessa função.

## 2.1. MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÃO REAL COM MÚLTIPLAS VARIÁVEIS

A minimização da função de custo é realizada calculando a sua derivada conjugada (gradiente complexo) em relação ao vetor  $\mathbf{x}$  e a potência do ruído  $\sigma^2$  e igualando os valores a zero:

$$\delta_{\mathbf{x}^*} \mathbf{J}(i) = \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{D}^H \mathbf{j} \sigma^2 - \mathbf{D}^H \mathbf{q}(i) \quad (13)$$

$$\delta_{\sigma^2} \mathbf{J}(i) = 2(\mathbf{j}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + \sigma^2 \mathbf{j}^H \mathbf{j} - \mathbf{j}^H \mathbf{q}(i)) \quad (14)$$

onde  $\mathbf{x}^*$  representa o valor conjugado do vetor  $\mathbf{x}$ .

Igualando a derivada em relação a variável  $\sigma^2$  a zero, temos:

$$\mathbf{j}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + \sigma^2 \mathbf{j}^H \mathbf{j} - \mathbf{j}^H \mathbf{q}(i) = 0 \quad (15)$$

resultando em:

$$\sigma^2 = 1/P [\mathbf{j}^H \mathbf{q}(i) - \mathbf{j}^H \mathbf{D} \mathbf{x}] \quad (16)$$

Substituindo o valor de  $\sigma^2$  dado em (16) na expressão (13), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\delta_{x^*} \mathbf{J} (i) &= \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{D}^H \mathbf{j} \sigma^2 - \mathbf{D}^H \mathbf{q} (i) \\
&= \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{D}^H \mathbf{j} 1/P [\mathbf{j}^H \mathbf{q} (i) - \mathbf{j}^H \mathbf{D} \mathbf{x}] - \mathbf{D}^H \mathbf{q} (i) \\
&= \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{x} + 1/P \mathbf{D}^H \mathbf{j} \mathbf{j}^H \mathbf{q} (i) - 1/P \mathbf{D}^H \mathbf{j} \mathbf{j}^H \mathbf{D} \mathbf{x} - \mathbf{D}^H \mathbf{q} (i) = \mathbf{0} \quad (17)
\end{aligned}$$

cuja solução fornece uma estimativa  $\hat{\mathbf{x}}$  do vetor  $\mathbf{x}$  dada por:

$$\hat{\mathbf{x}} (i) = [\mathbf{D}^H (\mathbf{I}_P - 1/P \mathbf{j} \mathbf{j}^H) \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{D}^H (\mathbf{I}_P - 1/P \mathbf{j} \mathbf{j}^H) \mathbf{q} (i) \quad (18)$$

uma vez obtida uma estimativa do vetor  $\mathbf{x}$  e lembrando que  $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{A}) = \text{vec}(\mathbf{h} \mathbf{h}^H)$  a aplicação da operação inversa resulta em  $\mathbf{h} \mathbf{h}^H = \mathbf{A} = \text{unvec}(\mathbf{x})$ . Através de uma operação de decomposição por valor singular é possível obter uma estimativa  $\hat{\mathbf{h}}$  (do vetor  $\mathbf{h}$ ) como sendo o vetor singular associado ao máximo **valor singular** da matriz  $\hat{\mathbf{A}}(i) = \text{unvec}(\hat{\mathbf{x}}(i))$ , esse valor é único pois a matriz tem *rank* (posto) unitário [9].

O vetor singular  $\hat{\mathbf{h}}$  obtido é, portanto, uma estimativa do vetor da resposta ao impulso do canal necessário ao nosso modelo matemático; por ser decorrente de uma minimização quadrática contém uma ambigüidade de fase escalar complexa. Após a estimação do canal é necessário realizar a equalização do sinal recebido seguida da detecção do bloco de dados  $\mathbf{b}(i)$  transmitido. Uma vez desenvolvido o modelo matemático e sendo este adequado e válido para o propósito a que se destina inicia-se a etapa de construção do modelo da simulação.

