



SPOLM 2007

ISSN 2175-6295

Rio de Janeiro- Brasil, 08 e 09 novembro de 2007.

## PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA DEFINIÇÃO DA REDE E DOS CANAIS DE DISTRIBUIÇÃO DE MÁXIMO LUCRO

**Flavio Almeida Magalhães Cipparrone**

Escola Politécnica da USP

Av. Prof. Luciano Gualberto, trav3, 158

Cid. Universitária - 05508-900 - São Paulo

flavio@lps.usp.br

**Guilherme Aires Loberto**

Escola Politécnica da USP

Av. Prof. Luciano Gualberto, trav3, 158

Cid. Universitária - 05508-900 - São Paulo

guilherme.loberto@poli.usp.br

### Resumo

O presente trabalho apresenta um modelo de otimização para definição da rede e dos canais de distribuição de máximo lucro global. O problema foi modelado com programação linear inteira mista e aplicado para um caso de definição de rede utilizando planilhas eletrônicas.

O modelo otimizado foi comparado a uma solução trivial de definição de rede de distribuição e os resultados mostram ganhos de 600% sobre a solução trivial.

**Palavras-chave:** Programação matemática, otimização, canais de distribuição, redes de distribuição.

### Abstract

The present work consists of an optimization model for choosing the network and the distribution channels that maximize the total profit. The problem was modeled using mixed linear integer programming and applied on a case study of distribution channel definition, using electronic spreadsheets.

The optimized model was compared to the trivial solution and the profit of the optimized solution was 600% better than the trivial solution.

**Key-words:** Mathematical programming, optimization, distribution channels, distribution network.

### 1.0 Introdução

A gestão da cadeia de suprimentos tornou-se foco de muitas empresas a partir dos anos 90, uma cadeia de suprimentos bem gerida pode ser um diferencial competitivo fundamental para a empresa sobreviver no mercado atual [1].

Um aspecto crítico do planejamento estratégico é a definição da cadeia de suprimentos de uma indústria [2]. Na fase de planejamento da rede de distribuição algumas perguntas precisam ser respondidas: Onde posicionar um Centro de Distribuição? Onde posicionar uma fábrica? Onde pegar matéria prima para os produtos? Que mercados servir?

Existem inúmeros modelos de programação matemática na literatura para o planejamento estratégico da cadeia de suprimentos. Os modelos básicos de planejamento de instalações são:

- **Modelos de P-medianas:** Localiza 'p' instalações de forma a minimizar o custo ponderado pela distância de atender a demanda considerada [2]. Nesse modelo o custo logístico é tratado como uma Proxy da distância

- **Modelos de cobertura:** o modelo de P-medianas apresentado anteriormente pode resolver uma série de problemas, pois minimiza a distância média viajada. Porém para uma série de outros problemas, minimizar a distância média não é suficiente. Existem dois tipos de formulação dos problemas de cobertura: no primeiro tipo de formulação o objetivo é minimizar o custo de atendimento considerando que um determinado nível de demanda ou de nível de serviço mínimo seja atendido. Já no segundo tipo, o objetivo é maximizar a demanda atendida pelas instalações propostas [2]. Nesses problemas, o nível de serviço (tempo) é dado como uma Proxy de distância.

- **Modelos de Centro:** os modelos de centro minimizam a distância máxima servida por uma instalação (maximizam o nível de serviço). Como muitas vezes os modelos de cobertura podem não possuir solução devido à restrição de nível de serviço imposta, os modelos de centro encontram o máximo nível de serviço possível com as 'p' instalações propostas.

Existem modelos mais sofisticados para a localização de instalações que levam em conta outras variáveis para computar o custo logístico total. Alguns levam em conta os custos fixos associados à existência de instalações, custos de distribuição de vários produtos (multicommodity) ao longo da cadeia de suprimentos, outros até definem quantidade de instalações necessárias para rede de distribuição de mínimo custo (network design problems) [3] [9] [11]

O cálculo do custo logístico total no caso brasileiro é um pouco mais complexo devido principalmente às regras de tributação impostas pelo governo. Considerar questões de tributação é chave para o desenho de uma cadeia de suprimentos eficiente no Brasil [6]. Muitos modelos de localização de instalações já levam em consideração os impostos para o cálculo do custo logístico total [5].

