



SPOLM 2007

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 08 e 09 novembro de 2007.

## **UMA AVALIAÇÃO DE CURSOS DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CONSIDERANDO VARIÁVEIS NÃO CONTROLÁVEIS**

**Fernanda Rodrigues dos Santos**

Curso de Engenharia de Produção - Universidade Federal Fluminense  
Av. dos Trabalhadores 420, 27255-125, Volta Redonda, RJ  
fernanda.rsantos@yahoo.com.br

**Lidia Angulo Meza**

Dep. de Ciência dos Materiais – Universidade Federal Fluminense  
Av. dos Trabalhadores 420, 27255-125, Volta Redonda, RJ  
lidia@metal.eeimvr.uff.br

### **RESUMO**

A modelagem DEA – do inglês *Data Envelopment Analysis* - foi desenvolvida para determinar a eficiência de unidades produtivas (Decision Making Units - DMUs), onde não seja relevante ou não se deseja considerar somente o aspecto financeiro. Um dos resultados dos modelos DEA para as DMUs classificadas como ineficientes são os alvos para as variáveis, isto é, os novos níveis de consumo de recursos e de produção que devem ser atingidos para elas se tornarem eficientes. Isso nem sempre é possível de ser aplicado em casos reais, onde existem variáveis que não podem alterar seus níveis, ou seja variáveis não controláveis pelo decisor. O presente trabalho tem como objetivo a análise de um caso real em que existam variáveis não controláveis dentro do processo, isto é, em casos em que os alvos para essas variáveis sejam inviáveis. Embora esta seja uma situação comum, este tem sido um problema pouco abordado em DEA. Em uma primeira etapa é feito um levantamento bibliográfico das diversas abordagens para análise de eficiência com variáveis não controláveis, em uma segunda etapa, estes modelos são aplicados na comparação dos cursos de mestrado em Engenharia de Produção da região Sudeste.

**Palavras-chave:** Análise Envoltória de Dados. Variáveis não controláveis. Avaliação de eficiência. Programas de pós-graduação.

**Área de classificação principal:** Análise Envoltória de Dados.

### **ABSTRACT**

Data Envelopment Analysis (DEA) was developed to evaluate Decision Making Units - DMUs), where the financial aspect is not important or relevant. One of DEA models result for inefficient DMUs are the variables targets, that is, the new consumption and production levels that should achieve to be efficient. These target may not be feasible since it could not be possible to change some variables levels, i.e., there are non discretionary variables. The objective of this paper is to evaluate the efficiency in an environment with non discretionary variables, that is, in cases where target for these variables are impracticable. Although it is a common situation, there has been little research in the subject. As a first step, a bibliographical research of papers for non discretionary variables is made and, as a second step, the proposed model find on the first step are used to compare the efficiency of post graduate departments in Production Engineering.

**Key-words: Data Envelopment Analysis. Non discretionary variables. Efficiency valuate. Post Graduate Programs.**

**Main Classification Area: Data Envelopment Analysis.**

## 1. Introdução

A Análise Envoltória de Dados (Data Envelopment Analysis – DEA) é uma metodologia que permite a avaliação de eficiência de unidades produtivas a partir da análise de comparação dessas unidades que utilizam múltiplos recursos (*inputs*) e produzem múltiplos produtos (*outputs*). DEA fornece índices de eficiência para as unidades, assim como alvos para o consumo dos *inputs* e para a produção dos *outputs*. Ao se determinar alvos para as variáveis supõe-se que o decisor tem controle sobre as variáveis. No entanto, em alguns casos reais tem-se variáveis não controláveis na análise, isto é, não podem sofrer variação no seu nível atual por motivos externos, sendo casos em que os alvos para essas variáveis são considerados inviáveis. Entretanto tais variáveis não podem ser descartadas da análise.

Por outro lado, existem poucos trabalhos que propõem modelos DEA com variáveis não controláveis, e dada à aplicabilidade destes modelos, este trabalho reúne diferentes abordagens existentes sobre o tema e um estudo de caso que é utilizado para comparação, neste caso os programas de pós-graduação em Engenharia de Produção da região sudeste do país.

Este trabalho foi dividido de forma a apresentar uma breve explicação de DEA e dos modelos usados para desenvolvimento do mesmo, o que é feito na seção 2. Posteriormente, na seção 3, são analisados os modelos de variáveis não controláveis existentes, e o estudo de caso proposto, sobre a análise de comparação dos cursos de mestrado em Engenharia de Produção das universidades do sudeste encontra-se na seção 4. Os resultados são apresentados na seção 5 e finalmente, na seção 6 são apresentados comentários finais e direções futuras deste trabalho.