### 3. O MODELO DA SIMULAÇÃO

O modelo da simulação é, geralmente, uma coleção de algoritmos que implementa uma solução numérica das equações definidas no modelo matemático. Uma importante distinção entre os dois é que o modelo da simulação foca na *estimação do desempenho* e o modelo analítico envolve o *cálculo matemático do desempenho*. Por essa razão, a simulação *não deve* ser vista como uma total substituta da análise matemática, pois certo grau de desenvolvimento matemático é, sempre, necessário para garantir que a simulação está correta e, principalmente, que os resultados fornecidos são razoáveis e condizentes com o esperado.

Existem diversas técnicas de simulação, na Tabela 1 está apresentado um possível sumário com algumas técnicas empregadas na avaliação do desempenho da Probabilidade de Erro de Bit em sistemas de transmissão de blocos.

Técnica \ Característica	Flexibilidade	Dificuldades Analíticas	Tempo Execução	Acurácia Estimador
<b>Monte Carlo</b>	<b>Aplicável a muitos sistemas</b>	<b>Nenhuma</b>	<b>Longo</b>	<b>Exata no intervalo de confiança</b>
Redução da Variância	Idem	Algumas	Curto a longo	Freqüentemente de difícil acesso
Teoria da Derivação	Idem	Idem	Idem	Idem
Teoria do Valor Extremo	Idem	Idem	Idem	Idem
Semi-analítica	Restrita	Necessita de estatísticas condicionais	Muito curto	Exata
Análise Matemática Estrita	Restrita	Numerosas	Zero	Exata

**Tabela 1 – Algumas Técnicas de Simulação**

Neste estudo a simulação é realizada pelo Método de Monte Carlo; que é baseado na definição da frequência relativa da probabilidade de erro; se  $N$  símbolos de dados são processados e  $N_{erros}$  são observados o método estima a Probabilidade de Erro da seguinte forma:

$$P_E = \lim_{N \rightarrow \infty} N/N_{erros} \quad (19)$$

como a simulação processa um número finito de dados, a Probabilidade de Erro não pode ser determinada, mas somente estimada através do processamento de um número finito de dados no sistema. Para valores pequenos de  $N$  o método Monte Carlo fornece estimativas da Probabilidade de Erro com grande variância. Em contra partida, valores elevados de  $N$  resultam em estimativas com baixa variância. Quando o número de símbolos tende ao infinito a estimativa da Probabilidade de Erro converge para o seu valor real.

Na tabela 2 estão descritos os parâmetros utilizados na implementação do algoritmo da simulação.

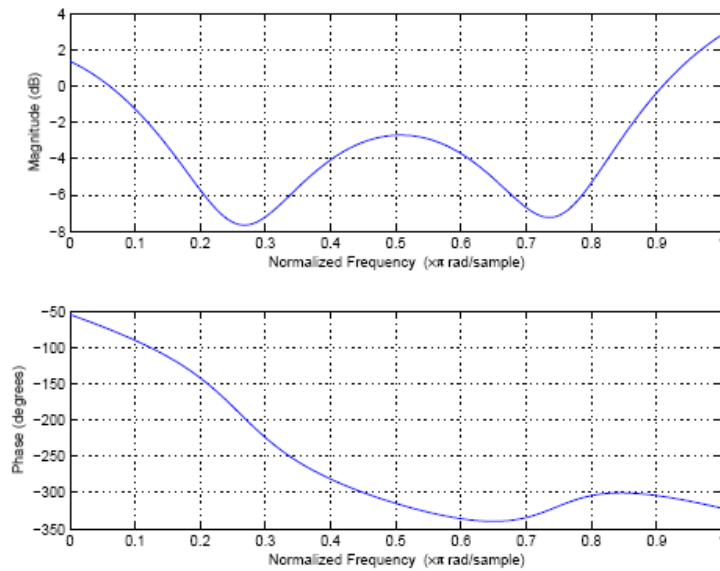
Parâmetros da Simulação	Representação
Subportadoras	M
Percursos Discerníveis do Canal	L
Blocos de Símbolos de Dados	$N_B$
Execução da Simulação (rodada)	<i>Trial</i>
Tempo de Execução Médio para o cômputo da Taxa de Erro de Bit - BER	médio-alto
Tempo de Execução Médio para o cômputo do Erro Médio Quadrático - EMQ	baixo