A proposta desse trabalho é um modelo de localização de instalações para o setor de GLP Residencial que leva em conta os custos fixos e variáveis de localização (incluindo impostos). Além disso, também considera os canais de distribuição utilizados para atender a demanda de um mercado, jogando com o trade-off de que canais mais rentáveis exigem maiores custos de servir a demanda [10]. Esse trabalho está organizado em Introdução, Conceitos iniciais, Modelo de Otimização, Aplicação do Modelo e Conclusões.

## 2.0 Conceitos Iniciais

### 2.1 Canais de Distribuição.

Os Canais de Marketing ou de Distribuição podem ser definidos como “um conjunto de organizações interdependentes envolvidas no processo de tornar o produto ou serviço disponível para o consumo ou uso” [4]. O enfoque dado aos canais de distribuição é bastante variado. Alguns analisam sob o ponto de vista de produto (marcas próprias versus marcar terceiras), outros focam na tecnologia aplicada a eles. Há ainda autores que tratam dos fluxos físicos nos diferentes canais de distribuição. Esse trabalho tratará os canais de distribuição sob o ponto de vista de negócios, visto que canais de distribuição de mínimo custo, geralmente

implicam em menores margens de lucro e canais de distribuição de custo elevado, retornam maiores margens de lucro [10]. A estrutura de canais de distribuição ótima é a que maximiza o lucro total do sistema [12].

Para a modelagem da rede de distribuição de GLP Residencial serão considerados três canais de distribuição:

- Canal de Venda Direta: nesse canal, vende-se diretamente ao consumidor final capturando toda a margem na cadeia e necessitando de custos fixos num raio de até 50 Km para o atendimento da demanda. O custo de servir o consumidor final também é o maior possível entre os canais pois o drop-size é mínimo possível (1 único produto por cliente).
- Canal de Indireta - Varejistas: nesse canal, vende-se a revendedores que revendem diretamente ao consumidor final. O preço de praticado nesse canal é cerca de 10% inferior ao preço de ponta do mercado servido pelo varejista. O atendimento a varejistas exige instalações (custos fixo) num raio máximo de até 150 Km e os custos de servir um varejista são significativamente menores do que os custos de servir o consumidor final (visto que esse compra em lotes de 50 a 150 produtos).
- Canal de Indireta - Atacadistas: nesse canal, vende-se a revendedores que revendem para varejistas que finalmente atendem o consumidor final O preço de praticado nesse canal é cerca de 20% inferior ao preço de ponta do mercado servido pelo atacadista. O custo de servir um atacadista é o menor entre os três canais de distribuição. Estes geralmente adquirem produtos em lote fechado – “full truckload” (cerca de 1000 produtos por compra).

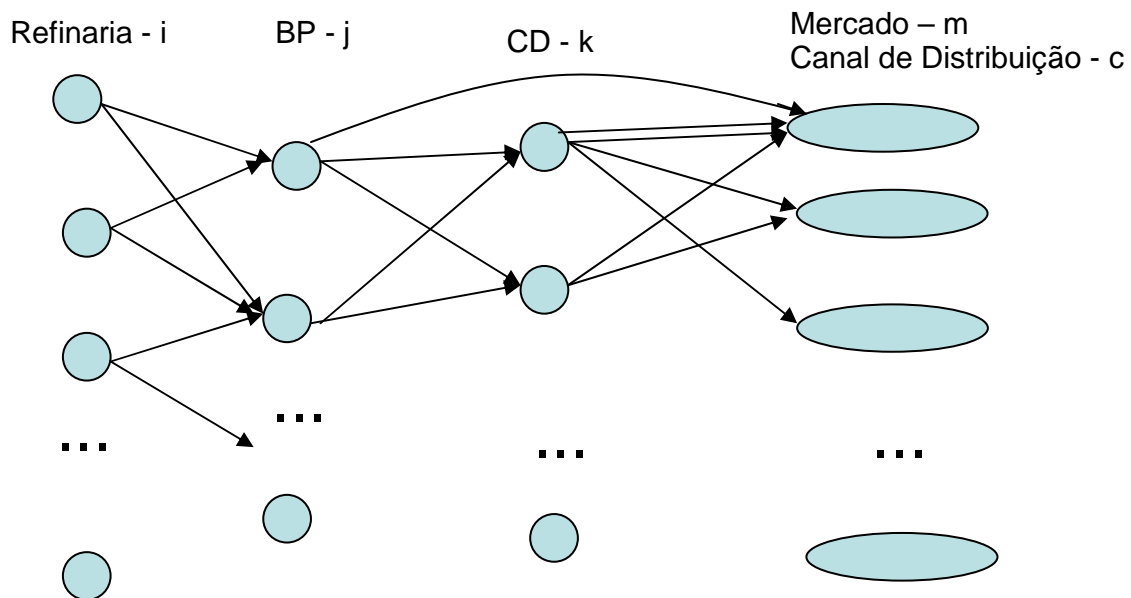
A tabela abaixo mostra os trade-offs Preço X Custo de servir dos diferentes canais de distribuição.

