



SPOLM 2009

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 05 e 06 de agosto de 2009.

022/2009 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DO ERRO MÉDIO QUADRÁTICO APLICADA NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE MULTIPERCURSO EM REDES SEM FIO

Deolinda Fontes Cardoso (D.Sc)

Centro de Análises de Sistemas Navais – CASNAV - MB

Fabian David Backx (M.Sc) e Raimundo Sampaio Neto (PhD – Prof. Orientador)

Centro de Estudos em Telecomunicações da PUC-Rio - CETUC

{deolinda,fdb,raimundo@cetuc.puc-rio.br}

Resumo

Neste trabalho é analisado um método para minimizar o erro médio quadrático das estimativas de canal em sistemas MC-CDMA (*Multi Carrier Code Division Multiple Access*) empregados em redes de comunicação sem fio. Os estimadores analisados são assistidos por símbolos piloto e baseados no critério de mínimo erro médio quadrático (*Minimum Mean Square Error* – MMSE), e são utilizados para identificar a *informação do estado do canal* de transmissão (*Channel State Information* – CSI), que é necessária na estação receptora para o processamento do sinal recebido. São propostas expressões analíticas para o erro médio quadrático do estimador convencional MMSE e para um estimador melhorado baseado em projeção em subespaço. Para cada um destes estimadores, são considerados os casos de símbolos piloto ortogonais e também símbolos piloto iguais. Os resultados numéricos demonstram que o método proposto permitiu de fato melhorar a qualidade dos respectivos estimadores e obter ganho no desempenho do sistema analisado.

Palavras-Chaves: Estimação Assistida de Canal; Sistemas de Comunicação sem Fio.

Abstract

This paper presents a method to minimize the mean square error in MC-CDMA (Multi Carrier Code Division Multiple Access) in wireless networks. We consider assisted (pilot aided) channel estimators based on the minimum mean square error (MMSE) criteria. Analytical expressions for the mean square error (MSE) of the conventional estimator and for the MSE of an improved estimator based in subspace projection are derived for cyclic-prefixed MC-CDMA transmissions in frequency-selective downlink channel. For each estimator, two possible pilot symbols patterns are considered: orthogonal and equal. Numerical results illustrate the improvement obtained with the channel estimation schemes considered, as well as the gains in MC-CDMA system performance.

Keywords: *Pilot Aided Channel Estimation; Wireless Communication Systems.*

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o sistema MC-CDMA [1] (*Multi Carrier Code Division Multiple Access*) destacou-se como uma das mais promissoras propostas para integrar as futuras gerações das redes de comunicação sem fio. Esse sistema é baseado na técnica de acesso ao meio por divisão de código (*Code Division Multiple Access* - CDMA) [2], e incorpora múltiplas portadoras ortogonais, as quais são geradas por modulação OFDM (*Orthogonal*

Frequency Division Multiplexing) [3]. As principais vantagens do sistema consistem em permitir transmissões livres de Interferência Entre Blocos (IEB), por meio da utilização de um intervalo de guarda, e robustez frente aos efeitos de múltiplos percursos provocados pelo canal de propagação. Mais ainda, permitem garantir a segurança e autenticidade dos dados devido à atribuição de códigos ou seqüências de espalhamento únicos para cada usuário que transmite no canal de propagação.

Nos sistemas de transmissão digital dois tipos de enlaces são possíveis: o enlace direto (*downlink*) e o enlace reverso (*uplink*). No contexto de comunicações móveis, as transmissões ocorrem da Estação Rádio Base (ERB) em direção às diversas estações móveis (EM) ativas no sistema no enlace direto, e vice-versa para as transmissões no enlace reverso. Em ambos os enlaces, para o caso de detecção coerente dos dados é necessário estimar, na estação receptora, a informação do estado do canal de comunicações (*Channel State Information* - CSI). Uma estratégia para estimar o canal é a chamada estimação assistida, que consiste em identificar o canal com a ajuda de símbolos piloto transmitidos através do enlace em questão. Os trabalhos [4, 5] abordam o problema de estimação assistida de canal para o enlace reverso de sistemas MC-CDMA e em [6,7] são propostas melhorias e são apresentados os limitantes do erro médio quadrático dos estimadores. No presente estudo considera-se o enlace direto de sistemas MC-CDMA e o objetivo é apresentar um procedimento simples para melhorar a qualidade dos estimadores do canal direto, através de projeção em subespaço e considerando dois possíveis padrões para os símbolos piloto: ortogonais e iguais.

A modelagem matemática dos estimadores é baseada na função custo de mínimo erro médio quadrático (*Minimum Mean Square Error* - MMSE) [8] e são consideradas dois estimadores de canal assistidos: um estimador convencional MMSE (original) e outro estimador melhorado. A melhoria advém da redução da parcela de ruído presente na estimativa convencional. A idéia da redução de ruído na estimativa da resposta em frequência do equivalente discreto do canal foi, inicialmente, abordada na literatura para OFDM [9]. Para o sistema MC-CDMA, objeto deste estudo, a novidade consiste em partindo de [9,10], formular uma nova abordagem àquelas idéias por meio de uma matriz de projeção que permite projetar qualquer estimador da resposta em frequência do canal no subespaço onde a verdadeira resposta está contida.