**Tabela 2 – Parâmetros da Simulação**

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

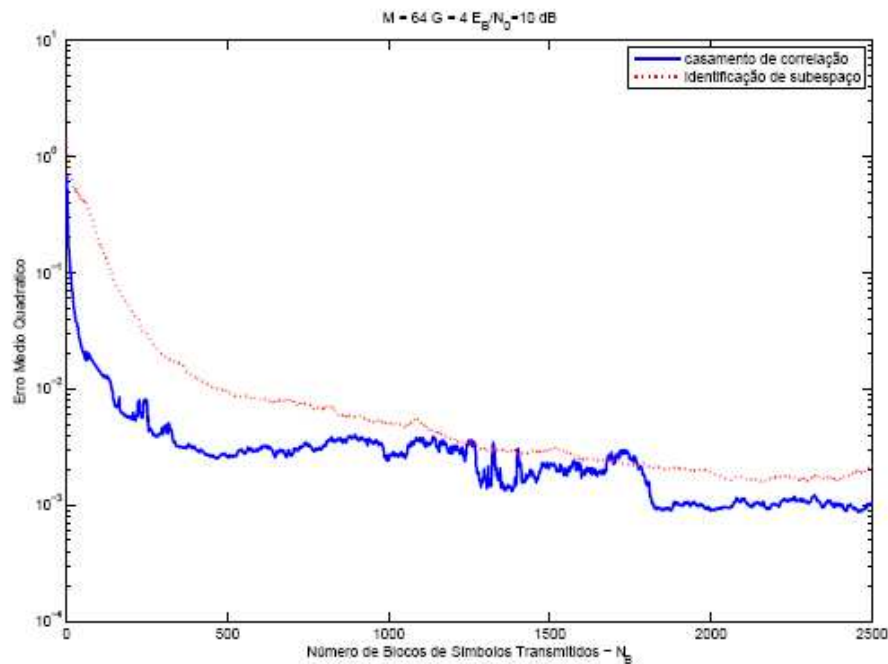
Nesta seção estão apresentados os resultados experimentais obtidos por simulação Monte Carlo. O simulador foi desenvolvido em linguagem MATLAB 7.0 da *MathWorks*. No cenário da simulação considerou-se o seguinte conjunto de valores: Número de subportadoras do sistema  $M = 64$ ; Comprimento (percursos) do canal:  $L = 4$ ; Número de blocos de símbolos transmitidos:  $N_B = 2500$ ; Número de simulações: 100 *trials* (rodadas); sendo que os resultados ilustrados são a média do número de *trials* realizados e utilizou-se a equalização *Zero Forcing*. O canal de propagação é modelado como um filtro de resposta ao impulso finita composto por quatro percursos (*taps*), cujos coeficientes são do tipo  $h_t = a_t p_t$  onde o índice é  $t = 1, 2, \dots, L$  e  $a_t$  é uma variável gaussiana complexa de média nula e  $E[|a_t|^2] = 1$ . Os valores de  $a_t$  são gerados randomicamente no início de cada *trial* e mantidos fixos ao longo de cada teste. Os pesos  $p_t$  satisfazem a  $\sum_{t=1}^L |p_t|^2 = 1$ ; sendo que os valores dos 4 pesos complexos utilizados são:  $p_1 = 0.5957 + 0.0101*i$ ;  $p_2 = -0.3273 - 0.3472*i$ ;  $p_3 = 0.2910 - 0.0533*i$ ; e  $p_4 = 0.1285 - 0.5599*i$ . A ambigüidade de escalar complexa dos estimadores é solucionada escolhendo o primeiro coeficiente  $h_1 = a_1 (0.5957 + 0.0101*i)$  como referência.

Na Figura 1 está ilustrada uma das possíveis respostas em frequência do canal randômico gerado aleatoriamente no início de um *trial*.