Tabela 1 – Trade-offs Preço de venda e custos de servir por canal de distribuição.

<b>Canal de Distribuição</b>	<b>Preço Médio (R\$/ton)</b>	<b>Custo de servir variável (R\$/ton/km)</b>	<b>Custo de Servir semi-variável (função degrau do volume)</b>
Venda Direta	2.192	4	R\$ 5.000 / 15 ton
Venda Indireta - Varejistas	1.973	1	-
Venda Indireta - Atacadistas	1.754	0	-

## 2.2 A cadeia de distribuição de GLP.

A cadeia de distribuição do GLP pode ser modelada com 4 elos (figura 1). O primeiro elo modela as refinarias de onde o insumo pode ser adquirido. O segundo elo considera as fábricas onde o produto granel pode ser engarrafado para posterior distribuição. O terceiro elo da cadeia considera possíveis centros de distribuição para atender a demanda e o último elo da cadeia considera os mercados e a demanda necessária para servi-los. Esse modelo considera a possibilidade de um mercado ser atendido por até três canais de distribuição diferentes.



**Figura 1 – A cadeia de distribuição do GLP.**

### 2.3 Impostos para o GLP

Os seguintes impostos incidem sobre a venda e comercialização de GLP:

- PIS/Confins: incide como um valor fixo cobrado por todas as refinarias que vendem o GLP.
- ICMS: imposto sobre a circulação da mercadoria.

Para o ICMS cobrado das distribuidoras de GLP aplica-se o caso da substituição tributária para frente, que consiste em obrigar alguém a pagar não apenas o imposto referente à operação por ele praticada, mas a operação ou operações posteriores [5].

A regra geral de aplicação desse imposto será o somatório: o valor da operação acrescido do valor do seguro, frete e outros encargos cobrados mais a margem de valor agregado (MVA). O exemplo abaixo ilustra aplicação da substituição tributária:

Compra de GLP a um distribuidor do estado de São Paulo por um varejista localizado em Pernambuco para revenda

- Valor da Mercadoria: R\$ 100,00
- ICMS normal: R\$ 7,00
- Base de cálculo da substituição tributária:  $100,00 + 35\% \text{ (MVA)} = \text{R\$ } 135,00$
- ICMS substituto:  $135,00 \times 17\% = 22,95 - 7,00 = 15,95$
- Total dos Produtos: 100,00
- Total da Nota: 115,95

Para esse trabalho serão considerados as taxas e os impostos não recuperáveis e não passíveis de substituição referentes ao movimento dos elos  $i \rightarrow j$  (Refinaria para Fábrica),  $j \rightarrow k$  (Fábrica para CDs),  $k \rightarrow m$  (CDs para o mercado) e  $j \rightarrow m$  (Fábrica para o mercado).

### 3.0 Modelo de Otimização

O modelo de otimização proposto é uma solução para o problema de localização de fábricas e centros de distribuição, levando em conta os canais de distribuição utilizados para venda. Para tanto, ao invés da minimização de custo total, optou-se pela maximização do lucro total,

pois o trade-off na escolha dos canais de distribuição é escolha entre maior preço X maior custo de servir.

