

# UMA ABORDAGEM ESTATÍSTICA PARA O TORNEIO TAÇA EFICIÊNCIA

**Hélcio Vieira Junior**

Comando da Aeronáutica – Comando-Geral de Operações Aéreas  
CGEGAR – SHIS QI 05 área especial 12 - Lago Sul  
71615-600 - Brasília - DF  
junior\_hv@yahoo.com.br

## Resumo

As Unidades Aéreas da FAB que empregam armamento possuem um torneio interno conhecido como Taça Eficiência. Neste torneio, os pilotos são classificados normalmente pelo estimador estatístico média.

Este artigo objetiva provar que o uso isolado do estimador média não é útil, e consequentemente, não é justo para com os pilotos na sua classificação no torneio Taça Eficiência.

**Palavras Chave:** Aplicações Militares da PO, Estatística.

## Abstract

The Brazilian Air Force's Air Squadrons which use weapons have an internal tournament known as "Taça Eficiência". Pilots are classified in this tournament by the use of the mean.

The objective of this paper is to prove that the isolated use of the mean is not useful, and consequently, is not fare for the pilots in their classification on the Taça Eficiência's tournament.

**Keywords:** Military applications of Operations Research, Statistic.

## Introdução

As Unidades Aéreas da FAB que empregam armamento possuem um torneio interno conhecido como Taça Eficiência. Neste torneio, os pilotos são classificados normalmente pelo estimador estatístico média. É feita a média tanto da PA<sup>a</sup> quanto das distâncias dos armamentos em relação ao centro do alvo, sendo que os pilotos podem ser classificados por uma ou pelas duas médias.

Sejam *A*, *B* e *C* três pilotos quaisquer de uma Unidade Aérea. Os resultados (fictícios) de 10 bombas na modalidade Bombardeiro Rasante de Baixo Arrasto (BRB) destes três pilotos estão ilustrados na figura 1. Analisando estes resultados, responda à seguinte pergunta: qual destes pilotos seria mais bem classificado na Taça Eficiência?

---

<sup>a</sup> PA – Probabilidade de acerto: se o armamento cair dentro das dimensões do alvo padrão é atribuído valor 1 ao mesmo, caso contrário é atribuído valor 0. A média destes valores é a PA.

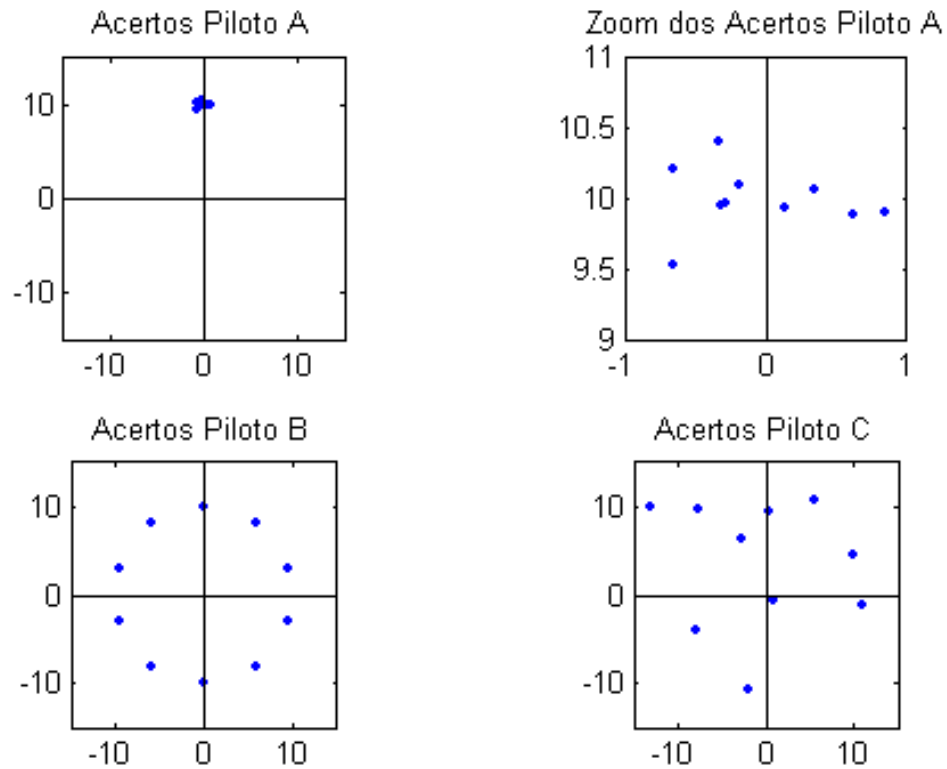


Figura 1 – Acertos em BRB dos pilotos *A*, *B* e *C*.

