



SPOLM 2008

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 05 e 06 de agosto de 2008.

# CONSEQUÊNCIAS DA INCERTEZA DOS MERCADOS COM EMPRESAS PIONEIRAS

**Fernanda Amélia Fernandes Ferreira**

ESEIG, Instituto Politécnico do Porto  
Rua D. Sancho I, 981, 4480-876 Vila do Conde, Portugal  
[fernandaamelia@eu.ipp.pt](mailto:fernandaamelia@eu.ipp.pt)

**Fernando Flávio Ribeiro Oliveira Ferreira**

ESEIG, Instituto Politécnico do Porto  
[flavioferreira@eu.ipp.pt](mailto:flavioferreira@eu.ipp.pt)

## Resumo

Consideramos uma indústria oligopolística na qual a produção exige um tempo mais ou menos longo, pelo que as empresas têm necessidade de estabelecer as quantidades a produzir com antecedência relativamente à abertura do mercado, e, portanto, com algum desconhecimento sobre os níveis de procura. No caso de a incerteza se resolver pouco antes da abertura do mercado, as empresas que produzem mais cedo comportam-se com líderes simultâneas (co-líderes), enquanto que as empresas que esperaram para observar os níveis de procura serão seguidoras. Determinamos o número de empresas que, em equilíbrio, assumem a posição de líder. Também calculamos os níveis de produção em equilíbrio para as empresas co-líderes e para as empresas seguidoras, bem como os respectivos lucros esperados.

## 1. Introdução

O modelo introduzido por Stackelberg (1934) é um dos mais largamente utilizados em Organização Industrial, na análise do comportamento das empresas em mercados competitivos. Este modelo estuda as possíveis estratégias quando as empresas decidem sequencialmente as respectivas quantidades a produzir para o mercado. Durante muito tempo, os empreendedores acreditavam na vantagem de tomar a decisão em primeiro lugar, mas essa vantagem tem sido agora questionada por vários profissionais. É conhecido o sucesso de algumas empresas pioneiras, mas também sabemos que várias viram fracassados os investimentos de capital realizados antes de atraírem um número suficiente de clientes que sustentassem o negócio. A probabilidade de uma empresa pioneira obter sucesso no mercado depende, claramente, de vários factores, incluindo tecnologia, estratégias de marketing, procura e diferenciação dos artigos.

Ferreira et al. (2007, 2008) estudaram as vantagens de flexibilidade sobre liderança, considerando um modelo de duopólio de Stackelberg em que apenas a empresa líder enfrenta incerteza na procura. No momento em que a empresa seguidora decide a quantidade que vai produzir essa incerteza já está resolvida. Deste modo, a empresa líder possui vantagem de liderança, mas a empresa seguidora goza de uma vantagem de

informação, pois pode ajustar o seu nível de produção após observar a realização da procura (flexibilidade). Mostraram que (i) quando a incerteza é baixa, a empresa líder preserva a sua vantagem; (ii) quando a incerteza é elevada, a empresa líder preserva a sua vantagem apenas para valores intermédios da realização da procura; e (iii) para valores intermédios de incerteza, a empresa líder preserva a sua vantagem apenas para valores baixos da realização da procura.

Marshall (1920) observou que os ajustes nas quantidades de produção levam mais tempo do que os ajustes nos preços. Em muitas indústrias, a produção de bens ou o fornecimento de serviços pode demorar um longo período de tempo. Assim, as empresas têm, muitas vezes, necessidade de tomar decisões, com alguma antecedência, sobre as quantidades a produzir. Esta decisão antecipada no tempo pode, como é do conhecimento geral, levar a dois efeitos. Um é um efeito estratégico: se uma empresa decide a quantidade que vai produzir antes de outra, a primeira empresa pode garantir a vantagem de liderança, como acontece no modelo de Stackelberg. O outro efeito surge quando existe incerteza na procura. Contrariamente ao efeito estratégico, uma empresa pode obter uma vantagem adicional se decidir esperar até que a procura seja conhecida.