## 2. Análise Envoltória de Dados (DEA)

A Análise Envoltória de Dados (Data Envelopment Analysis – DEA) é uma metodologia que usa programação linear para avaliação de eficiências comparativas de Unidades de Tomada de Decisão chamadas de DMU (Decision Making Units). A eficiência relativa de uma DMU é definida como a razão entre a soma ponderada de produtos (*outputs*) e a soma ponderada dos recursos necessários para gerá-los (*inputs*). Os pesos usados nas ponderações são obtidos de um programa de programação fracionária que atribui a cada DMU os pesos que maximizam a sua eficiência. Seu uso é de particular interesse quando se deseja determinar a eficiência de unidades produtivas onde não seja relevante ou não se deseja considerar somente o aspecto financeiro, como é o caso de interesse nesse trabalho.

Em DEA existem dois modelos que são considerados clássicos, o CCR (Charnes, Cooper e Rhodes) e o BCC (Banker, Charnes e Cooper). O modelo CCR, apresentado originalmente por Charnes et al. (1978), constrói uma superfície linear por partes, não paramétrica, envolvendo os dados e trabalha com retornos constantes de escala, isto é, qualquer variação nas entradas (*inputs*) produz variação proporcional nas saídas (*outputs*). Esse modelo é igualmente conhecido como modelo CRS – *Constant Returns to Scale*. O modelo BCC, devido a Banker et al. (1984), considera retornos variáveis de escala, isto é, substitui o axioma da proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* pelo axioma da convexidade. Por isso, esse modelo também é conhecido como VRS – *Variable Returns to Scale*.

Os modelos de DEA são orientados segundo o fim a que se destinam: quando se deseja manter as saídas constantes, enquanto variam-se os dados de entrada, tem-se o modelo com orientação *input*; no caso contrário, quando se deseja manter as entradas constantes ao se variar as saídas, tem-se o modelo com orientação *output*.

A seguir são apresentados os modelos dos multiplicadores e envelope, primal e dual respectivamente, dos modelos CCR (1a e 1b) e BCC (2a e 2b) com orientação a *output*.

$$\text{Min } h_o = \sum_{i=1}^r v_i x_{io}$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jo} = 1$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \forall k$$

$$v_i, u_j \geq 0, \forall i, j$$

(1a)

$$\text{Min } Eff_o = \sum_{i=1}^r v_i x_{io} + v_*$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jo} = 1$$

$$-\sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_* \leq 0, \forall k$$

$$v_i, u_j \geq 0, u_* \in \Re$$

(2a)

$$\text{Max } h_o$$

Sujeito a

$$x_{jo} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i$$

$$-h_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

(1b)

$$\text{Max } h_o$$

Sujeito a

$$x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i$$

$$-h_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

(2b)

Uma característica dos modelos do envelope é a determinação de alvos para as DMUs, isto é, determinam-se metas para todas as variáveis que devem ser atingidas para as DMUs classificadas como ineficientes se tornarem eficientes. Mas em certos casos isso nem sempre é possível, devido a existência de variáveis não controláveis na análise, isto é, o decisor ou decisores não têm controle sobre o nível da variável. Estes casos são analisados na seção 3, em que serão abordados modelos DEA com variáveis não controláveis.

### 3. Modelos DEA com Variáveis Não Controláveis

Tal como já foi mencionado, o estudo das variáveis não controláveis nos permite analisar casos em que algumas variáveis não podem ser tratadas de forma clássica. Um exemplo desta situação é o caso de servidores públicos que, caso seja realizado um estudo de minimização de custos em empresas estatais, uma das variáveis não controláveis será o número de servidores, que não poderá ser reduzido. Assim também ocorre no caso de investimentos financeiros em determinado empreendimento, onde o capital empregado, normalmente, não pode ser aumentado.

Um outro exemplo, apresentado em Cooper et al (2000) é o estudo de caso de comparação das escolas do Texas. Variáveis como número de alunos, desigualdade social e baixo rendimento em Inglês podem ter níveis diferentes dependendo da região a ser analisada. Uma determinada região pode apresentar um número muito maior de alunos matriculados do que outra, dependendo, por exemplo, se a região é rural ou não. Da mesma forma pode apresentar um percentual de desigualdade social muito superior.

Estas variáveis são consideradas não controláveis, pois não pode se diminuir o percentual de desigualdade social em uma dada região instantaneamente. Tal resultado

pode levar anos para ser obtido. Entretanto tais variáveis, mesmo apresentando muitas disparidades, não podem ser descartadas da análise, pois são muito importantes para realização do estudo em questão.

Por outro lado, nos modelos clássicos DEA assume-se que todos os *inputs* (ou *outputs*) podem sofrer redução ou expansão radial, ou seja, o administrador poderá alterar a quantidade dos *inputs* (ou *outputs*) a qualquer momento. Mas no caso das variáveis não-controláveis isto não é possível. Desta forma, vários pesquisadores propuseram modelos para lidar com este tipo de variáveis, os que serão apresentados a seguir.

### 3.1. Modelo de Banker e Morey (1986)

Um dos primeiros modelos para lidar com variáveis não controláveis foi proposto por Banker e Morey (1986). Nestes modelos os pesquisadores estabelecem uma redução radial dos *inputs* apenas para as *inputs* em que o administrador possui controle. Neste caso os *inputs* foram divididos em dois conjuntos: os controláveis e os não controláveis, denominados por  $X^C$  e  $X^{NC}$  respectivamente.