O modelo de programação linear inteira mista aqui proposto considera 4 elos na cadeia (figura 1), 1 único produto (GLP engarrafado), custos de frete, custos de matéria prima, impostos pagos nos movimentos entre os nós da cadeia, canais de distribuição utilizados para venda, preços de mercado por canal de distribuição e custos fixos de fábricas e centros de distribuição.

Os índices utilizados são:

$i \rightarrow$  Refinarias fornecedoras de matéria prima (GLP granel).

$j \rightarrow$  Possíveis bases de engarrafamento do produto.

$k \rightarrow$  Possíveis centros de distribuição do produto.

$m \rightarrow$  Mercados servidos pelas fábricas e centros de distribuição.

$c \rightarrow$  Canais de distribuição utilizados para servir o mercado.

As variáveis do problema são:

$X_{ij}$   $\rightarrow$  Volume transferido da refinaria 'i' para a fábrica 'j'.

$X_{jk}$   $\rightarrow$  Volume transferido da fábrica 'j' para o Centro de Distribuição 'k'.

$X_{jm}^c$   $\rightarrow$  Volume transferido da fábrica 'j' para o Mercado 'm' pelo canal de distribuição 'c'.

$X_{km}^c$   $\rightarrow$  Volume transferido do Centro de Distribuição 'k' para o Mercado 'm' pelo canal de distribuição 'c'.

$Y_j$   $\rightarrow$  Variável binária: assume valor 1 se a fábrica deve ser aberta e 0 caso contrário.

$Y_k$   $\rightarrow$  Variável binária: assume valor 1 se o centro de distribuição deve ser aberto e 0 caso contrário.

Parâmetros do Modelo:

$P_m^c$   $\rightarrow$  Preço médio de venda praticado no mercado 'm' vendendo pelo canal de distribuição 'c'.

$Cmp_{ij}$   $\rightarrow$  Custo unitário da matéria prima na refinaria 'i' adquirida pela fábrica 'j' (para o cálculo de impostos e do custo total de matéria prima).

$Cmp_{jk}$   $\rightarrow$  Custo unitário da matéria prima adquirida na fábrica 'j' pelo centro de distribuição 'k' (para o cálculo de impostos).

$Cmp_{jm}^c$  → Custo unitário da matéria prima adquirida na fábrica 'j' pelo mercado 'm' e vendida pelo canal de distribuição 'c' (para o cálculo de impostos).

$Cmp_{km}^c$  → Custo unitário da matéria prima adquirida no centro de distribuição 'k' pelo mercado 'm' e vendida pelo canal de distribuição 'c' (para o cálculo de impostos).

$Cv_{ij}$  → Custo unitário de transporte da matéria prima da refinaria 'i' para a fábrica 'j'.

$Cv_{jk}$  → Custo unitário de transporte do produto da fábrica 'j' para o centro de distribuição 'k'.

$Cv_{jm}^c$  → Custo unitário de transporte do produto da fábrica 'j' para o mercado 'm' através do canal de distribuição 'c'.

$Cv_{km}^c$  → Custo unitário de transporte do produto do centro de distribuição 'k' para o mercado 'm' através do canal de distribuição 'c'.

$I_{ij}$  → % de imposto pago ao movimentar a matéria prima da refinaria 'i' para a fábrica 'j' (Taxa sobre o valor do produto).

$I_{jk}$  → % de imposto pago ao movimentar o produto da fábrica 'j' para o centro de distribuição 'k' (Taxa sobre o valor do produto).

$I_{jm}^c$  → % de imposto pago ao movimentar o produto da fábrica 'j' para o mercado 'm' através do canal de distribuição 'c'.

$I_{km}^c$  → % de imposto pago ao movimentar o produto do centro de distribuição 'k' para o mercado 'm' através do canal de distribuição 'c'.