**Figura 1 - Resposta em Frequência do Canal de Comprimento 4**

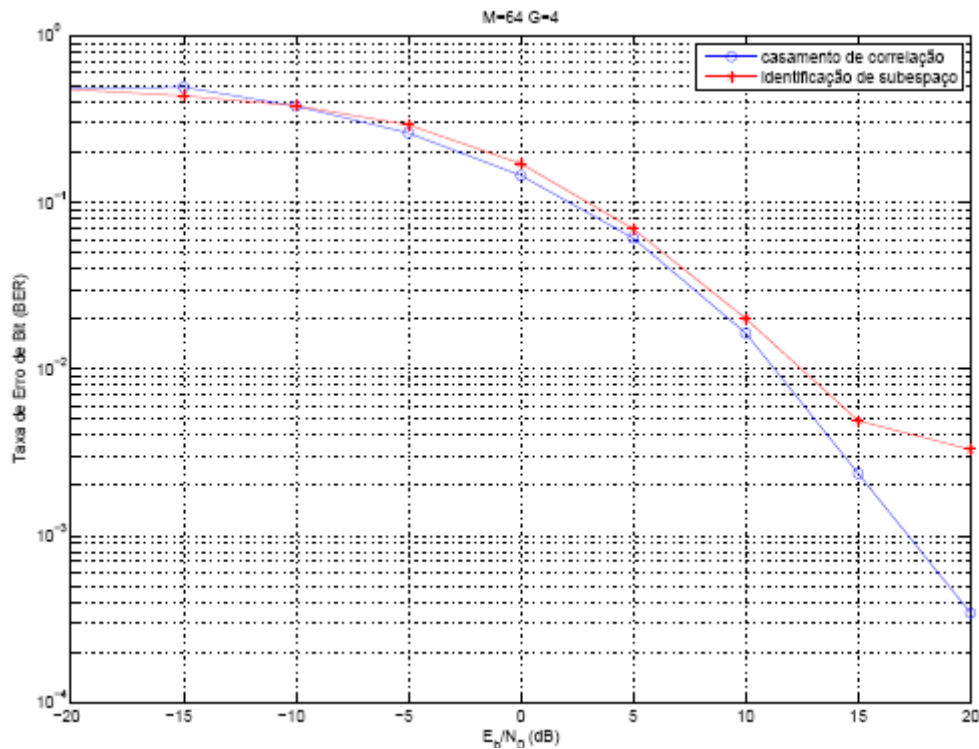
Na Figura 2 estão ilustradas as curvas de desempenho de Erro Médio Quadrático *versus* o Número de Blocos de Símbolos Transmitidos ( $N_B$ ), obtidas por simulação, em um ambiente com razão sinal ruído de 10 decibéis. Na legenda ‘casamento de correlação’ refere-se à estimativa obtida pelo método desenvolvido neste trabalho e ‘identificação de subespaço’ refere-se à estimativa obtida pelo método de decomposição por valor singular descrito em [2]. É possível observar que, conforme o número de símbolos aumenta, o desempenho de erro médio quadrático da estimativa obtida por casamento de correlação converge para o nível de  $10^{-3}$ , na média das 100 simulações realizadas, valor esse de erro médio inferior ao observado para o estimador obtido por ‘identificação de subespaço’ que atinge nível de  $2 \times 10^{-3}$ . Além disso, o estimador proposto é consistente exibindo convergência assintótica para o seu valor real.



**Figura 2 – Desempenho de Erro Médio Quadrático**



Na Figura 3 estão apresentadas as curvas de desempenho, obtidas pelo método Monte Carlo, da Taxa de Erro de Bit (BER) *versus* a Razão Sinal Ruído ( $E_b/N_0$ ) numa faixa de -20 a +20 decibéis. O desempenho BER do sistema com o estimador de canal obtido por ‘casamento de correlação’ é similar ao do sistema empregando o estimador obtido por ‘identificação de subespaço’ até o valor de - 10 dB. Quando  $E_b/N_0 > - 10$  dB ambos os estimadores são melhorados com o aumento da Razão Sinal Ruído. Em 0 dB os níveis de BER, de ambos os estimadores, são menores que  $2 \times 10^{-1}$  sendo que o estimador por ‘casamento de correlação’ apresenta desempenho de BER superior ao do estimador obtido por ‘identificação de subespaço’ e a diferença entre os dois desempenhos torna-se mais evidente como o aumento da razão sinal ruído. O nível de BER de  $10^{-2}$  é atingido pelo primeiro estimador em 11 dB e pelo segundo estimador em 13 dB.