Este novo enfoque permite obter, por meio de análises estatísticas, expressões fechadas para o desempenho em termos de erro médio quadrático do estimador original e do melhorado. Resultados obtidos por simulação, e em acordo com os resultados teóricos apresentados, indicam um desempenho satisfatório dos estimadores propostos, principalmente, quando o sistema opera com carga elevada.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção 2 introduz o modelo vetorial do sistema; a Seção 3 apresenta as análises de estimação assistida, e descreve o procedimento de equalização e detecção dos sinais adotado; a Seção 4 relata os resultados simulados; e finalmente na Seção 5 apresentamos as conclusões do trabalho.

Notação adotada: caracteres maiúsculos em negrito denotam matrizes; caracteres minúsculos em negrito denotam vetores. Os operadores $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ e $(\cdot)^*$ indicam transposto, hermitiano (transposto conjugado) de um vetor, e conjugado de um escalar complexo; \mathbf{A}^{-1} representa a matriz inversa de \mathbf{A} , o operador \odot indica o produto de Hadamard (Ponto-a-Ponto). A matriz $\mathbf{F}_{M,M}$ implementa a Transformada Direta Discreta de Fourier (DFT) e a matriz $\mathbf{F}_{M,M}^H$ implementa a Transformada Inversa Discreta de Fourier (IDFT), de dimensões $M \times M$, ambas normalizadas de forma que $\mathbf{F}_{M,M}^H \mathbf{F}_{M,M} = \mathbf{F}_{M,M} \mathbf{F}_{M,M}^H = \mathbf{I}_M$ onde a matriz \mathbf{I}_M representa a matriz identidade.

2. O MODELO VETORIAL DO SISTEMA

Considera-se transmissões síncronas no enlace direto de uma célula com K usuários ativos e M subportadoras por usuário. As seqüências de espalhamento (códigos, ou assinaturas) utilizadas têm comprimento M . Os símbolos transmitidos têm energia unitária e

são oriundos de constelações bidimensionais com módulo constante. Além disso, durante a transmissão de um símbolo de informação considera-se que a resposta ao impulso do canal permanece constante.

A Figura 1 ilustra o diagrama em blocos do sistema considerado. No transmissor, cada símbolo de dados é replicado em M cópias. A seguir, cada cópia de um mesmo símbolo é espalhada pela assinatura composta de M chips. Cada chip da seqüência (multiplicado pela cópia de um mesmo símbolo) é transmitido em uma subportadora, formando blocos de chips, de tamanho M , que são alimentados na entrada da IDFT normalizada de M pontos, representada pela matriz $\mathbf{F}_{M,M}^H$.

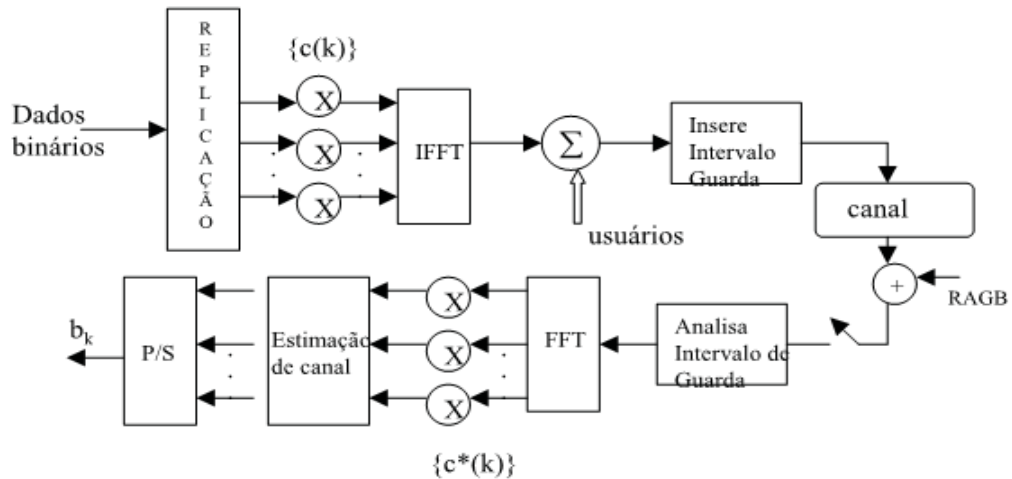


Figura 1 – Diagrama em Blocos do Sistema MC CDMA

Afim de evitar a IEB (na detecção) um intervalo de guarda do tipo prefixo cíclico (*Cyclical Prefix - CP*) de comprimento G é inserido ao início de cada bloco [11]. O novo bloco resultante, de tamanho $P = M + G$ é, então, transmitido através do canal multipercurso, aqui modelado como um filtro FIR (*Finite Impulse Responce*) com L coeficientes em geral aleatórios cujos ganhos são amostras da resposta ao impulso do canal $\mathbf{h} = [h_0 \dots h_{L-1}]^T$. Considera-se que o comprimento L do canal não excede o intervalo de guarda G ($G \geq L$).

Os efeitos do canal do enlace direto entre a Estação Rádio Base e o terminal móvel do m -ésimo usuário podem ser representados por uma matriz de convolução Toeplitz triangular inferior \mathbf{H} de dimensões $P \times P$, cuja primeira coluna é a resposta ao impulso do canal estendida com zeros $\mathbf{h}_{\text{ext}} = [h_0 \dots h_{L-1} \ 0 \dots 0]^T$, e $E[\|\mathbf{h}\|^2] = 1$ para propósito de normalização.