Assim, pode-se então reescrever o modelo BCC (VRS) com orientação a *input* e *output*, apresentados em (3a) e (3b) respectivamente. Já os modelos CCR (CRS) são escritos da mesma forma, em ambas as orientações, porém sem a restrição de convexidade, isto é, a do somatório dos lambdas iguais a um, pois esta é uma equação característica do modelo BCC.

$\begin{aligned} & \text{Min } h_o \\ & \text{Sujeito a} \\ & -y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\ & h_o x_{io}^C - \sum_{k=1}^n x_{ik}^C \lambda_k \geq 0, \forall i \\ & x_{io}^{NC} - \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k \geq 0, \forall i \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\ & \lambda_k \geq 0, \forall k \end{aligned}$ <p style="text-align: center;">(3a)</p>	$\begin{aligned} & \text{Max } h_o \\ & \text{Sujeito a} \\ & -h_o y_{jo}^C + \sum_{k=1}^n y_{jk}^C \lambda_k \geq 0, \forall j \\ & -y_{jo}^{NC} + \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k \geq 0, \forall j \\ & x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\ & \lambda_k \geq 0, \forall k \end{aligned}$ <p style="text-align: center;">(3a) (3b)</p>
---	---

Em ambas as orientações, descritas acima, o parâmetro  $h_o$  está relacionado apenas às variáveis (*inputs* ou *outputs*) consideradas controláveis, apresentando redução radial de *inputs* ou *outputs* respectivamente. Desta forma, se em um problema tem-se como variáveis dois *inputs*, mão-de-obra como controlável e capital de investimento como não controlável, a programação linear envolvida apresenta uma redução radial apenas no *input* mão-de-obra. Isto reduzirá a quantidade de mão-de-obra usada, enquanto manterá a quantia empregada.

### 3.2. Modelo Não Arquimediano de Banker e Morey (1986)

Um segundo modelo, proposto também por Banker e Morey (1986), representa uma adaptação do modelo não arquimediano (Ali e Seiford, 1993). A principal característica deste modelo é que inclui as folgas das variáveis na função objetivo. Desta forma, somente as DMUs pareto eficientes são identificadas como eficientes, já que

qualquer existência de folgas diferentes de zero representa uma penalidade na função objetivo.

Este modelo que chamaremos de modelo não arquimediano de Banker e Morey é apresentado na fronteira CCR para orientação a *input* em (4a) e que pode ser facilmente adaptado para a orientação *output* tal como apresentado em (4b).

Nestes modelos, todas as variáveis, exceto  $\theta$ , são restritas a não negatividade, e os símbolos C e NC representam as variáveis controláveis e não controláveis respectivamente. Tal como já foi notado, ao compararmos este modelo com os modelos (3a) e (3b), as restrições de desigualdade foram convertidas em igualdades pela introdução de folgas, que foram incluídas na função objetivo.

$$\text{Min } h_o - \varepsilon \left( \sum_{i \in C} s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

sujeito a:

$$h_o x_{io} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^-, i \in C$$

$$x_{io} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^-, i \in NC$$

$$y_{ro} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+, r = 1, \dots, s.$$

(4a)

$$\text{Max } h_o - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r \in C} s_r^+ \right)$$

sujeito a:

$$x_{io} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^-, i = 1, \dots, m.$$

$$h_o y_{ro} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+, r \in C$$

$$y_{ro} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+, r \in NC$$

(4b)

### 3.3. Modelo de Charnes et al (1987)

Baseados no modelo aditivo, Charnes et al (1987) propuseram o modelo apresentado em (5). Cabe lembrar que, o modelo aditivo não faz distinção sobre qual a orientação do problema, pois soma as folgas de cada variável, *input* e *output*, na função objetivo. Assim, este modelo combina *inputs* e *outputs* em um único modelo, ocasionando redução máxima de *inputs* e aumento máximo de *outputs* através da maximização das folgas.

Porém, à diferença dos modelos apresentados anteriormente, e à imagem do modelo aditivo, este modelo serve apenas para calcular os alvos, visto que na função objetivo não se tem a variável da eficiência, e sim as folgas, e, portanto, não fornece um índice de eficiência para as DMUs.

$$\text{Max } \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io}, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{ro}, r = 1, \dots, s$$

$$s_i^- \leq \beta_i x_{io}, i = 1, \dots, m$$

$$s_r^+ \leq \gamma_r y_{ro}, r = 1, \dots, s$$

(5)

Neste modelo,  $\beta_i$  e  $\gamma_r$  representam parâmetros, pré determinados, e todas as variáveis são restritas à condição de não-negatividade. Tais parâmetros podem receber valores de 0 a 1, de acordo com o grau de controle do *input*  $i$  ou do *output*  $r$ . Com  $\beta_i = 0$ , tem-se que o *input* é completamente não controlável e com  $\beta_i = 1$  o *input* é totalmente controlável.