O objetivo deste artigo é mostrar que a resposta a esta pergunta não possui utilidade, ou seja, que o uso isolado do estimador média não é útil, e conseqüentemente, não é justo para com os pilotos na sua classificação no torneio Taça Eficiência.

Outros autores já discutiram metodologias alternativas ao uso avulso da média para a mensuração da eficiência operacional: Castro [1] sugeriu a utilização da variância para o cálculo da eficiência de uma coletividade (UAe) e Junior [2] propôs a utilização da Análise Envoltória de Dados (DEA) para a classificação dos pilotos. Porém, a metodologia utilizada por aqueles autores difere completamente da nossa proposta.

Este artigo está estruturado da seguinte maneira. Na próxima seção, uma revisão estatística será realizada. A nossa proposta será apresentada na seção três. A seção quatro traz um exemplo numérico no qual nossa proposta é exemplificada, e a seção cinco conclui.

## Revisão Estatística

Se considerarmos que o sistema d'armas da aeronave encontra-se em perfeito estado (aeronave harmonizada, armamento em boas condições, etc...), podemos atribuir os erros do armamento somente ao piloto (não colocação do *piper*<sup>b</sup> no alvo, atraso ou adianto no disparo, etc...). Espera-se que o comportamento dos erros atribuídos a uma coletividade de pilotos siga uma distribuição normal<sup>c</sup>. Mas o que é esta distribuição normal?

A distribuição normal é aquela na qual a maioria dos dados encontra-se concentrado ao redor da média. O gráfico chamado de Função de Distribuição de Probabilidade (FDP), ilustrado na figura 2, onde no eixo *y* temos a probabilidade que os dados do eixo *x* têm de acontecer, é uma das maneiras mais simples de consultarmos a probabilidade de um evento acontecer.

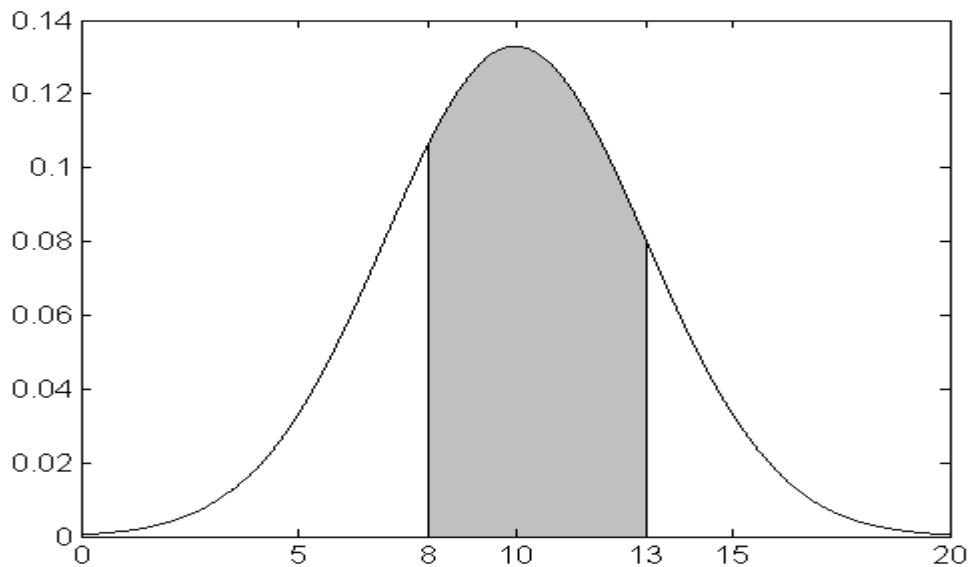


Figura 2 – Gráfico Função de Distribuição de Probabilidade<sup>d</sup>.