No receptor do m -ésimo usuário o sinal é processado por um filtro casado ao pulso de chip e amostrado a taxa de chip. O intervalo de guarda é removido do bloco de dados recebido e é aplicada a DFT de M -pontos, o que permite transformar a matriz de convolução do canal \mathbf{H} em uma matriz diagonal representada pela matriz $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{q})$ de dimensões $M \times M$, contendo a resposta em frequência do canal dada pelo vetor de comprimento M :

$$\mathbf{q} = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,M} \mathbf{h}_M \quad (1)$$

Resulta então que o agregado de sinais processado pelo receptor do m -ésimo usuário é expresso por:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q} b_k(i) + \mathbf{n}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{Q} \mathbf{c}_k b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (2)$$

onde $\mathbf{C}_k = \text{diag}(\mathbf{c}_k)$ e o vetor $\mathbf{c}_k = [c_{k,0}, \dots, c_{k,M-1}]^T$ contém os *chips* da sequência de espalhamento associado ao k -ésimo usuário, com módulo constante $|c_{k,j}|^2 = 1/M$; $b_k(i)$ é o i -ésimo símbolo transmitido para o k -ésimo usuário com $|b_k(i)| = 1$ e $E[b_k(i)] = 0$, e $\mathbf{n}(i) = [n_0(i), \dots, n_{M-1}(i)]^T$ é o vetor de ruído aditivo branco complexo, com matriz covariância $E[\mathbf{n}(i)\mathbf{n}^H(i)] = \sigma^2 \mathbf{I}_M$.

A resposta em frequência do canal também pode ser escrita em função do vetor de coeficientes do canal \mathbf{h} de comprimento L , sem a extensão de zeros:

$$\mathbf{q} = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,L} \mathbf{h}_L \quad (3)$$

onde a matriz $\mathbf{F}_{M,L}$ de dimensões $M \times L$, é composta pelas primeiras L colunas da matriz de Fourier $\mathbf{F}_{M,M}$ de $M \times M$ pontos.

3. ESTIMAÇÃO DE CANAL, EQUALIZAÇÃO E DETECÇÃO DE SINAIS

Seja o m -ésimo usuário de interesse, então o estimador da resposta em frequência do canal direto que satisfaz ao critério de mínimo erro médio quadrático [8] obedece:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(mmse)} = \arg \min_{\mathbf{q}} E [\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{C}_m \mathbf{q} b_m(i)\|^2] \quad (4)$$

A solução fornece o estimador dado por:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(mmse)} = \mathbf{C}_m^{-1} E [\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] \quad (5)$$

Estimando o valor esperado na expressão acima pela média ao longo de N_p símbolos piloto transmitidos obtém-se o estimador dado por:

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{C}_m^{-1}}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (6)$$

3.1. ESTIMATIVA DO CANAL MELHORADA

Com o objetivo de refinar a estimativa original da resposta em frequência do canal, pode ser realizada uma melhoria com base na observação de que o comprimento da resposta ao impulso do canal \mathbf{h} é $L \leq M$, ou seja é sempre menor ou igual ao número de subportadoras do sistema. Como resultado, apenas as primeiras L componentes de uma dada estimativa da resposta ao impulso de canal são consideradas significativas, podendo as demais ser descartadas [9].

A obtenção da estimativa melhorada consiste, assim, em aplicar na estimativa no domínio da frequência a IDFT de M -pontos. Uma vez obtido o vetor da estimativa da resposta ao impulso do canal \mathbf{h}_M , os seus $(M - L)$ últimos coeficientes são substituídos pelo valor zero. Como se deseja obter a resposta em frequência do canal, as L componentes significativas são transformadas aplicando-se a DFT de M -pontos. Assim, obtém-se uma estimativa da resposta em frequência do canal de melhor qualidade, onde as componentes consideradas desnecessárias foram eliminadas. Convém ressaltar que, como na prática o valor verdadeiro do comprimento L do canal pode não ser conhecido *a priori*, pode ser feita a suposição conservadora de que $L \leq G$. O procedimento para obtenção da estimativa melhorada encontra-se ilustrado a seguir:

$$\hat{\mathbf{q}} \xrightarrow{IDFT} \begin{bmatrix} \hat{h}(0) \\ \hat{h}(1) \\ \vdots \\ \hat{h}(G-1) \\ \hat{h}(G) \\ \vdots \\ \hat{h}(M-1) \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \hat{h}(0) \\ \hat{h}(1) \\ \vdots \\ \hat{h}(G-1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{DFT} \hat{\mathbf{q}}^w$$

(7)

Sob outra perspectiva, pode ser mostrado [10] que o procedimento descrito corresponde à projeção da estimativa da resposta em frequência do canal no subespaço gerado pelas primeiras G colunas da Matriz de Fourier $\mathbf{F}_{M,M}$ subespaço este que contém a verdadeira resposta em frequência do canal.

A matriz de projeção \mathbf{W}_o que realiza esta operação é dada por:

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{M,G}(\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G})^{-1} \mathbf{F}_{M,G}^H$$

(8)

onde $\mathbf{F}_{M,G}$ é uma matriz $M \times G$ contendo as primeiras G colunas da matriz de Fourier de M -pontos. Usando o fato de que $\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G} = \mathbf{I}$ tem-se $\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{M,G} \mathbf{F}_{M,G}^H$.