O mesmo ocorre com o conjunto dos *outputs*, onde  $\gamma_r = 0$  implica em *output* não controlável e  $\gamma_r \rightarrow \infty$  implica em variável com total controle.

Devido ao uso de parâmetros, tal modelo apresenta dificuldades de ser aplicado. Exemplos a respeito deste modelo podem ser encontrados em Cooper e Seiford (2000).

### 3.4. Modelo de Cooper e Seiford (2000)

Os modelos propostos por Cooper e Seiford (2000) são apresentados em (6a) para orientação *input* e (6b) para a orientação *output*, na fronteira BCC.

*Min*  $h_o$

*sujeito a*

$$h_o x_{io}^C \geq \sum_{k=1}^n x_{ik}^C \lambda_k, \forall i$$

$$y_{jo}^C \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^C \lambda_k, \forall j$$

$$x_{io}^{NC} = \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k, \forall i$$

$$y_{jo}^{NC} = \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k, \forall j$$

$$L \leq \sum_{k=1}^n \lambda_k \leq U$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

(6a)

*Max*  $h_o$

*sujeito a:*

$$x_{io}^C \geq \sum_{k=1}^n x_{ik}^C \lambda_k, \forall i$$

$$h_o y_{jo}^C \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^C \lambda_k, \forall j$$

$$x_{io}^{NC} = \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k, \forall i$$

$$y_{jo}^{NC} = \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k, \forall j$$

$$L \leq \sum_{k=1}^n \lambda_k \leq U$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

(6b)

Estes modelos têm um enfoque similar aos anteriores no sentido que faz uma distinção entre o conjunto de variáveis controláveis e as não controláveis,  $C$  e  $NC$ . A diferença está nas restrições das variáveis não controláveis, em que é forçada uma igualdade, isto significa que a combinação linear encontrada para as variáveis não controláveis deve ser exatamente igual ao valor atual da variável. A penúltima restrição do modelo implica em um limite inferior  $L$  (lower) e um superior  $U$  (upper) ao somatório da contribuição da  $DMU_k$  na formação do alvo da  $DMU_o$   $\left( \sum_{k=1}^n \lambda_k \right)$ . Entretanto, tais limites (retornos variáveis) precisam ser determinados previamente, antes da aplicação prática do modelo. Esta restrição somente deve ser aplicada no modelo BCC, pois é uma equação característica do modelo. Para a fronteira CCR os modelos são os mesmos, nas duas orientações, porém sem a restrição do somatório dos lambdas entre um limite inferior e superior.

### 3.5. Extensão do Modelo de Cooper e Seiford (2000)

Existe uma extensão para o modelo de Cooper e Seiford (2000) (6a e 6b), ao qual podem ser introduzidas restrições que aumentam ou diminuem o limite de ação de uma determinada variável. Por exemplo, quando queremos medir a eficiência de Estádios de Baseball, tomamos como variável o número de espectadores. Neste caso, tal variável não pode exceder a capacidade máxima do estádio para cada DMU e, esta capacidade máxima deve ser considerada como um limite superior para o número de espectadores. Pode-se dizer que esta variável é semicontrolável.

Assim algumas restrições do modelo anterior (6a e 6b) podem, e devem ser, substituídas por outras, tal como apresentadas em (7) e (8).

$$x_{io}^{NC} = \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k, \forall i \quad \Rightarrow \quad l_o^{NC} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k \leq u_o^{NC}, \forall i \quad (7)$$

$$y_{jo}^{NC} = \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k, \forall j \quad \Rightarrow \quad l_o^{NC} \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k \leq u_o^{NC}, \forall j \quad (8)$$

Estas inequações  $(l_o^{NC}, u_o^{NC})$  são vetores dos limites inferior e superior dos *inputs* e *outputs* das variáveis não controláveis da DMU<sub>o</sub>. Desta forma, os modelos finais, com orientação a *input* e *output* são apresentados em (9a) e (9b), respectivamente.

*Min*  $h_o$

*sujeito a:*

$$h_o x_{io}^C \geq \sum_{k=1}^n x_{ik}^C \lambda_k, \forall i$$

$$y_{jo}^C \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^C \lambda_k, \forall j$$

$$l_o^{NC} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k \leq u_o^{NC}, \forall i$$

$$l_o^{NC} \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k \leq u_o^{NC}, \forall j$$

$$L \leq \sum_{k=1}^n \lambda_k \leq U$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

(9a)

*Max*  $h_o$

*sujeito a:*

$$x_{io}^C \geq \sum_{k=1}^n x_{ik}^C \lambda_k, \forall i$$

$$h_o y_{jo}^C \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^C \lambda_k, \forall j$$

$$l_o^{NC} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik}^{NC} \lambda_k \leq u_o^{NC}, \forall i$$

$$l_o^{NC} \leq \sum_{k=1}^n y_{jk}^{NC} \lambda_k \leq u_o^{NC}, \forall j$$

$$L \leq \sum_{k=1}^n \lambda_k \leq U$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

(9b)

Assim como no modelo anterior, a penúltima restrição somente deve ser aplicada no modelo BCC, pois é uma equação característica do modelo. Para a fronteira CCR os modelos são os mesmos, nas duas orientações, porém sem a restrição do somatório dos lambdas entre um limite inferior e superior.