Para sabermos a probabilidade de um intervalo acontecer, basta integrarmos a FDP nos valores desejados. Por exemplo: se a figura 2 denotar a FDP do lançamento de foguetes de uma Unidade Aérea, a probabilidade do acerto desta UAe ser maior que 8 e menor que 13

é  $P(8 \leq x \leq 13) = \int_8^{13} FDP = 58,88\%$ <sup>e</sup> e está ilustrada pela área hachurada da figura 2.

A variabilidade ou dispersão nos dados pode ser descrita pela variância ou o desvio-padrão da amostra e indica como os dados estão distribuídos ao redor da média, isto é, quanto menor a variância, mais os dados estarão concentrados perto da média. Isto pode ser visualizado na figura 3, onde temos duas amostras com média 10, sendo que a da esquerda

<sup>b</sup> Mira do avião

<sup>c</sup> Mesmo que os dados de acertos não tenham uma distribuição normal, o Teorema Central do Limite afirma que "se estivermos amostrando de uma população que tenha uma distribuição desconhecida de probabilidades, a distribuição amostral da média da amostra será aproximadamente normal, com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2/n$ , se o tamanho  $n$  da amostra for grande ... se  $n \geq 30$ , a aproximação normal será satisfatória, independente da forma da população" [3].

<sup>d</sup> Média  $\mu = 10$  e variância  $\sigma^2 = 9$ .

<sup>e</sup>  $\int_a^b FDP = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dx$

possui variância 9 e a da direita variância 1,44. Os símbolos utilizados para descrever a média e variância são, respectivamente,  $\mu$  e  $\sigma^2$ .

A probabilidade de dois eventos independentes acontecerem conjuntamente é dada por:

$$P(a \text{ e } b) = P(a).P(b) \quad (1)$$

Exemplificando: é senso comum que a probabilidade de termos cara em um lançamento de uma moeda não viciada é de 50%. A probabilidade de termos cara em dois lançamentos consecutivos desta mesma moeda é de:

$$P(\text{cara e cara}) = P(\text{cara}).P(\text{cara}) = 0,50.0,50 = 0,25$$

Realmente, se listarmos as possibilidades existentes temos: {(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)}. Destas quatro opções, apenas a primeira obedece nosso critério, logo  $P(\text{cara e cara}) = 1/4 = 0,25$ .

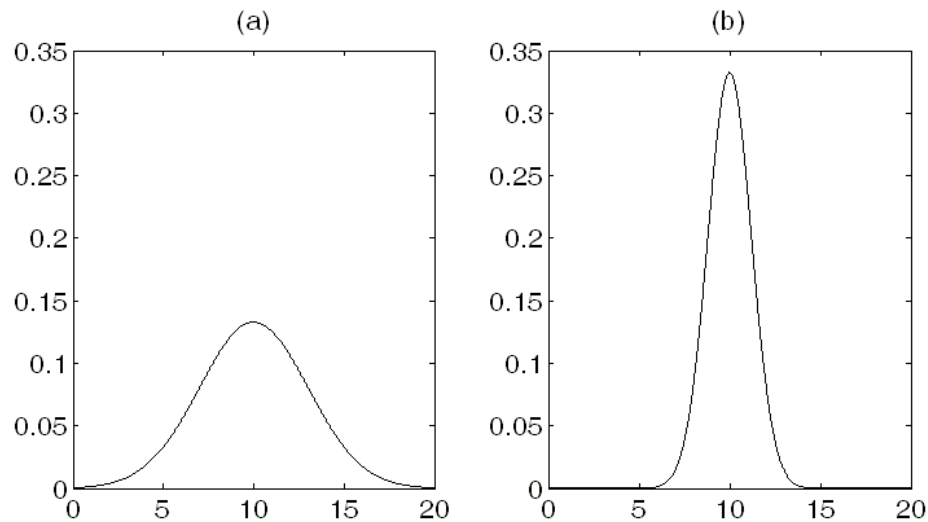


Figura 3 – (a) FDP com  $\mu = 10$  e  $\sigma^2 = 9$ ; (b) FDP com  $\mu = 10$  e  $\sigma^2 = 1,44$ .