Com esta operação de projeção é possível remover as componentes ruidosas (não significativas) da estimativa convencional, melhorando a qualidade da estimativa de canal resultante do procedimento. Aplicando a matriz de projeção \mathbf{W}_o na estimativa convencional do canal, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{q}}^w = \mathbf{W}_o \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) \mathbf{b}_m^*(i)$$

(9)

Ressalta-se que independentemente de como a estimativa original $\hat{\mathbf{q}}$ foi obtida, a aplicação da matriz de projeção \mathbf{W}_o resulta em uma estimativa de canal melhorada com desempenho superior em termos do erro médio quadrático (Ver Apêndice).

3.2. ANÁLISE DE DESEMPENHO DO ERRO MÉDIO QUADRÁTICO DAS ESTIMATIVAS DE CANAL

Desenvolvendo a equação (6) chega-se à seguinte expressão para o estimador do canal:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q} \mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_k + \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_m^*(i) \quad (10)$$

onde o vetor \mathbf{b}_k representa o bloco de N_p símbolos piloto associados ao k -ésimo usuário.

Observando a equação acima percebe-se que existem possibilidades na escolha dos símbolos e sequências piloto capazes de: ou permitir o cancelamento do segundo termo (parcela referente à Interferência de Múltiplo Acesso – IMA) ou utilizá-lo em benefício da melhoria da qualidade da estimativa, o que será analisado nas seções 3.3 e 3.4 respectivamente. Neste estudo vamos utilizar o erro médio quadrático relativo obtido através da seguinte expressão:

$$e^2 = \frac{E[\|\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}\|^2]}{E[\|\mathbf{q}\|^2]} = \frac{E[(\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q})^H (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q})]}{M} \quad (11)$$

sendo que $E[\|\mathbf{q}\|^2] = M$, uma vez que no domínio do tempo $E[\|\mathbf{h}\|^2] = 1$.

3.3. ESTIMAÇÃO COM SÍMBOLOS PILOTO ORTOGONAIS

Uma possibilidade de escolha de símbolos piloto é utilizar blocos de símbolos piloto ortogonais $\mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_k = \mathbf{0}$, $\forall k \neq m$. Assim, a contribuição da IMA no erro de estimação do canal direto, na expressão (10) é cancelada e a expressão do estimador do canal resulta em:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_m^*(i) \quad (12)$$

Calculando-se o erro médio quadrático relativo obtém-se:

$$e_{orto}^2 = \frac{\sigma^2 M}{N_p} \quad (13)$$

Podem ser mostrados que, após a aplicação da matriz de projeção \mathbf{W}_o em (12) obtém-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_w = \mathbf{q} + \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_m^*(i) \quad (14)$$

e, assim, o erro médio quadrático relativo sofre uma redução de $\gamma = G/M$ fornecendo:

$$e_{w_{ortho}}^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (15)$$

3.4. ESTIMAÇÃO COM SÍMBOLOS E CÓDIGOS PILOTOS IGUAIS NOS SINAIS PILOTO

Alternativamente, a estimação do canal no enlace direto pode ser feita através do envio simultâneo (*broadcasting*) de sinais piloto para todos os usuários ativos. Assim, é possível usar símbolos piloto iguais $\mathbf{b}_k = \mathbf{b}_p$ e códigos iguais $\mathbf{C}_k = \mathbf{C}_p$ na fase de treinamento. A equação dada em (2) do sinal recebido na estação móvel torna-se:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_p \mathbf{q} b_p(i) + \mathbf{n}(i) = (K \mathbf{C}_p) \mathbf{q} b_p(i) + \mathbf{n}(i) \quad (16)$$

o que conduz à seguinte função custo a ser minimizada:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \mathbb{E} [\|\mathbf{r}(i) - K \mathbf{C}_p \mathbf{q} b_p(i)\|^2] \quad (17)$$

A solução da expressão acima resulta na estimativa:

$$\hat{\mathbf{q}} = (K \mathbf{C}_p)^{-1} \mathbb{E} [\mathbf{r}(i) b_p^*(i)] \quad (18)$$

Aproximando o valor esperado pela média dos N_p símbolos piloto transmitidos, obtém-se:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}} &= \frac{1}{K} \mathbf{C}_p^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_p^*(i) \\ &= \mathbf{q} + \underbrace{\frac{\mathbf{C}_p^{-1}}{K N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_p^*(i)}_{\text{ruído}} \end{aligned} \quad (19)$$

Neste caso, é possível observar que a parcela da IMA foi usada em benefício da melhoria da estimativa, o que resultou na redução da componente do ruído de um fator K ,

igual ao número de usuários ativos do sistema, ou seja, a energia dos sinais transmitidos para cada um dos K usuários ativos pode ser usada, conjuntamente, para melhorar a qualidade do estimador do canal direto.

Comparando as equações (12) e (19) tem-se de (13) que:

$$e_{iguais}^2 = \frac{\sigma^2 M}{K^2 N_p} \quad (20)$$

Desta forma, dado o número K de usuários ativos do sistema o erro médio quadrático relativo é reduzido de um fator quadrático K .