#### 4. Estudo de Caso

Os modelos apresentados na seção anterior serão utilizados para fazer a avaliação dos cursos de mestrado em Engenharia de Produção de algumas universidades. Para tal análise, foram utilizadas como DMUs as onze universidades do sudeste que são avaliadas pela CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

A CAPES, fundação do Ministério da Educação, investe no desenvolvimento da pós-graduação *stricto sensu* focada na formação de pessoal qualificado no Brasil e no exterior (CAPES, 2007). É responsável por mais da metade das bolsas de pós-graduação no país, avalia cursos de mestrado e doutorado, além de financiar a produção e a cooperação científica. A CAPES tem sido decisiva para os êxitos alcançados pelo sistema nacional de pós-graduação, tanto no que diz respeito à consolidação do quadro atual, como na construção das mudanças que o avanço do conhecimento e as demandas da sociedade exigem.

Os dados para a pesquisa foram extraídos do próprio site da CAPES, que disponibiliza as informações das universidades analisadas a cada triênio. A última análise foi feita em 2005 e, sendo assim, a análise de comparação aqui estudada é deste mesmo ano.

As variáveis tratadas como *inputs* são: número de docentes, número de discentes e quantidade de disciplinas oferecidas em cada universidade. Como *outputs*, número de projetos de pesquisa oferecidos, teses e dissertações publicadas e produções bibliográficas.

Dentre os *inputs*, a variável número de discentes é a única que pode ser controlável, ou seja, é a única que pode ser manipulada de forma a atingir o alvo de uma determinada universidade, pois pode-se limitar o número de ingressantes no curso de mestrado. As demais variáveis, número de docentes e disciplinas oferecidas, são variáveis não controláveis, ou seja, não podem sofrer aumento ou redução nos seus níveis. A variável número de docentes não pode ser alterada devido ao fato de servidor público não poder ser demitido (apenas por justa causa) e, normalmente, para aumentar o quadro de professores deve haver concurso público, o que depende de verba do Governo Federal ou Estadual. Já o número de disciplinas oferecidas também não pode ser aumentado nem reduzido, pois a grade universitária é fixa e aprovada pelo MEC.

Dentre os *outputs*, as variáveis que podem sofrer aumento ou redução nos seus níveis para atingir a eficiência de uma DMU são o número de teses e dissertações publicadas e o número de produções bibliográficas, pois as universidades podem incentivar o número de publicações. A variável projetos de pesquisa não pode ser controlada, pois depende da aprovação dos projetos de pesquisa pelos órgãos de financiamento.

O modelo DEA usado foi o modelo CCR (Charnes et al, 1978), que considera retornos constantes de escala. Esta fronteira foi usada na análise devido os dados não apresentarem grande variabilidade entre uma universidade e outra. A orientação a *output* foi designada para o modelo, pois a análise é feita focando a universidade, onde se deseja aumentar o número de teses e dissertações, produções bibliográficas e projetos de pesquisa, devido a estes itens valorizarem o curso de mestrado oferecido.

A tabela 1 apresenta os dados extraídos de CAPES (2007), em que o *input 1* é o número de docentes; o *input 2*, o número de discentes; o *input 3*, o número de disciplinas oferecidas no mestrado; *output 1*, o número de projetos de pesquisa desenvolvidos; *output 2*, as teses e dissertações publicadas; *output 3*, o número de produções bibliográficas do curso de mestrado no ano de 2005.

Na tabela 2 estão disponibilizados os nomes das universidades relacionados a cada sigla e a cada DMU.

Tabela 1 – Dados dos cursos de mestrado em Engenharia de Produção.

<i>DMU</i>	<i>Universidade</i>	<i>Docentes Input 1</i>	<i>Discentes Input 2</i>	<i>Disciplinas Oferecidas Input 3</i>	<i>Projetos de Pesquisa Output 1</i>	<i>Teses e Dissertações Output 2</i>	<i>Produções Bibliográficas Output 3</i>
A	PUC-RIO	8	40	10	10	22	11
B	UFF	20	103	59	41	43	116
C	UFRJ	25	87	64	44	58	244
D	UFMG	15	43	36	29	23	61
E	UENF	10	28	35	17	11	64
F	UNIFEI	21	64	22	10	26	89
G	UFSCAR	34	82	37	125	28	289
H	UNIMEP	19	71	42	34	39	135
I	UNIP	15	56	25	73	19	60
J	USP	32	40	23	67	20	310
K	USP/SC	18	56	17	30	28	139

Tabela 2 – Nomes das universidades relacionados às siglas.