### Nossa Proposta

Respondendo à questão elaborada no primeiro parágrafo da primeira seção: todos os pilotos têm a mesma média de 10 metros, logo, todos estariam empatados no torneio Taça Eficiência. Porém, se você tivesse que escalar um piloto para uma missão muito importante, você acharia que os três possuem o mesmo desempenho?

Segundo Montgomery e Runger [3] “embora a média da amostra seja útil, ela não transmite toda a informação acerca de uma amostra de dados”. Levando isto em consideração, proporemos uma metodologia de avaliação para o torneio Taça Eficiência que leve em consideração, além da média, também a variância.

Denotemos por  $P_x$  e  $P_y$ , respectivamente, as projeções nos eixos  $x$  e  $y$  de um lançamento de armamento qualquer. A figura 4 exemplifica tal conceito, onde um armamento que caiu 10 metros às 2 horas ( $60^\circ$ ) do centro do alvo tem como valores de  $P_x$  e  $P_y$ , respectivamente, 8,66 e 5,00 metros.

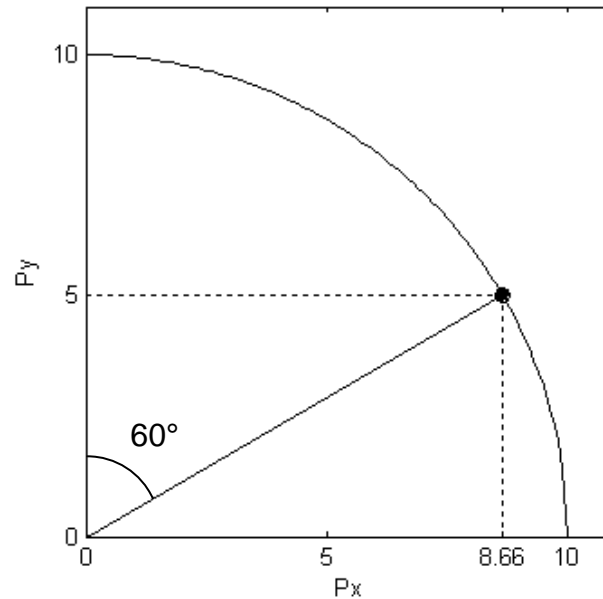


Figura 4 – Projeção nos eixos  $x$  e  $y$  de um lançamento 10m às 2h.

Ao realizarmos a projeção nos eixos  $x$  e  $y$  de todos os lançamentos de um piloto obteremos, após alguns cálculos, as FDP de  $P_x$  e  $P_y$  deste piloto. Se objetivarmos saber a probabilidade deste piloto acertar um alvo, basta consultarmos a probabilidade de  $P_x$  e  $P_y$  estarem dentro das dimensões deste alvo e, com o uso da fórmula (1), obteremos sua probabilidade de acertar o alvo.

Utilizando um alvo padrão para todos os pilotos, obteremos uma classificação baseada na probabilidade que os pilotos têm de acertar este alvo padrão.

### Exemplo Numérico

Vamos analisar os resultados de dois pilotos  $D$  e  $E$  fictícios em uma modalidade qualquer. Seus resultados estão plotados na figura 5, onde os círculos denotam os acertos do piloto  $D$  e as estrelas os do piloto  $E$ .

Se analisarmos somente a média, o piloto  $E$  seria mais bem classificado no torneio Taça Eficiência, pois possui média  $\mu_E = 33,85$  contra a média de  $\mu_D = 38,02$  do piloto  $D$ .

Aplicando a metodologia descrita na seção anterior, temos como resultado a tabela 1.