$CF_j$  → Custo fixo devido à abertura da fábrica 'j'

$CF_k$  → Custo fixo devido à abertura do centro de distribuição 'k'

Função Objetivo:

Max Lucro

$$\text{Lucro} = \sum_m \sum_c p_m^c X_m^c \rightarrow (1)$$

$$-\sum_i \sum_j (Cv_{ij} + Cmp_{ij} I_{ij}) X_{ij} \rightarrow (2)$$

$$-\sum_j \sum_k (Cv_{jk} + Cmp_{jk} I_{jk}) X_{jk} \rightarrow (3)$$

$$-\sum_j \sum_m \sum_c (Cv_{jm}^c + Cmp_{jm}^c I_{jm}^c) X_{jm}^c \rightarrow (4) \quad (1)$$

$$-\sum_k \sum_m \sum_c (Cv_{km}^c + Cmp_{km}^c I_{km}^c) X_{km}^c \rightarrow (5)$$

$$-\sum_i \sum_j Cmp_{ij} X_{ij} \rightarrow (6)$$

$$-\sum_c \sum_k CF_k Y_k \rightarrow (7)$$

$$-\sum_c \sum_j CF_j Y_j \rightarrow (8)$$

- (1) – Receita total com venda de produtos no mercado ‘m’ através do canal de distribuição ‘c’.
- (2) – Custo de transporte e impostos ao movimentar a matéria prima da refinaria ‘i’ para a fábrica ‘j’.
- (3) – Custo de transporte e impostos ao movimentar o produto da fábrica ‘j’ para o centro de distribuição ‘k’.
- (4) – Custo de transporte e impostos ao movimentar o produto da fábrica ‘j’ para o mercado ‘m’ através dos canais de distribuição ‘c’.
- (5) – Custo de transporte e impostos ao movimentar o produto do centro de distribuição ‘k’ para o mercado ‘m’ através dos canais de distribuição ‘c’.
- (6) – Custo total de compra de matéria prima.
- (7) – Custo Fixo das fábricas.
- (8) – Custo Fixo dos centros de distribuição.

#### Restrições:

1 – Não exceder a cota de retirada nas refinarias.

$$\sum_j X_{ij} \leq Cota_i \quad (2)$$

2 – Atender a demanda do mercado ‘m’.

$$\sum_j \sum_c X_{jm}^c + \sum_k \sum_c X_{km}^c \leq Demanda_m \quad (3)$$

3 – Lei da conservação para toda base de produção ‘j’.

$$\sum_i X_{ij} - \sum_k X_{jk} - \sum_m \sum_c X_{jm}^c = 0 \quad (4)$$

4 – Lei da conservação para todo centro de distribuição ‘k’.

$$\sum_j X_{jk} - \sum_m \sum_c X_{km}^c = 0 \quad (5)$$

5 – Adiciona a fábrica ‘j’ se for necessária.

$$\left( \sum_j X_{jm}^c \right) / Demanda_m - Y_j^c \leq 0 \quad (6)$$

6 – Adiciona o centro de distribuição ‘k’ se for necessário.

$$\left( \sum_k X_{km}^c \right) / Demanda_m - Y_k^c \leq 0 \quad (7)$$

7 – Restrição de não-negatividade

$$X_{ij} \quad X_{jk} \quad X_{jm}^c \quad X_{km}^c \geq 0 \quad \forall i, j, k, m, c. \quad (8)$$

8 – Variáveis binárias

$$Y_j = \begin{cases} 1, & \text{se a fábrica 'j' deve ser aberta.} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (9)$$

$$Y_k = \begin{cases} 1, & \text{se o centro de distribuição 'k' deve ser aberta.} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