<i>DMU</i>	<i>Sigla</i>	<i>UF</i>	<i>Universidade</i>
A	PUC-RIO	RJ	Pontifícia Universidade Católica Do Rio De Janeiro
B	UFF	RJ	Universidade Federal Fluminense
C	UFRJ	RJ	Universidade Federal Do Rio De Janeiro
D	UFMG	MG	Universidade Federal De Minas Gerais
E	UENF	RJ	Universidade Estadual Do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
F	UNIFEI	MG	Universidade Federal De Itajubá
G	UFSCA		
	R	SP	Universidade Federal De São Carlos
H	UNIMEP	SP	Universidade Metodista De Piracicaba
I	UNIP	SP	Universidade Paulista
J	USP	SP	Universidade De São Paulo
K	USP/SC	SP	Universidade De São Paulo/São Carlos

## 5. Resultados

Inicialmente foi utilizado o modelo CCR clássico com orientação a *output*, para possibilitar a comparação com os modelos de variáveis não controláveis. Para isso foi utilizado o software SIAD (Angulo Meza et al, 2005). A seguir, foram aplicados os modelos apresentados na seção 3, onde foi possível determinar a eficiência relativa das DMUs correspondentes a cada modelo, com exceção do modelo (5), o modelo adaptado do modelo aditivo que não permite o cálculo da eficiência. Também foram calculados os alvos, ou metas, obtidos usando esses modelos.

Foi necessário o uso de modelos DEA com variáveis não controláveis devido à presença de variáveis que não podem ser manipuladas para obter a eficiência desejável da

DMU e, portanto, os alvos a serem atingidos por estas variáveis não fazem sentido. Desta forma, não se pode aplicar apenas os modelos DEA clássicos.

O único modelo que não foi utilizado na análise foi a Extensão do Modelo de Cooper e Seiford (2000) apresentado em 3.5, pois este modelo só é utilizado quando ocorrem variáveis não controláveis na análise que não podem ultrapassar um valor pré-estabelecido, ou há um valor mínimo para esta variável. Devido a não existência destas restrições neste estudo de caso, este modelo não foi utilizado.

Nas tabelas 3 e 4 é apresentada uma síntese dos resultados obtidos. De acordo com estes resultados pode-se fazer a análise a partir de dois diferentes aspectos. O primeiro é o ponto de vista do modelo matemático, em que se pode comparar cada modelo estudado de acordo com os resultados. Uma segunda forma de comparação pode ser realizada a partir do estudo de caso, verificando a coerência entre os resultados das universidades e as variáveis da análise.

Do ponto de vista do modelo matemático, pode-se observar que a principal causa das diferenças nas eficiências do modelo CCR clássico para os demais modelos é que o *output 1* é uma variável não controlável. Utilizando os modelos DEA para variáveis não controláveis, os valores associados a esta variável não fazem parte da função objetivo. Desta forma, as eficiências podem variar muito de um modelo para o outro. Assim, se o número de projetos de pesquisa (*output 1*) de um curso de uma determinada universidade for muito alto em relação às outras variáveis, *output 2* e *output 3*, sua eficiência poderá ser menor nos modelos das variáveis não controláveis do que no modelo CCR clássico. No caso do número de projetos for muito inferior em relação às demais variáveis, a eficiência poderá aumentar nos modelos das variáveis não controláveis se comparado ao modelo CCR clássico. Isso ocorre devido ao modelo CCR, que trabalha com retornos constantes de escala, e dependendo do valor da variável não controlável, em cada modelo será projetada uma fronteira diferente. O mesmo não ocorre no modelo BCC clássico, pois este trabalha com retornos variáveis de escala.

Pode-se observar também que o modelo de Banker e Morey, apresentado em 3.1, é o mais restritivo dentre todos os modelos. Este apresenta os menores valores de eficiência para as DMUs da análise e, a eficiência de uma DMU neste modelo só é superior a outro modelo quando ocorrem folgas nas variáveis. Este é o caso do modelo Não Arquimediano, que inclui as folgas na função objetivo, quando comparado com o modelo de Banker e Morey. As eficiências do modelo Não Arquimediano são maiores do que no modelo de Banker e Morey, salvo apenas quando existem folgas nas variáveis.

O modelo de Charnes et al., apresentado em 3.3, por ser baseado no modelo aditivo não fornece os índices de eficiência das DMUs. Este modelo estabelece uma fronteira diferente, que apresenta apenas os alvos a serem atingidos por cada DMU da análise.

Comparando o modelo de Cooper e Seiford (3.4) e o modelo Não Arquimediano (3.2), a causa do primeiro apresentar mais DMUs eficientes que o segundo é devido o modelo de Cooper e Seiford considerar a existência de variáveis não controláveis tanto nos *inputs* quanto nos *outputs*. Já o modelo Não Arquimediano separa em Controláveis e Não Controláveis as equações do PPL dependendo da orientação do problema (*input* ou *output*), ou seja, somente considera a existência de variáveis não controláveis em uma orientação, o que reduz as eficiências geradas por este modelo. Desta forma, o modelo de Cooper e Seiford é mais indicado quando ocorrem variáveis não controláveis nas duas orientações. Já o Não Arquimediano é mais adequado quando ocorrem variáveis não controláveis apenas em uma das orientações, ou nos *inputs* ou nos *outputs*.