Tabela 1 – Estatística descritiva dos resultados dos pilotos  $D$  e  $E$

Piloto	$P_x$		$P_y$	
	$\mu_{P_x}$	$\sigma_{P_x}^2$	$\mu_{P_y}$	$\sigma_{P_y}^2$
$D$	-10,58	94,74	28,22	873,93
$E$	-0,25	650,49	-5,72	861,21

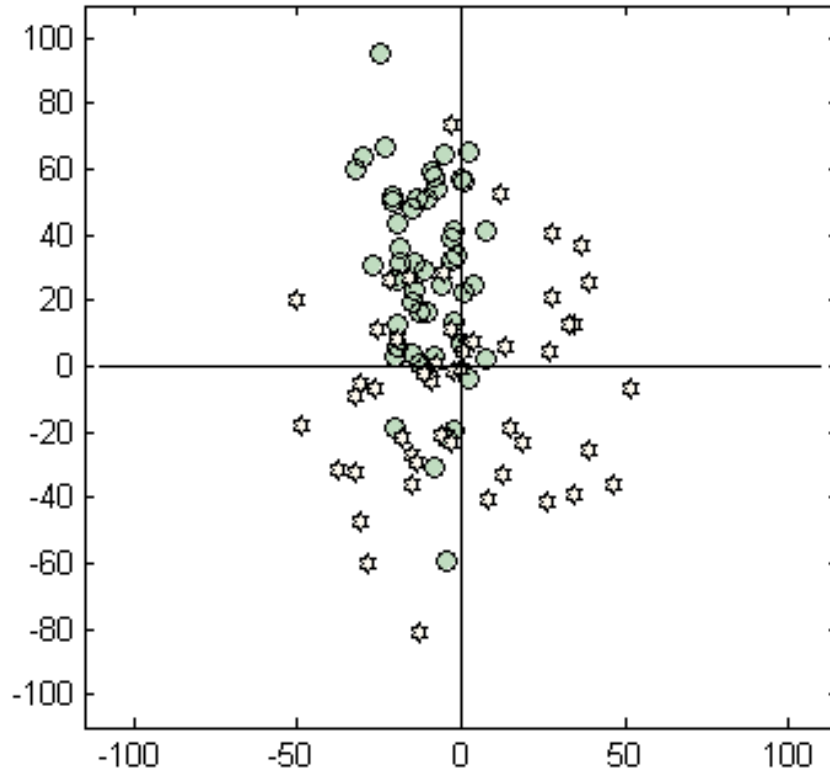


Figura 5 – Resultados dos 50 lançamentos dos pilotos *D* e *E*.

Tomando como alvo padrão um retângulo de lados 40 metros (eixo *x*) e 100 metros (eixo *y*), temos as probabilidades de acerto calculadas pelas FDP das projeções *Px* e *Py*, conforme plotado na figura 6.