Hirokawa and Sasaki (2000) fizeram esta análise entre decidir mais cedo ou mais tarde os níveis de produção, fixando à partida o número de empresas concorrentes. Nomeadamente, assumindo *a priori*  $n$  empresas idênticas, os referidos autores determinaram o número em equilíbrio de empresas que, simultaneamente, devem assumir a posição de líderes – co-líderes. Esse número é dado em função da incerteza da procura. Neste trabalho, estudamos o mesmo problema, considerando uma função de procura mais geral. Também calculamos as quantidades a produzir por cada uma das empresas co-líderes e por cada uma das seguidoras, bem como os lucros respectivos.

Na literatura, existem vários trabalhos realizados na tentativa de explicar as posições endógenas de líder ou seguidora, no contexto de demanda conhecida. A maioria das primeiras contribuições, como, por exemplo, Albaek (1990), Gal-Or (1985), Hamilton and Slutsky (1990), Robson (1990), considera modelos de duopólio. Anderson and Engers (1992) e Nishijima (1995) estão entre os que estenderam a análise para oligopólios, e Daughety (1990), Matsumura (1997) e Sherali (1984) analisaram estratégias de liderança simultânea por mais do que uma empresa. Os poucos trabalhos que estudaram estratégias endógenas de liderança com demanda incerta, como os realizados por Spencer and Brander (1992) e Sadanand and Sadanand (1996), consideraram modelos de duopólio. Como observado por Aron and Lazear (1990), muitas vezes assistimos à introdução no mercado de produtos similares simultaneamente por mais do que uma empresa. Justifica-se, assim, a necessidade de se considerar um modelo de oligopólio com  $n \geq 3$  empresas para estudar estratégias de co-liderança.

## 2. O modelo de co-liderança endógena

Consideremos uma indústria com  $n \geq 3$  empresas, *a priori*, idênticas. Supomos que a produção dos bens demora um longo período de tempo, pelo que tem de ser iniciada com antecedência relativamente à abertura dos mercados. Consideramos que existem dois possíveis momentos de produção. No início do jogo, cada uma das  $n$  empresas decide se produz imediatamente ou se espera. Cada empresa pode produzir apenas num deste momentos de produção. Após o segundo momento de produção, as empresas competem num mercado oligopolístico com a função de demanda inversa

$$P = A - b \sum_{j=1}^n q_j,$$

onde  $q_j$  é a quantidade de produção da empresa  $j$ , com  $j=1, L, n$ , e  $b \geq 1$  é o parâmetro do declive. A intercepção  $A$  da demanda não é observável *ex-ante*, mas é do conhecimento comum a sua função de distribuição  $F(a)$ , com média finita e positiva  $E(A)$  e variância  $V(A)$ .

Como em Sadanand and Sadanand (1996) e em Spencer and Brander (1992), assumimos que a realização exacta do valor da intercepção  $A$  se torna observável entre os dois períodos de produção. A interpretação económica desta hipótese é que a demanda pode ser predizível com antecedência suficiente para que essa informação seja incorporada na decisão sobre a produção, mas as empresas podem, por razões estratégicas, decidir produzir mais cedo.

Por um lado, jogando em segundo lugar, uma empresa pode utilizar a observação do estado da demanda para otimizar os níveis de produção. Por outro lado, se uma empresa produz antes das outras torna-se líder, ou, mais precisamente, uma co-líder, beneficiando, assim, da conhecida vantagem de liderança (ver Stackelberg (1934)). Na hipótese de esperar pela observação da demanda, as empresas que produzem mais tarde têm tempo para responder às quantidades escolhidas pelas primeiras empresas. Deste modo, no início do jogo, as empresas defrontam-se com a questão de decidir entre contratos antecipados de quantidades e ajustamento à realização da demanda.

O problema de maximização para cada empresa  $j$  (com  $j=1, L, n$ ) é resolvido por indução retrógrada. Se  $m$  (com  $m=0, 1, L, n$ ) empresas produzem cedo e  $n-m$  empresas produzem tarde, então as produtoras atrasadas  $i$  (com  $i=m+1, L, n$ ) escolhem simultaneamente as suas quantidades  $q_i(A)$  resolvendo

$$\max_{q_i(A)} \left( \left( A - c - b \sum_{j=1}^m \bar{q}_j - b \sum_{j=m+1}^n q_j(A) \right) q_i(A) \right). \quad (1)$$

Denotemos por  $q_i(A, \bar{q})$  a solução desta maximização, dado  $\bar{q} = (\bar{q}_1, K, \bar{q}_m)$ . Antecipando estas reacções, as primeiras produtoras  $i=1, L, m$  escolhem as suas quantidades  $\bar{q}_i$  resolvendo

$$\max_{\bar{q}_i} E \left( \left( A - c - b \sum_{j=1}^m \bar{q}_j - b \sum_{j=m+1}^n q_j(A, \bar{q}) \right) \bar{q}_i \right). \quad (2)$$

Para garantirmos que a participação individual de cada empresa é racional, supomos que  $0 < c < E(A)$  e

$$\inf(A) \geq \frac{nE(A) + c}{n+1}, \quad (3)$$

pelo que os preços obtidos são sempre positivos.