Não há como definir qual o modelo ideal a ser utilizado para problemas que envolvam fronteira CCR com orientação a *outputs*, pois a fronteira de eficiência é diferente para cada um dos modelos devido a variável não controlável não interferir na função objetivo, como analisado acima. Os alvos de cada modelo são projetados em locais diferentes na fronteira, não apresentando um padrão entre os modelos.

Tabela 3 - Resultados dos modelos DEA para o estudo de caso (Parte 1).

DMU	<i>Modelo CCR Clássico</i>				<i>Modelo de Banker e Morey</i>		
	Eff	Alvos Output 1	Alvos Output 2	Alvos Output 3	Eff	Alvos Output 2	Alvos Output 3
A	1,00	10,00	22,00	11,00	1,00	22,00	11,00
B	0,95	43,36	45,50	123,02	0,87	49,82	134,56
C	1,00	44,00	58,00	244,00	1,00	58,00	244,00
D	0,89	32,75	26,08	143,74	0,80	28,42	119,56
E	0,70	25,09	15,98	95,64	0,71	17,28	91,80
F	0,74	57,59	35,28	121,39	1,00	26,00	89,00
G	1,00	125,00	28,00	289,00	0,88	32,66	329,38
H	0,91	36,93	42,61	147,45	0,88	44,48	153,54
I	1,00	73,00	19,00	60,00	0,58	32,34	102,02
J	1,00	67,00	20,00	310,00	1,00	20,00	310,00
K	1,00	30,00	28,00	139,00	1,00	28,00	139,00

Tabela 4 - Resultados dos modelos DEA para o estudo de caso (Parte 2).

DMU	<i>Modelo Não Arquimediano</i>			<i>Modelo de Charnes</i>		<i>Modelo de Cooper e Seiford</i>		
	Eff	Alvos Output 2	Alvos Output 3	Alvos Output 2	Alvos Output 3	Eff	Alvos Output 2	Alvos Output 3
A	1,00	22,00	11,00	22,00	11,00	1,00	22,00	11,00
B	0,93	46,37	125,23	25,34	106,92	1,00	43,00	116,00
C	1,00	58,00	244,00	35,30	116,87	1,00	58,00	244,00
D	0,84	27,32	110,66	23,00	61,00	0,94	24,71	134,07
E	0,66	18,24	99,32	11,00	64,00	1,00	11,00	64,00
F	0,74	35,28	121,39	26,00	89,00	1,00	26,00	89,00
G	1,00	28,00	289,00	28,00	289,00	1,00	28,00	289,00
H	0,89	43,85	46,92	28,34	77,76	0,89	43,85	151,08
I	1,00	19,00	60,00	19,00	60,00	1,00	19,00	60,00
J	1,00	20,00	310,00	20,00	310,00	1,00	20,00	310,00
K	1,00	28,00	139,00	16,85	122,34	1,00	28,00	139,00

Dentre os cursos de mestrado das universidades, apenas quatro foram considerados verdadeiramente eficientes, pois foram eficientes em todos os modelos analisados. São elas PUC-RIO, UFRJ, USP e USP/SC, representadas pelas DMUs A, C, J e K.

O curso da UENF, representado pela DMU *E* só foi considerado eficiente na análise do modelo de Cooper e Seiford, pois como descrito anteriormente, este modelo considera a existência de variáveis não controláveis nas duas orientações, o que favoreceu a DMU. Nos demais modelos, a DMU apresentou certa regularidade na sua eficiência, apresentando 70% de eficiência no modelo CCR clássico, 71% no modelo de Banker e Morey e 66% no modelo Não Arquimediano, ficando com 100% de eficiência no modelo de Cooper e Seiford e apresentando alvos já atingidos no modelo de Charnes et al (1987).

O curso de mestrado da Universidade Paulista (UNIP), representado pela DMU *I*, foi considerado eficiente em todos os modelos exceto no Modelo de Banker e Morey, onde apresentou uma eficiência de 58%. Este baixo valor é justificado por este modelo ser mais restritivo que os demais, e como o *output* 1 (não controlável) apresenta um maior valor em relação as outros *outputs*, quando esta variável passa a não interferir na função objetivo, reduz-se sua eficiência, como foi explicado anteriormente.

O mesmo ocorre para a Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), representado pela DMU *F*. Esta DMU é considerada ineficiente no modelo CCR clássico, mas no modelo de Banker e Morey ela se torna eficiente pelo mesmo motivo que no caso anterior. Como o valor do *output* 1 é muito inferior aos valores dos demais *outputs*, quando esta variável passa a não participar na função objetivo, sua eficiência é aumentada e, neste caso passou a ser eficiente.