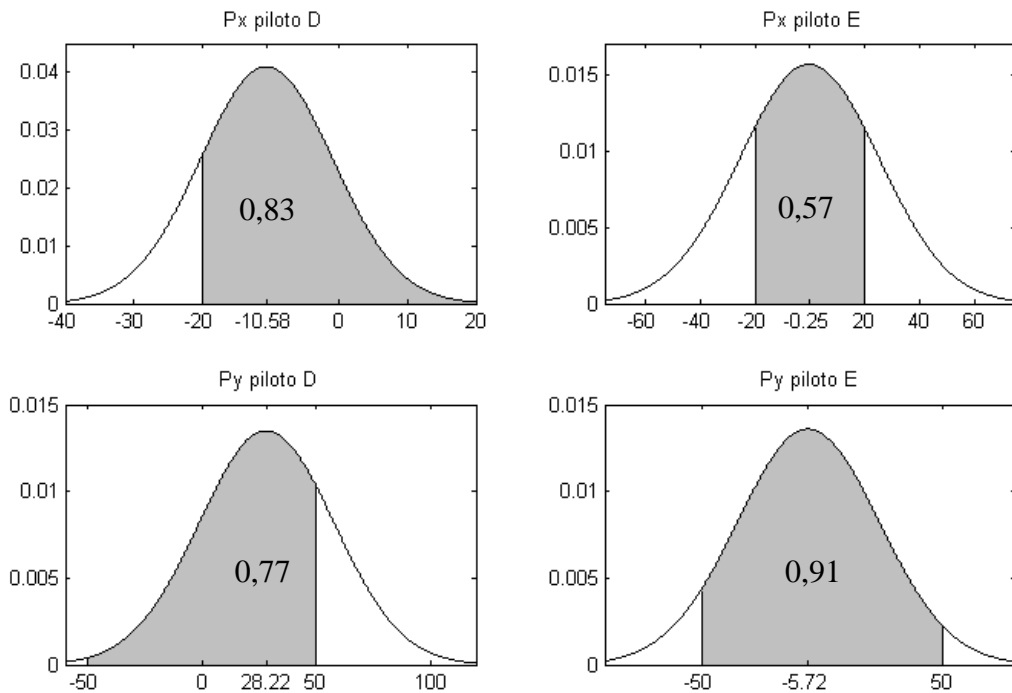


Figura 6 – FDP das projeções dos acertos dos pilotos *D* e *E*.

As áreas hachuradas da figura 6 correspondem às seguintes probabilidades:  $P(-20 \leq P_{x_D} \leq 20) = 0,83$ ,  $P(-50 \leq P_{y_D} \leq 50) = 0,77$ ,  $P(-20 \leq P_{x_E} \leq 20) = 0,57$  e  $P(-50 \leq P_{y_E} \leq 50) = 0,91$ . Aplicando a fórmula (1), temos que a probabilidade do piloto **D** atingir um alvo de 40mx100m é de  $0,83 \cdot 0,77 = 0,6391 = 63,91\%$  e a do piloto **E** é de  $0,57 \cdot 0,91 = 0,5187 = 51,87\%$ .

Conforme podemos observar, apesar da média do piloto **E** ser menor que a do piloto **D**, sua probabilidade de acertar tal alvo é **menor**. De acordo com a metodologia proposta por este trabalho, o piloto **D** deveria ter melhor classificação no torneio Taça Eficiência que o piloto **E**.

Se para cada lançamento computássemos se o armamento caiu ou não dentro do alvo e depois utilizássemos a média de quantos caíram dentro do alvo para classificar os pilotos (método de cálculo da PA atualmente utilizado nas UAe), mesmo assim este procedimento não levaria em conta como os armamentos se dispersam dentro do alvo. Em outras palavras, este procedimento não mostraria a real probabilidade de um piloto acertá-lo. Exemplificando: na figura 1, as probabilidades dos pilotos **A**, **B** e **C** atingirem um alvo de 10m x 15m são, respectivamente, 99,99%, 78,41% e 74,91%. Apesar de todos os lançamentos dos três pilotos caírem dentro do alvo (PA 1,00) e das suas médias serem iguais, suas probabilidades de acertarem tal alvo diferem.

Uma conclusão curiosa que decorre da nossa proposta é a seguinte: considere dois pilotos **F** e **G** cujos acertos de cinco lançamentos estão plotados na figura 7, onde o retângulo representa as dimensões do alvo.