#### 4.0 Aplicação do Modelo

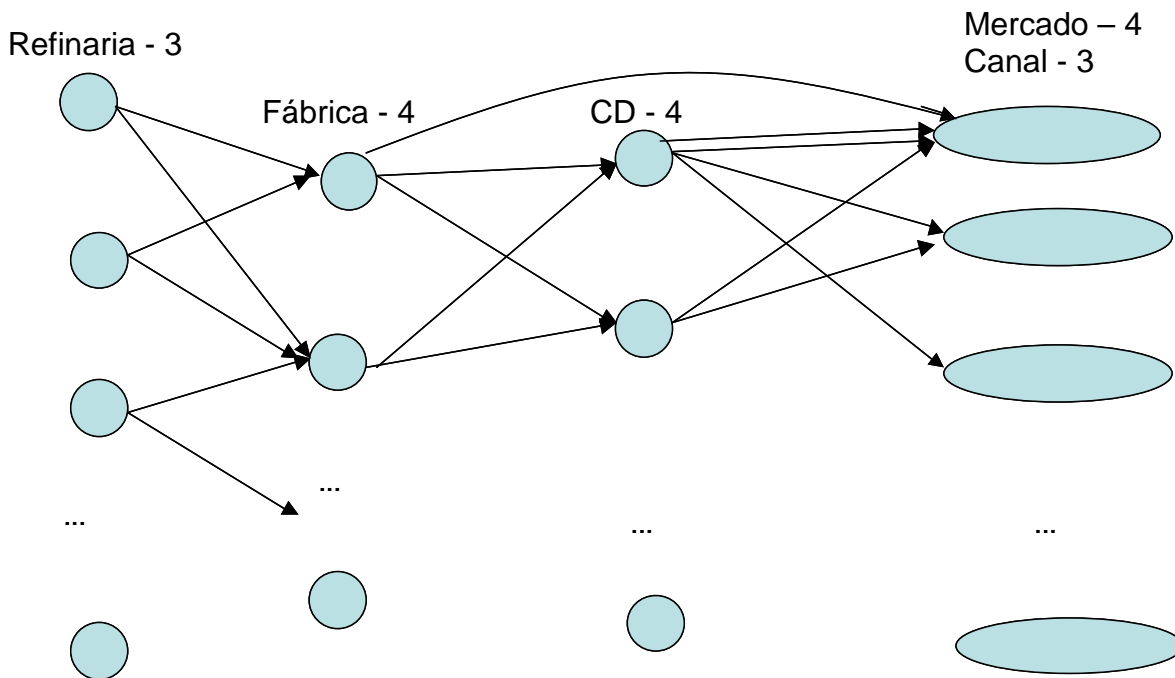
Nesta seção o modelo de otimização proposto anteriormente foi aplicado para um caso reduzido de rede de distribuição. A solução proposta pelo modelo foi comparada a uma suposta solução trivial para o problema de abastecimento.

A rede de distribuição do caso reduzido possui a seguinte configuração:

- 3 Refinarias
- 4 mercados (podendo existir uma base e/ou um CD por mercado)
- 3 canais de distribuição.

O problema proposto possui 132 variáveis, sendo 8 variáveis binárias e 124 restrições. A figura 2 a seguir ilustra a rede de distribuição para o caso reduzido:





**Figura 1 – A cadeia de distribuição do problema reduzido.**

A solução trivial do problema proposto assume comprar o GLP nas refinarias onde a matéria-prima é mais barata e enviar para bases de engarrafamento mais próximas da refinaria (algumas recebem por duto, distância = 0). Além disso, utiliza-se um número mínimo de bases de engarrafamento para abastecer os mercados e nenhum centro de distribuição. Por fim, simulou-se a venda através dos três diferentes canais de distribuição para a escolha do canal mais rentável.

A solução obtida foi a seguinte:

- Três Bases de engarrafamento.
- Venda toda feita através de varejistas.
- Nenhum Centro de distribuição.

O resultado financeiro dessa operação é de cerca de R\$ 600 mil/mês. Rodando o modelo de otimização proposto com Premium solver para MS-Excel, foi encontrada a solução ótima para o problema de definição da rede e dos canais de distribuição de máximo lucro. O Resultado Operacional dessa solução é de cerca de R\$ 4,6 Milhões/mês. A tabela 2 abaixo ilustra um comparativo entre as duas soluções.

A solução obtida foi a seguinte:

- Duas Bases de engarrafamento.
- Venda feita nos três canais de distribuição.
- Nenhum Centro de distribuição.

A planilha contendo os fluxos de volume entre os nós da rede de solução trivial e da solução otimizada encontra-se em anexo.