Com relação aos alvos obtidos para o modelo CCR clássico foram estabelecidos os alvos do três *outputs*, número de projetos de pesquisa, teses e dissertações publicadas e produções bibliográficas, incluindo metas para as não controláveis, visto que este modelo não considera a presença de variáveis não controláveis na análise. Já para os demais modelos foi calculado apenas as metas do *output* 2 e do *output* 3, pois são as variáveis controláveis (que podem sofrer alteração em seus níveis) com orientação a *output*.

## 6. Comentários Finais

Neste trabalho, foram analisados os modelos DEA para variáveis não controláveis, isto é, variáveis cujos níveis não podem ser modificados pelo decisor. Tais modelos foram analisados individualmente, observando as suas diferenças estruturais e destacando as características de cada um deles.

Um estudo de caso foi apresentado, em que foram avaliados os programas de mestrado em Engenharia de Produção do sudeste do país. Este caso real também foi utilizado para diferenciar os modelos segundo os requerimentos de informação necessários para aplicá-los e segundo o tipo de informações que eles fornecem.

Os resultados mostram que os modelos fornecem resultados diferentes, mas que se encontram limitados ao presente estudo de caso, isto é, não podem ser generalizados. Cada modelo projetou uma fronteira de eficiência e, os alvos foram projetados em locais diferentes da fronteira para cada modelo analisado.

Graças aos modelos DEA para variáveis não controláveis têm-se alvos mais reais para cada universidade, pois somente são inclusas as variáveis controláveis na análise. Além disso, pode-se fazer uma comparação empírica entre os cursos de forma tal que o decisor, neste caso o estudante, possa escolher a melhor universidade para fazer seu mestrado em Engenharia de Produção.

Cabe destacar, que na pesquisa bibliográfica realizada, não foram encontrados propostas de novos modelos DEA para variáveis não controláveis. Pode-se encontrar em

Soares de Mello et al. (2006) uma abordagem sobre análise de eficiência de programas de pós-graduação que não consideram variáveis não controláveis.

Finalmente, para dar continuidade ao presente estudo pretende-se aplicar estes modelos à outros casos reais, de forma a determinar melhor as características, diferenças, vantagens e desvantagens de cada modelo matemático, na fronteira CCR com orientação a *output*, e para verificar os resultados preliminares encontrados neste estudo.

## Referências

- Ali, A.I., Seiford, L.M.** (1993). The mathematical programming approach to Efficiency Analysis. Em: Fried, H.O., Lovell, C.A.K., Schmidt, .S.S. (Eds). The measurement of Productive Efficiency. Oxford University Press, New York, pp. 120-159.
- Angulo Meza, L., L. Biondi Neto, J.C.C.B. Soares de Mello, and E.G. Gomes.** (2005). ISYDS – Integrated System for Decision Support (SIAD – Sistema Integrado de Apoio à Decisão): a software package for data envelopment analysis. Pesquisa Operacional, vol. 25, n.3, pp. 493-503.
- Banker, R.D.; Morey, R.C.** (1986); Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. Operations Research, vol. 34, n. 4; pp.. 513-521.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E.** (1978). Measuring the Efficiency of Decision-Making Units, European Journal of Operational Research, 2, 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Golany, B., Seiford, L., Stutz, J.** (1985). Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. Journal of Econometrics, 30, 91-107.
- Cooper, W.W.; Seiford, L.M.; Tone, K.** (2000). Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software. Kluwer Academic Publishers.
- Soares de Mello, J.C.C.B, Gomes, E.G., Leta, F.R., Pessolani, R.B.V.** (2003). Conceitos Básicos do Apoio Multicritério à Decisão e sua Aplicação no Projeto Aerodesign. Engevista, vol. 5, n. 8, pp. 22-35.
- Soares De Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Angulo Meza, L., Soares De Mello, M.H.C., Soares De Mello, A.J.R.** (2006). Engineering post-graduate programmes: a quality and productivity analysis. Studies in Educational Evaluation, v.32, n2, p. 136-152.
- Angula-Meza, L., Gomes, E.G., Biondi, L.N., & Coelho, P.H.G.** (2003). Avaliação do ensino nos cursos de pós-graduação em Engenharia: um enfoque quantitativo de avaliação em conjunto [A quantitative approach of joint evaluation for engineering post-graduation programmes]. Engevista, 5 (9), 41-49.
- Boclin, R.** (1999). Indicadores de desempenho: Novas estratégias da educação superior [Performance indicators: New strategies in higher learning]. Ensaio Avaliação e Políticas Públicas em Educação, 7, 299-308.
- Miranda, C.M.G., & Almeida, A.T.** (2004). Visão Multicritério da Avaliação de Programas de Pós-Graduação pela CAPES - O Caso da Área Engenharias III Baseado nos Métodos ELECTRE II e MAUT [Multi-criteria approach of the CAPES evaluation for the post graduation programmes: The case of engineering III based in ELECTRE II and MAUT methods]. Gestão & Produção, 11 (1), 51-64.
- CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior,** 2005. Disponível em: <www.capes.gov.br>. Acesso em: 19 mai. 2007; 19:40.