A matriz de projeção pode ser utilizada para refinar a estimativa original, resultando em:

$$\hat{\mathbf{q}}_w = \mathbf{q} + \mathbf{W}_o \frac{1}{K} \mathbf{C}_p^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_p^*(i) \quad (21)$$

com um conseqüente fator de redução no ruído de $\gamma = G/M$, portanto, a partir da equação (20) obtém-se o erro médio quadrático relativo do estimador melhorado dado por:

$$e_{wiguais}^2 = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p} \quad (22)$$

Observa-se que as expressões do erro médio quadrático relativo, para o caso de pilotos ortogonais, dadas em (13), (15) e também as expressões dadas em (20) e (22) para o caso de pilotos e assinaturas iguais, independem das características estatísticas do canal direto.

3.5. EQUALIZAÇÃO E DETECÇÃO

Utilizando o estimador de canal obtido na seção anterior, a equalização do sinal recebido seguida da detecção do símbolo pode ser realizada. Uma possibilidade é aplicar o equalizador ZF (*Zero Forcing*):

$$\mathbf{G}_{zf} = \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \quad (23)$$

onde $\hat{\mathbf{Q}} = \text{diag}(\hat{\mathbf{q}})$.

Outra possibilidade é aplicar o equalizador MMSE (*Minimum Mean Square Error*):

$$\mathbf{G}_{mmse} = \hat{\mathbf{Q}}^H (\hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{Q}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \quad (24)$$

O sinal equalizado pode ser representado pelo vetor $\mathbf{z}(i) = \mathbf{G} \mathbf{r}(i)$, onde a matriz \mathbf{G} pode ser obtida com equalizador ZF ou o MMSE acima. Assim, uma estimativa do símbolo $b_m(i)$ transmitido para o m -ésimo usuário pode ser obtida através de:

$$\hat{b}_m(i) = \text{sgn}[\text{Re}(c_m^H z(i))] \quad (25)$$

no caso de modulação BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) e onde a função sinal retorna $\text{sgn}[x] = 1$; caso $x \geq 0$ ou $\text{sgn}[x] = -1$; caso $x < 0$.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos obtidos por simulação para as transmissões no enlace direto. No cenário considera-se K usuários ativos que experimentam as mesmas condições do canal direto com rígido controle de potência. As sequências de espalhamento utilizadas são códigos curtos de Walsh-Hadamard de comprimento $M = 32$, gerados recursivamente através da matriz de Hadamard:

$$C_N = \begin{bmatrix} C_{N/2} & C_{N/2} \\ C_{N/2} & -C_{N/2} \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde $N=2^t$ sendo $t \geq 1$ e $C_1 = 1$. O número máximo de seqüências de espalhamento ortogonais disponíveis é N , o qual determina o número máximo K de usuários ativos no sistema.

O canal escolhido nas simulações apresenta $L = 6$ coeficientes invariantes no tempo dados por $h_b = p_b a_b$; $b = 0, 1, \dots, L-1$ onde a_b é uma variável randômica gaussiana complexa com média nula e $E[|a_b|^2] = 1$. Os valores de a_b são aleatoriamente sorteados e mantidos fixos através de cada experimento. Os valores escolhidos são: $p_0 = 0,74$, $p_1 = -0,42$, $p_2 = 0,083$, $p_3 = 0,49$, $p_4 = -0,12$, $p_5 = 0,01$ [12]. O intervalo de guarda é $G = 8$ para garantir a recepção de dados livre de IEB. Na obtenção das estimativas foram utilizados $N_p = 64$ símbolos piloto.

A Figura 2 ilustra as curvas de desempenho do erro médio quadrático relativo em função da razão sinal ruído (em dB) e em função do número de usuários ativos no sistema, utilizando símbolos pilotos ortogonais e sinais pilotos iguais.

Observa-se que a utilização de símbolos piloto ortogonais permite realizar a estimação do canal livre de IMA e, assim, o estimador do canal direto é insensível ao aumento da carga de usuários no sistema. Por outro lado, a utilização de símbolos piloto iguais na estimativa de canal, permite utilizar a parcela da IMA em benefício do aumento da qualidade da estimativa. Por isso, observa-se uma redução no erro médio quadrático relativo de cerca de $E_b/N_0 = 18$ dB o que corresponde a um fator de 64 ($K = 8$) uma vez que as energias dos sinais transmitidos para cada um dos K usuários ativos podem ser utilizadas, conjuntamente, para reduzir o erro médio quadrático relativo da estimativa do canal direto. Nota-se, ainda, que existe um compromisso entre o aumento dos usuários ativos do sistema e essa redução quadrática. Comparando-se as curvas do erro médio quadrático relativo da estimativa convencional, para ambos os padrões de símbolos piloto, com as curvas do erro médio quadrático melhorado, pela aplicação da matriz de projeção \mathbf{W}_o , observa-se que este sofreu uma diminuição de $G/M = 1/4$ em toda a faixa dos valores ilustrados.