**Tabela 2 – Comparativo entre os resultados da solução trivial e solução otimizada.**

	<b>Solução Trivial</b>	<b>Solução Otimizada</b>	<b>Variação (%)</b>
<b>Receita Total</b>	<b>20,8</b>	<b>20,5</b>	<b>-2%</b>
<b>Custos Variáveis</b>			
MP	14,3	10,8	-24%
Fretes	3,4	3,4	-1%
Impostos	1,1	0,5	-55%
<b>Custos Variáveis Total</b>	<b>18,8</b>	<b>14,7</b>	<b>-22%</b>
<b>Margem Total</b>	<b>2,0</b>	<b>5,8</b>	<b>183%</b>
<b>Custos Fixos</b>			
CF-Canal VD	-	0,2	
CFs	1,4	1,0	-32%
<b>Custo Fixo total</b>	<b>1,4</b>	<b>1,1</b>	<b>-19%</b>
<b>Resultado Oper.</b>	<b>0,6</b>	<b>4,6</b>	<b>629%</b>

Interessante notar que embora a solução trivial tenha uma receita maior que a solução otimizada, o resultado final da operação é muito inferior ao da solução otimizada. Isso pode acontecer com frequência nas empresas quando a cadeia de suprimentos não é enxergada como um todo. Desde a aquisição da matéria prima até a distribuição do produto acabado os movimentos a serem executados devem ser aqueles que garantam um máximo lucro na operação.

## 5.0 Conclusões

O presente trabalho trouxe um modelo de otimização de fácil implantação (utiliza planilha eletrônica de amplo uso pelas empresas) e grande utilidade pois analisa os principais trade-offs existentes na definição da cadeia de suprimentos.

Os modelos encontrados na literatura trabalham com a minimização do custo total da operação logística. A grande contribuição desse modelo é incluir a decisão da escolha dos canais de distribuição dos produtos. Canais de distribuição diferentes possuem geração de receita e custos de servir diferentes. Por isso o modelo apresentado não considera apenas o mínimo custo global, mas sim o máximo lucro global da operação.

Como melhorias do modelo proposto, pode-se incluir os custos de estoque de produto nos nós da rede e incluir a sazonalidade das vendas no modelo de otimização (um modelo de otimização estocástico).

## 6.0 Referências

- [1] Leenders, M.R., Nollet, J. and Ellram, L.M., “Adapting purchasing to supply chain management”, International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, Vol. 24 No. 1, 1994, pp. 40-2.
- [2] Daskin, M. S., Owen, S. H., “Strategic Facility Location: A Review”, European Journal of Operational Research, Vol 111, 1998, pp. 423-447.
- [3] Crainic, T. G., Laporte, G., “Planning models for Freight transportation”, European Journal of Operational Research, Vol 97, 1997, pp. 409-438.

- [4] Stern, L. W. & El Ansary, A. I. & Coughlan, A.. “Marketing Channels”. Prentice Hall, 5<sup>th</sup> edition, 1996, 576 p..
- [5] Hamad, R. , “Modelo para localização de instalações em escala global envolvendo vários elos da cadeia logística”, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP, São Paulo
- [6] Yoshizaki, H. “Projeto de Redes de Distribuição Física considerando a Influência do ICMS”, Tese de Livre-Docência, Escola Politécnica da USP, São Paulo
- [7] Bramel, J., Simchi-Levi D., “The Logic of Logistics”, Prentice Hall.
- [8] Ballou, R. H., Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial.
- [9] Junior, I. B., “Análise do impacto logístico de diferentes regimes aduaneiros no abastecimento de itens aeronáuticos empregando o modelo de transbordo multiproduto com custos fixos”, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP, São Paulo.
- [10] Nagle, T. T., Holden R. K., “The Strategy and Tactics of Pricing”, Prentice Hall, 3<sup>th</sup> edition, 2002, 396 p.
- [11] Winston, W. L., “Introduction to Mathematical Programming”, Duxbury Press, Second Edition, 1997.
- [12] Botelho, R. R. P., “Estudo de um sistema de distribuição e análise de mercado e fluxos em rede: o caso SIAM”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.