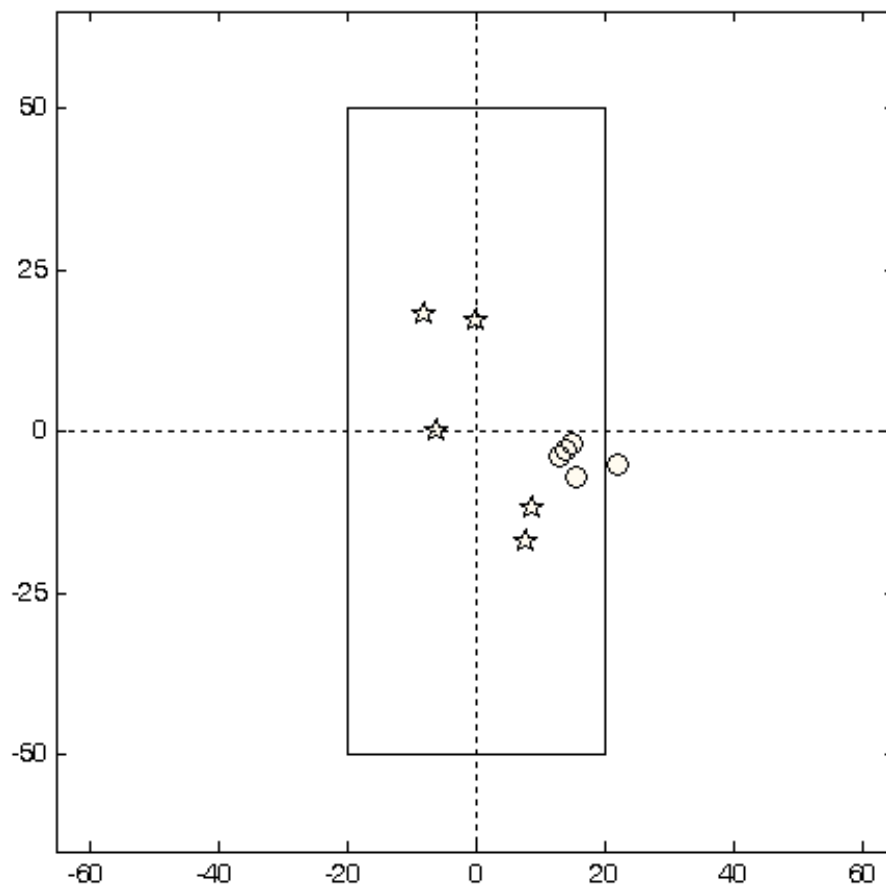


Figura 7 – Acertos de 5 lançamentos dos pilotos **F** (círculo) e **G** (estrela).

Pela regra atualmente empregada nas UAe, para um alvo de 40m x 100m o piloto **G** (PA de 1,00 e média de 15,30 metros) ganharia do piloto **F** (PA de 0,80 e média de 16,52 metros) na Taça Eficiência. Aplicando nossa metodologia<sup>f</sup>, a probabilidade do piloto **G** atingir o alvo é de 75,20% e a do piloto **F** é de 84,40%.

Isto nos mostra que o que realmente importa na probabilidade de acertar um alvo é como os armamentos se agrupam ao redor de uma média que deve ser pequena, e não se todos caíram no alvo (PA 1) ou têm uma média menor. No exemplo acima, apesar de todos os acertos do piloto **G** serem dentro do alvo padrão e possuírem uma média menor que os do piloto **F**, os mesmos (acertos) possuíram uma variância muito maior que a apresentada pelo piloto **F** (que não acertou todos os armamentos no alvo).

### Conclusão

Este artigo propôs uma nova metodologia para a mensuração da eficiência dos pilotos nas diversas modalidades de emprego através do uso conjunto dos estimadores estatísticos média e variância.

Na seção dois, uma revisão estatística foi realizada. A seção três apresentou nossa proposta e um exemplo numérico no qual se utilizou nossa metodologia foi mostrado na seção quatro.

O uso desta nova metodologia, com certeza, só trará ganhos para as UAe, visto possibilitar uma melhor avaliação de seus pilotos e oferecer uma medida de eficiência mais real e justa.

### Referências

- [1] Castro, D., 2002. Planejamento de uma Missão de Ataque. *SPECTRUM* n 5, 22-24.
- [2] Junior, H. V., 2004. Eficiência Operacional - Uma análise mais moderna. *Anais do VII SPOLM*, pp 598-604.
- [3] Montgomery, D. C., Runger, G.C., 1999. Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros, 2ª Edição. John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Triola, M. F., 1999. Introdução à Estatística, 7ª Edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.

---

<sup>f</sup> Como temos apenas 5 amostras, utilizamos no lugar da distribuição normal a distribuição *t de Student*. Para amostras pequenas ( $n \leq 30$ ) a distribuição recomendada é a *t de Student*. "Para que a distribuição *t de Student* seja aplicável, a distribuição da população básica deve ser essencialmente normal; não precisa ser exatamente normal, mas se tem apenas uma moda e é basicamente simétrica, obtemos bons resultados em geral ..." [4]

- Dados do piloto F:  $\mu_{Px} = 15,90$ ;  $\sigma_{Px}^2 = 12,55$ ;  $\mu_{Py} = -4,20$ ;  $\sigma_{Py}^2 = 3,70$ .
- Dados do piloto G:  $\mu_{Px} = 13,10$ ;  $\sigma_{Px}^2 = 60,80$ ;  $\mu_{Py} = 1,20$ ;  $\sigma_{Py}^2 = 259,70$ .