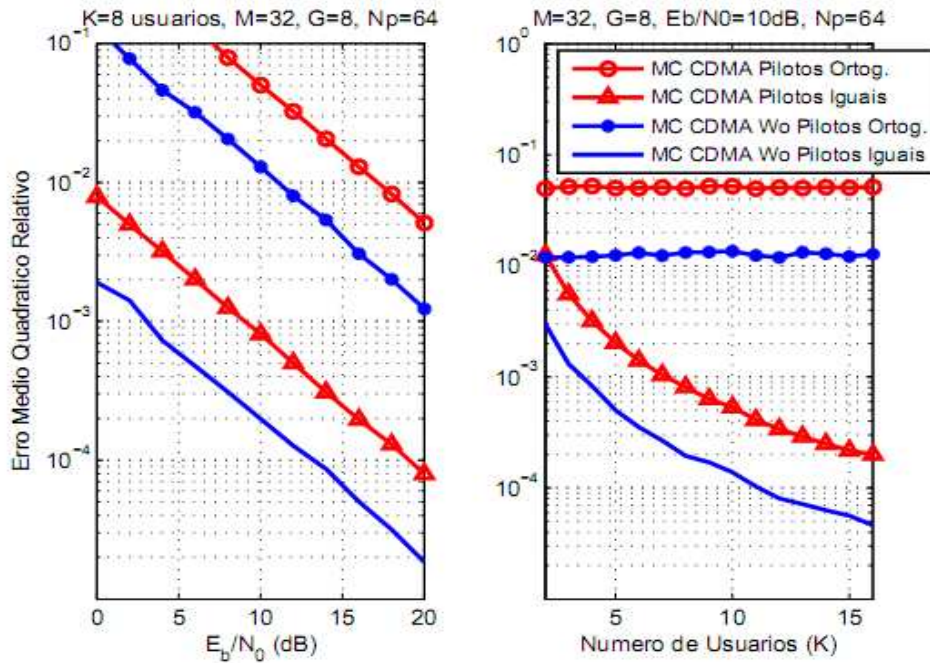


Figura 2 – Erro Médio Quadrático Relativo versus E_b/N_0 e Número de Usuários (K)

Na Figura 3 estão apresentadas curvas da evolução do erro médio quadrático relativo em função do número de símbolos transmitidos em um cenário com $K=12$ usuários ativos, utilizando símbolos pilotos ortogonais. Na fase de treinamento são enviados $N_p = 64$ símbolos piloto, e a seguir é empregada a técnica de decisão direcionada.

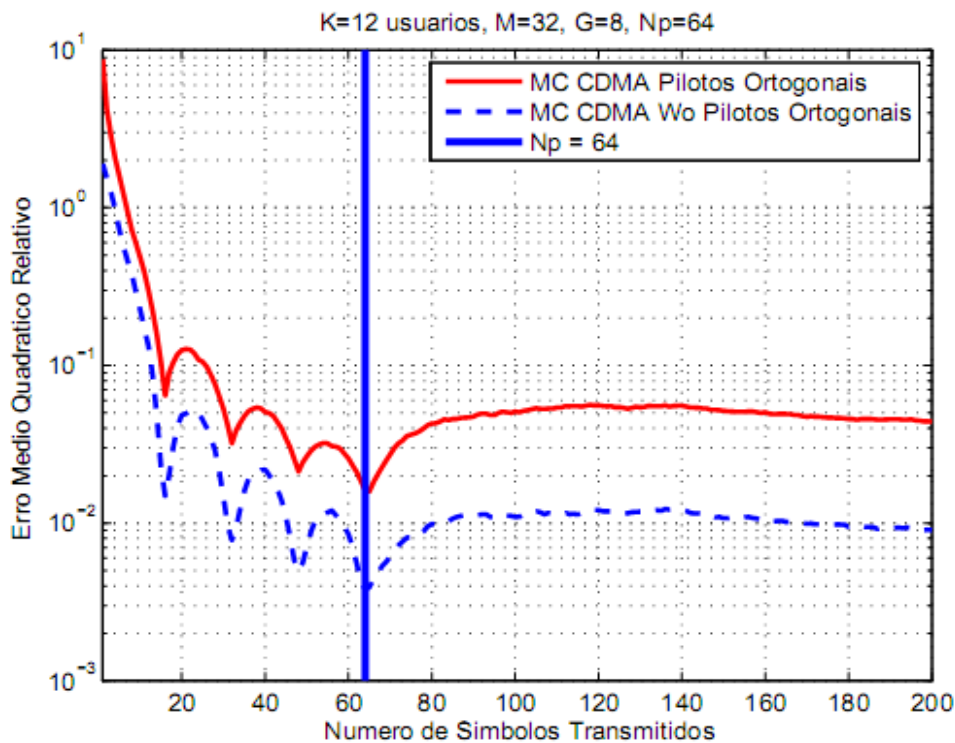


Figura 3 - Erro Médio Quadrático Relativo versus Número de Símbolos Transmitidos

Na fase de treinamento com símbolos piloto nota-se a redução de $G/M = 1/4$ entre as curvas do erro médio quadrático do estimador convencional e do erro médio quadrático do estimador melhorado pela matriz de projeção W_o .

Após o treinamento com pilotos, na fase de decisão direcionada observa-se que os valores de erro médio quadrático relativo com a utilização de símbolos pilotos ortogonais estabiliza-se em torno de 5×10^{-1} . Contudo, com a aplicação da matriz de projeção observa-se uma considerável redução no valor do erro médio quadrático do estimador que converge para 10^{-2} .