Notemos que, se  $m=n$ , todas as  $n$  empresas resolvem (4) simultaneamente, e, portanto, não existem empresas seguidoras, que produzem mais tarde. Analogamente, se  $m=0$ , todas as  $n$  empresas resolvem (5) simultaneamente, e não existem empresas líderes, que produzem mais cedo.

O próximo lema (Ferreira and Ferreira (2008)) fornece as quantidades produzidas por cada uma das empresas co-líderes e por cada uma das empresas seguidoras.

**Lema 1.** Quando as empresas  $1, K, m$ , com  $1 \leq m \leq n$ , produzem imediatamente e as empresas  $m+1, K, n$  esperam para decidir a produção mais tarde, a quantidade  $q_i(A)$  produzida por uma empresa seguidora  $i=m+1, K, n$  é dada por

$$q_i(A) = \frac{1}{b(n-m+1)} \left( A - c - \frac{m}{m+1} (E(A) - c) \right),$$

e a quantidade produzida por uma empresa co-líder  $i = 1, K, m$  é dada por

$$\bar{q}_i = \frac{E(A) - c}{b(m+1)}.$$

No próximo teorema (Ferreira and Ferreira (2008)) apresentamos as estratégias puras em equilíbrio para o jogo acima descrito.

**Teorema 1.** O número  $m^*$  de empresas co-líderes em equilíbrio é dado por:

$$m^* = \begin{cases} 0 & \text{se } \frac{V(A)}{(E(A) - c)^2} \geq v^*(1; n), \\ 1, K, n-1 & \text{se } v^*(m^*+1; n) \leq \frac{V(A)}{(E(A) - c)^2} \leq v^*(m^*; n), \\ n & \text{se } \frac{V(A)}{(E(A) - c)^2} \leq v^*(n; n), \end{cases}$$

onde

$$v^*(m; n) = \frac{(n-m+2)^2}{(m+1)^2(n-m+1)} - \frac{1}{m^2}$$

Observemos que quando

$$\frac{V(A)}{(E(A) - c)^2} \leq v^*(m; n), \text{ com } m = 1, L, n,$$

os números  $m^* = m-1$  e  $m^* = m$  são ambos equilíbrios.

No próximo teorema (Ferreira and Ferreira (2008)) apresentamos os lucros esperados para cada uma das empresas co-líderes e para cada uma das empresas seguidoras, quando as empresas  $1, K, m$ , com  $1 \leq m \leq n$ , produzem imediatamente e as empresas  $m+1, K, n$  esperam para decidir a produção mais tarde.

**Teorema 2.** Quando as empresas  $1, K, m$ , com  $1 \leq m \leq n$ , produzem imediatamente e as empresas  $m+1, K, n$  esperam para decidir a produção mais tarde, o lucro esperado

$\Pi^L(m, n)$  para uma empresa co-líder é dado por

$$\Pi^L(m, n) = \frac{1}{b(n-m+1)} \left( \frac{E(A) - c}{m+1} \right)^2,$$

com  $m = 1, K, n$ , e o lucro esperado  $\Pi^F(m, n)$  para uma empresa seguidora é dado por

$$\Pi^F(m, n) = \frac{1}{b(n-m+1)^2} \left( V(A) + \left( \frac{E(A) - c}{m+1} \right)^2 \right),$$

com  $m = 0, K, n-1$ .

### 3. Conclusões

Na ausência de incerteza na demanda, sabemos que, as empresas que decidem primeiro as quantidades a produzir lucram mais do que as que decidem depois (Stackelberg (1934), Henderson and Quandt (1971) e Gal-Or (1985)), pelo que nenhuma empresa quererá, voluntariamente, assumir o papel de empresa seguidora. Vimos que, quando a incerteza da demanda é suficientemente substancial, poderemos não ter todas as  $n$  empresas a optar por co-liderança simultânea, surgindo assim, endogenamente, empresas na posição de líderes e empresas na posição de seguidoras. Dado o número  $n$  total de empresas, o número de co-líderes em equilíbrio decresce monotonamente com o nível de incerteza da demanda.