**Figura 3 – Desempenho da Taxa de Erro de Bit (BER)**

## 5. CONCLUSÕES

Os sistemas de transmissão digital apresentam alta complexidade na modelagem matemática, principalmente devido aos diversos efeitos randômicos presentes no canal de propagação rádio móvel. Assim, uma modelagem do sistema, próxima da real, é bastante difícil e a análise de seu desempenho é praticamente, impossível, mesmo adotando um número significativo de simplificações. Sendo assim, a representação do sistema real através de um modelo simulado, utilizando o computador, é a abordagem mais adequada proporcionando vantagens significativas, entre as quais, se destacam: a visualização global do funcionamento do sistema; a facilidade de implementar distintos cenários; a significativa redução da complexidade do problema; e a minimização de custos do projeto.

Neste trabalho nós desenvolvemos, para um sistema OFDM de transmissão de blocos por múltiplas portadoras, um modelo matemático baseado na técnica de casamento de correlação de dados. Essa técnica permite obter estimativas de parâmetros necessárias no modelo da simulação; tais estimativas são obtidas a partir da minimização da função custo igualando o seu gradiente complexo a zero.

Uma vez construído o modelo matemático do sistema é possível desenvolver, em linguagem de programação, o modelo da simulação que permitirá investigar e avaliar o desempenho e a capacidade do sistema. A simulação empregou o método de Monte Carlo com o objetivo de comparar o desempenho do sistema utilizando estimativas obtidas pela da técnica de correlação proposta e utilizando estimativas obtidas por uma técnica tradicional de decomposição por valor singular (identificação de subespaço).

Os resultados revelaram que as estimativas de canal obtidas por casamento de correlação permitem resultados de desempenho de Erro Médio Quadrático consistente com o aumento do número de blocos de símbolos  $N_B$  processados no sistema; e assintoticamente convergentes para o valor real ( $N_B \rightarrow \infty$ ). Além disso, o emprego das estimativas obtidas por casamento de correlação permitiu ao sistema um desempenho de BER superior (menor Taxa de Erro de Bit) ao dos tradicionais métodos de subespaço em ambientes de baixa, média e alta razão sinal ruído; o que garante a aplicabilidade efetiva dos estimadores propostos para análise do desempenho de sistemas de transmissão de blocos por múltiplas portadoras.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] W.H. Tranter, K. S. Shanmugan, T. S. Rappaport e K.L. Kosbar. *Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications*. Prentice Hall, 2003.
- [2] B. Muquet, Z. Wang, G. B. Giannakis, M. de Courville e P. Duhamel. *Cyclic Prefixing or Zero Padding for Wireless Multicarrier Transmissions?* IEEE Transactions on Communications, vol. 12, n. 50, p. 2136-2148, 2003.
- [3] M. Honig U. Madhow e S. Verdu. *Blind Adaptive Multiuser Detection*. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 41, n. 4, p. 944-960, Julho, 1995.
- [4] M. K. Tsatsanis e Z. Xu. *Performance Analysis of Minimum Variance CDMA Receivers*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 46, n. 11, p. 3014-3022, Novembro, 1998.
- [5] Z. Xu e M. K. Tsatsanis. *Blind adaptive Algorithm for Minimum Variance CDMA Receivers*. IEEE Transactions on Communications, vol. 49, n. 1, Janeiro, 2001.
- [6] Rodrigo C. De Lamare e Raimundo Sampaio Neto. *Low-Complexity Variable Step-Size Mechanisms for Stochastic Gradient Algorithms in Minimum Variance CDMA Receivers*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, n.6, Junho, 2006.
- [7] M. Gu e L. Tong. *Geometrical Characterizations of Constant Modulus Receivers*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 49, n. 10, Outubro, 2001.
- [8] Z. Xu e M. K. Tsatsanis. *Blind Channel Estimation for Long Code Multiuser CDMA Systems*. IEEE Transactions on Signal Processing, v. 48, n. 4, April, 2000. do-i: 1053-587-X/04
- [9] Fabian David Backx, T.T.V. Vinhoza, Raimundo Sampaio Neto. *Blind Channel Estimation for Zero-Padded OFDM Systems Based on Correlation Matching*. IEEE Vehicular Transactions on Communications. VTC' 07. p. 1308-1311. 2007. 1-4244-0264-6/07.