Na Figura 4 estão ilustradas as curvas de desempenho da taxa de erro de bit (BER) versus E_b/N_0 (dB) em um cenário com $N_p = 64$ símbolos piloto iguais e símbolos piloto ortogonais, $K = 8$, $M = 32$ e, respectivamente, com equalização *Zero Forcing* e *MMSE* em presença de ruído aditivo gaussiano branco. Os resultados ilustrados representam a média de 1500 experimentos independentes. Após a fase de treinamento com os $N_p = 64$ símbolos piloto usou-se decisão direcionada. É possível observar que o desempenho do receptor utilizando os estimadores de canal convencionais, seja com pilotos ortogonais ou iguais, é bastante similar no receptor ZF e que o desempenho do receptor utilizando os estimadores de canal melhorados pela aplicação da matriz de projeção é superior. Com equalização MMSE observa-se que o receptor utilizando o estimador convencional obtido com pilotos iguais ultrapassa o desempenho do receptor utilizando o estimador convencional com pilotos ortogonais. Ainda mais, os receptores utilizando o estimador melhorado pela matriz de projeção com pilotos ortogonais é superior ao respectivo estimador convencional. Todavia, utilizando-se a estimativa com pilotos iguais o receptor atinge o melhor desempenho, seja com a estimativa convencional ou a melhorada, observando-se para ambos um nível de BER de 10^{-3} para uma razão sinal ruído (E_b/N_0) de 14 dB.

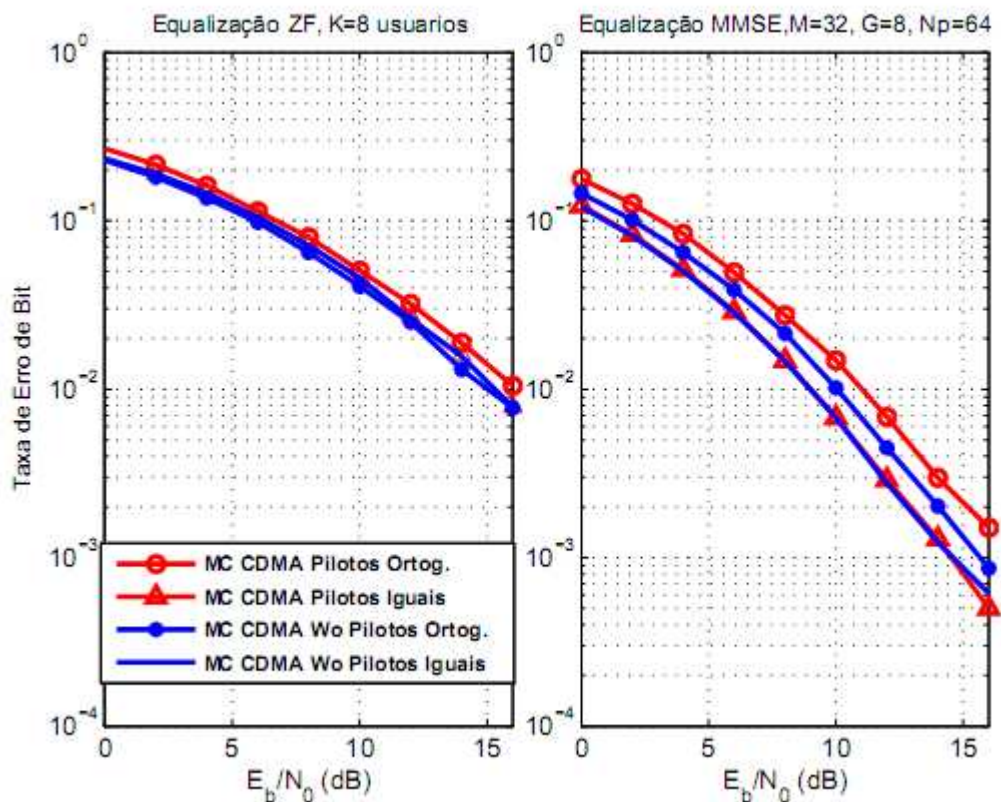


Figura 4 – Desempenho da Taxa de Erro de Bit versus E_b/N_0 (dB)

5. CONCLUSÕES

Nos sistemas de redes de comunicações sem fio estão presentes diversos tipos de interferência: como a de múltiplo acesso IMA devido aos diversos usuários transmitindo no

canal de comunicação e a interferência entre símbolos. Como visto, a IMA contribui também para o erro de estimação do canal. Existem diversas estratégias para tentar amenizar esse efeito. Neste trabalho apresentamos uma análise estatística de uma delas que permitiu avaliar a redução do erro médio quadrático de estimativas dos parâmetros do canal multipercurso do enlace direto em sistemas de redes sem fio MC-CDMA.

A melhoria é obtida por meio de uma matriz de projeção, que pode ser pré-computada através de um produto de matrizes de Fourier, e que reduz os efeitos do ruído aditivo presente nos estimadores de canal. Na modelagem matemática dos estimadores dois cenários são considerados: transmissão simultânea, para todos os usuários ativos, de símbolos pilotos ortogonais, ou de sinais pilotos iguais. A primeira escolha permite eliminar a componente da IMA presente no erro da estimativa. A segunda escolha possibilita explorar a presença da IMA em benefício de uma maior melhoria na qualidade do estimador do canal. Para ambas as escolhas, os resultados numéricos mostraram uma redução significativa no erro médio quadrático dos estimadores melhorados, e os resultados obtidos por simulação indicaram ganho no desempenho da Taxa de Erro de Bit do sistema. Mais ainda, o desempenho do estimador de canal melhorado pela aplicação da matriz de projeção foi superior ao observado utilizando o estimador convencional. O melhor desempenho do sistema foi observado com a utilização das estimativas obtidas com símbolos pilotos iguais.