Verificámos que a quantidade produzida, bem como o lucro esperado, por cada empresa, co-líder ou seguidora, diminui com o parâmetro  $b$  do declive da função da demanda inversa.

**Agradecimentos.** Agradecemos os apoios financeiros obtidos através dos programas POCTI e POCI pela FCT e Ministério da Ciência, Tecnologia e do Ensino Superior, do Centro de Matemática da Universidade do Porto e da ESEIG/IPP.

### Referências

- S. Albaek. *Stackelberg leadership as a natural solution under cost uncertainty*. Journal of Industrial Economics, 38: 335-347, 1990.
- S.P. Anderson and M. Engers. *Stackelberg versus Cournot oligopoly equilibrium*. International Journal of Industrial Organization, 10: 127-135, 1992.
- D.J. Aron and E.P. Lazear. *The industrial organization of markets with differentiated products: The introduction of new products*. American Economic Review, 80: 421-426, 1990.
- A. Cournot. *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. Paris, 1838. English edition: *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. Edited by N. Bacon. New York: Macmillan, 1897.
- A.F. Daughety. *Beneficial concentration*. American Economic Review, 80: 1231-1237, 1990.
- F.A. Ferreira and F. Ferreira. *Endogenous leader-follower relations with demand uncertainty*. In preparation, 2008.
- F.A. Ferreira, F. Ferreira and A.A. Pinto. *'Own' price influences in a Stackelberg leadership with demand uncertainty*. Brazilian Journal of Business Economics. (Aceite para publicação no Volume 8, Número 2, 2008). pp. 1-18, 2008.
- F.A. Ferreira, F. Ferreira and A.A. Pinto, *Flexibility in Stackelberg leadership*. In J. A. Tenreiro Machado, Bela Patkai and Imre J. Rudas (Eds.): *Intelligent Engineering Systems and Computational Cybernetics*. Springer-Verlag book (In press) pp. 1-8, 2007.
- E. Gal-Or. *First mover and second mover advantages*. International Economic Review, 26: 649-652, 1985.
- J.H. Hamilton and S.M. Slutsky. *Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria*. Games and Economic Behavior, 2: 29-46, 1990.
- J.M. Henderson and R.E. Quandt. *Microeconomic Theory*. New York, McGraw-Hill Ltd, 1971.
- M. Hirokawa and D. Sasaki. *Endogenous co-leadership when demand is uncertain*. Australian Economic Papers, 2: 278-290, 2000.

- L. Liu. *Stackelberg leadership with demand uncertainty*. Managerial and Decision Economics, 26: 345-350, 2005.
- N.G. Mankiw and M.D. Whinston, *Free entry and social inefficiency*. Rand Journal of Economics, 17: 48-58, 1986.
- A. Marshall. *Principles of Economics*. London, McMillan, 1920.
- T. Matsumura. *How many firms become leaders?*. Australian Economic Papers, 36: 1-13, 1997.
- M. Nishijima. *N-person endogenous leader-follower relations*, mimeo. Yokohama City University, 1995.
- M. Okuno-Fujiwara and K. Suzumura. *Symmetric Cournot Oligopoly and economic welfare: a synthesis*. Economic Theory, 3: 43-59, 1993.
- A.J. Robson. *Duopoly with endogenous strategic timing: Stackelberg regained*. International Economic Review, 31: 263-274, 1990.
- A. Sadanand and V. Sadanand. *Firm scale and endogenous timing of entry: a choice between commitment and flexibility*. Journal of Economic Theory, 70: 516-530, 1996.
- H.D. Sherali. *Multiple leader Stackelberg model and analysis*. Operations Research, 32: 390-404, 1984.
- B.J. Spencer and J.A. Brander. *Pre-commitment and flexibility: Applications to oligopoly theory*. European Economic Review, 36: 1601-1626, 1992.
- K. Suzumura and K. Kiyono. *Entry barriers and economic welfare*. Review of Economic Studies, 54: 157-167, 1987.