6. APÊNDICE

Este apêndice mostra a redução do erro da estimação decorrente da aplicação da matriz de projeção \mathbf{W}_o . Seja a estimativa do vetor $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^M$

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}) = \mathbf{q} + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (27)$$

Suponha que o vetor \mathbf{q} pode ser escrito como $\mathbf{q} = \mathbf{F}\mathbf{h}$, i.e, o vetor \mathbf{q} pertence ao subespaço formado pelas colunas da matriz \mathbf{F} (com dimensão $L \leq M$). Seja \mathbf{W}_o a matriz que projeta um vetor $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^M$ nesse subespaço, logo :

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{F}(\mathbf{F}^H\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}^H \quad (28)$$

Então,

$$\hat{\mathbf{q}}_p = \mathbf{W}_o\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{W}_o\mathbf{q} + \mathbf{W}_o\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{q} + \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (29)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ é a projeção do vetor $\boldsymbol{\varepsilon}$ no subespaço gerado pela matriz \mathbf{F} . Uma vez que $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{C}^M$, pode-se escrever:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_o)\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{W}_o\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{W}_o^\perp\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (30)$$

onde o complemento ortogonal é dado por:

$$\mathbf{W}_o^\perp = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_o) \quad (31)$$

Então, tem-se:

$$\|\varepsilon\|^2 = \|\mathbf{W}_o^\perp \varepsilon\|^2 + \|\varepsilon_p\|^2 + 2\text{Re} [\varepsilon^H \mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o^\perp \varepsilon] \quad (32)$$

Como \mathbf{W}_o é uma matriz de projeção, são válidas as seguintes propriedades:

$$\mathbf{W}_o^H = \mathbf{W}_o \text{ e } \mathbf{W}_o^2 = \mathbf{W}_o \quad (33)$$

Resulta que:

$$\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o^\perp = 0 \quad (34)$$

Portanto comprova-se que o erro projetado é sempre menor ou igual ao erro presente na estimativa não projetada.

$$\|\varepsilon_p\|^2 \leq \|\varepsilon\|^2 \quad (35)$$

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Hara, S.; Prasard, R. *Multicarrier Techniques for 4G Mobile Communication*. Artech House, 2003.
- [2] K. S. Guilhousen, I. M. Jacobs, R. Padovani, A. J. Viterbi, A. Weaver, and C. E. Wheatley, "On the capacity of a cellular CDMA system," *IEEE Transactions Vehicular Technology*, vol. 40, pp. 303–311, May 1991.
- [3] Weinstein, S. B.; Ebert, P. M. *Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete fourier transform*. *IEEE Transactions on Communications Tech.*, COM-19(5):628–634, Outubro 1971.
- [4] Marques, P.; Pereira A.; Gameiro, A. *Pilot and Data Aided Channel Estimation for Uplink MC-CDMA Mobile Systems*. *IEEE Signal Processing*, p. 601-604, Maio 2005.
- [5] Trivedi, A.; Gupta, R. *Performance of Pilot Symbol Assisted Channel Estimation Techniques for Uplink MC-CDMA Systems Using MMSE Receiver*. *PACRIM 2007*, pp. 600-605.
- [6] Cardoso, D. F.; Backx, F. D.; Sampaio Neto, R. *Performance of Multicarrier CDMA Systems with Improved Pilot-Aided Channel Estimation*. *Sixth International Conference on Wireless On-Demand Network Systems and Services – WONS 2009*, p. 78-82, EUA, 2009, *Digital Object Identifier:10.1109/WONS.2009.4801846*.
- [7] Cardoso, D. F.; Backx, F. D.; Sampaio Neto, R. *Improved Pilot-Aided Channel Estimation in Zero Padded MC-CDMA Systems*. *International Symposium on Wireless Pervasive Computing-ISWPC-2009,Austrália,2009*.Doi: 10.1109/ISWPC.2009.4800586.
- [8] Scherb, A.; Kuehn, V.; Kammeyer, K.D.; *Pilot Aided Channel Estimation for Short Code DS-CDMA*. *Proc. IEEE. International Symposium on Spread Spectrum Technologies and Applications, ISSSTA*, (1):39-43, Setembro, 2002.
- [9] Beek, J. J. V.; Edfors, O.; Sandell, M.; Wilson, S. K.; Börjesson, P. *On Channel Estimation for OFDM Systems*. *Proc. IEEE – VTC*, 1(1):815-819, Julho, 1995.

- [10] David R. P.; “Técnicas de Estimação de Canal Utilizando Símbolos Piloto em Sistemas OFDM”
Dissertação de Mestrado - Engenharia Eletrica - PUC-Rio , 2007.
- [11] Muquet, B.; Wang, Z.; Giannakis, G. B.; Courville, M.; Duhamel, P. Cyclic Prefixing or Zero Padding for Wireless Multicarrier Transmissions. *IEEE Trans. Comm.*, 50 p.2136-2148.
- [12] Sari H.; Karam G. ; Jeanclaude, I. *Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting*. *IEEE Communications Magazine*, 33(2):10-109, Fevereiro 1995.